Oppgave 1

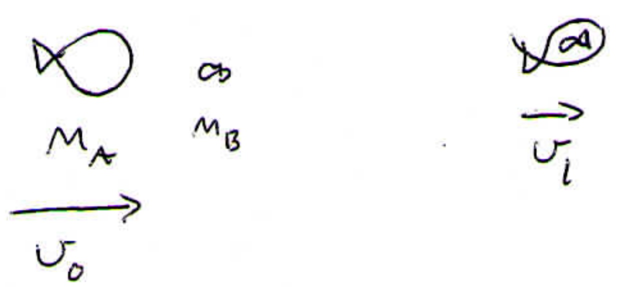
66/98 poeng

→ C

(trengte 69 for en B)

For:

Etter:



a) Siden vi ikke trenger å ta hensyn til motstandskraften i vannet, er alle kreftene som virker på fiskene konservative.

Nettokraften som virker på fiskene er lik null og derfor kan vi bruke at bevegelsesmengde er bevart.

$$P_0 = P_i \Rightarrow m_A \cdot v_0 + 0 = (m_A + m_B)\, v_i$$

$$\underline{\underline{v_i = \frac{m_A \cdot v_0}{m_A + m_B}}}$$

Hastigheten til den store fisken, med den lille inni, er $v_i = \dfrac{m_A \cdot v_0}{m_A + m_B}$

3/3

1b) For å finne ut hvor mye mekaniske energi som ble tapt, finner jeg forskjellen i mekaniske energi før og etter middagen.

$$E_0 = K_0 = \frac{1}{2} m_A v_0^2$$

$$E_1 = K_1 = \frac{1}{2}(m_A + m_B) v_1^2 = \frac{1}{2}(m_A + m_B) \cdot \left(\frac{m_A v_0}{m_A + m_B}\right)^2$$

Energi tapt; $E_0 - E_1 = \frac{1}{2} m_A v_0^2 - \frac{1}{2} \frac{m_A^2 v_0^2}{m_A + m_B}$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2} v_0^2 m_A \left(1 - \frac{m_A}{m_A + m_B}\right)}}$$

3/3

kunne ha satt inn tallverdiene, men svaret er helt riktig.

Oppgave 2

a) Vi har at $L' = \frac{1}{\gamma} L_0$ hvor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$,

~~[illegible]~~

Hastigheten til romskip 1 som måler $L' = 60\,m$ er:

$$60\,m = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}} \cdot 100\,m \Rightarrow 60\,m = \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \cdot 100\,m$$

$$\Rightarrow (60\,m)^2 = \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)(100\,m)^2 \Rightarrow 1-\frac{u^2}{c^2} = \frac{60_m^2}{100_m^2}$$

$$1-\frac{60^2}{100^2} = \frac{u^2}{c^2} \Rightarrow u^2 = \left(1-\frac{60^2}{100^2}\right)\cdot c^2$$

$$\underline{\underline{u = \sqrt{1-\frac{60^2}{100^2}}\, c = 0,8\,c}}$$

Hastigheten til romskip 2 som måler $L' = 80\,m$ er:

$$80\,m = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}} \cdot 100\,m \Rightarrow 80\,m = \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \cdot 100\,m$$

$$\Rightarrow (80\,m)^2 = \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)(100\,m)^2 \Rightarrow 1-\frac{u^2}{c^2} = \frac{(80\,m)^2}{(100\,m^2)}$$

$$\frac{u^2}{c^2} = 1-\frac{80^2}{100^2} \Rightarrow u^2 = \left(1-\frac{80^2}{100^2}\right)c^2 \Rightarrow \underline{\underline{u = \sqrt{1-\frac{80^2}{100^2}}\, c^2 = 0,6\,c}}$$

Hastighetene til romskip 1 og romskip 2 er henholdsvis 0,8 c og 0,6 c målt fra romstasjonen. 4/4

b) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $\quad v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\gamma(\Delta x - u\Delta t)}{\gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)}$

$$= \frac{\cancel{\gamma}\left(\frac{\Delta x}{\Delta t} - u\frac{\Delta t}{\Delta t}\right)}{\cancel{\gamma}\left(\frac{\Delta t}{\Delta t} - \frac{u}{c^2}\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)} = \frac{v - u}{1 - \frac{u}{c^2}v}$$

For romskip 1 er $u = 0{,}8c$ og $v = 0{,}6c$, da vil hastigheten til romskip 2 i systemet s' være:

$$v' = \frac{0{,}6c - 0{,}8c}{1 - \frac{0{,}8c \cdot 0{,}6c}{c^2}} = \frac{-0{,}2c}{1 - 0{,}8 \cdot 0{,}6} = \underline{\underline{-0{,}385c}}$$

Romskip 2 vil bevege seg vekk fra romskip 1 i negativ x-retning.

For romskip 2 er $u = 0{,}6c$ og $v = 0{,}8c$:

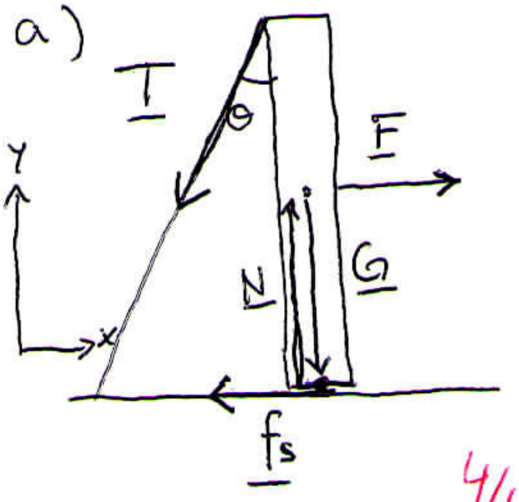
$$v' = \frac{0{,}8c - 0{,}6c}{1 - \frac{0{,}8c \cdot 0{,}6c}{c^2}} = \frac{0{,}2c}{1 - 0{,}8 \cdot 0{,}6} = \underline{\underline{0{,}385c}}$$

Romskip 1 vil bevege seg vekk fra romskip 2 i positiv x-retning.

5/5

Oppgave 3

a)



4/4

$\underline{T}$ = tauspenningen

$\underline{f_s}$ = den statiske friksjonskraften

$\underline{G}$ = Gravitasjonskraften

$\underline{N}$ = Normalkraften

$\underline{F}$ = horisontal kraft som angripes midt på stangen.

b) For at stangen ikke skal skli, må f_s være lik x-komponenten til tauspenningen:

$\underline{f_s} = \underline{T}_x = T\sin\theta$

ikke helt riktig: for at stangen skal ikke rotere om massesenteret må være: $f_s = T\sin\theta$ (null kraftmoment om midtpunktet.)

Vi får da at summen av krefter i x-retning blir:

$$\sum F_x = F - f_s - T_x = 0 \Rightarrow F - T\sin\theta - T\sin\theta = 0$$

$$F = 2T\sin\theta \Rightarrow T = \frac{F}{2\sin\theta} \Rightarrow |\vec{T}| = \underline{\underline{\frac{|\vec{F}|}{2\sin\theta}}}$$

4/5

c) Den maksimale kraften $\bar{F}$ som kan virke må være slik at $\Sigma \bar{F}_x = \bar{F} + \bar{T}_x + \bar{f}_{s,max} = 0$

μ_s er en konstant

Vi vet at $\bar{T}_x = \bar{f}_{s,max} = -\mu_{s,max} N \underline{i}$, så vi får

$\bar{F}\underline{i} - 2\mu_{s,max} N \underline{i} = 0 \Rightarrow \bar{F} = 2\mu_{s,max} N \underline{i}$

Summen av krefter i y-retning er:

$\Sigma F_y = N - G - T_y = 0 \Rightarrow N - Mg - T\cos\theta = 0$

$\Rightarrow N = T\cos\theta + Mg = \frac{|\vec{F}|}{2\sin\theta}\cos\theta + Mg$

$\bar{F} = 2\mu_{s,max}\left(\frac{|\vec{F}|}{2\sin\theta}\cos\theta + Mg\right)$

$\bar{F} - \cancel{2}\mu_{s,max}\frac{|\bar{F}|}{\cancel{2}\sin\theta}\cos\theta = 2\mu_{s,max} Mg$

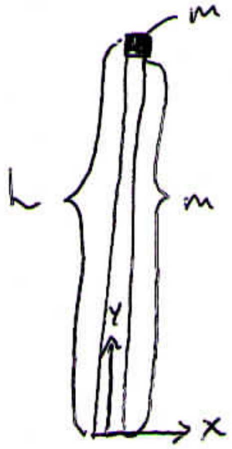
$\bar{F}\left(1 - \mu_{s,max}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) = 2\mu_{s,max} Mg$

$$\bar{F} = \frac{2\mu_{s,max} Mg}{\left(1 - \mu_{s,max}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)}$$

dette er den maksimale horisontale kraften som kan angripe i midten av staven.

6/6

Oppgave 4



a) $\vec{R} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$

$= \frac{1}{M}\left(\frac{1}{2}L\underline{j}\cdot m + L\cdot m\underline{j}\right)$

$= \frac{1}{2m}\left(\frac{3}{2}Lm\underline{j}\right) = \underline{\underline{\frac{3}{4}L\,\underline{j}}}$

Massesenteret $\vec{R}$ til stangen er $\frac{3}{4}L\,\underline{j}$ (målt fra stangens lette ende).

Går ut i fra at massen til stangen MED blytuppen festet i enden er 2m.

3/3

b) Finner først treghetsmomentet til stangen uten blyspiss ved parallellakseteoremet:

$I_0 = I_{cm} + mD^2 = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}mL^2 + \frac{1}{4}mL^2$

$= \frac{1}{3}mL^2.$

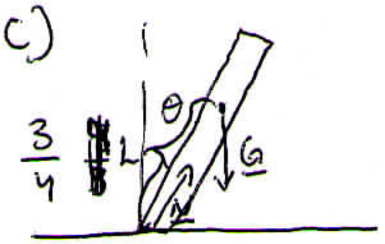
Deretter bruker jeg superposisjon og adderer treghetsmomentet til blyspissen (som er i en lengde L unna rotasjonsaksen)

$I_{tot} = \frac{1}{3}mL^2 + mL^2 = \underline{\underline{\frac{4}{3}mL^2}}$

3/3

Side/Page: 8

c)



$$\Sigma \underline{\tau} = \underbrace{\underline{\tau}_N}_{0} + \underline{\tau}_G = I_z \alpha_z$$

$\underline{\tau}_N$ er 0 fordi kraftarmen $\bar{r} = 0$

$$\underline{\tau}_G = \underline{r} \times \underline{G} = I_z \alpha_z$$

$$\boxed{\underline{r} = \left(\tfrac{3}{4} L\cos\theta\, \underline{i} + \tfrac{3}{4} L \sin\theta\, \underline{j}\right)}$$

$\vec{r} = \frac{3}{4} L \sin\theta\, \hat{i} + \frac{3}{4} L\cos\theta\, \hat{j}$

masse med Slytupp : 2m

$$\left(\tfrac{3}{4} L\cos\theta\, \underline{i} + \tfrac{3}{4} L \sin\theta\, \underline{j}\right) \times -mg\, \underline{j} = \cancel{-\tfrac{4}{3} L mg\, \underline{k} = I_z \alpha_z}$$

$$\cancel{\alpha_z = -\frac{\frac{4}{3} L mg}{I_z}\underline{k} = -\frac{\frac{4}{3} L mg}{\frac{4}{3} m L^2}\underline{k} = -\frac{g}{L}\underline{k}}$$

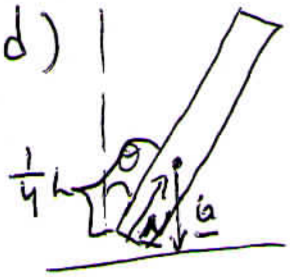
$$= -\tfrac{3}{4} L\cos\theta\, mg\, \underline{k} = I_z \alpha_z$$

$$\alpha_z = \frac{-\frac{3}{4} mg L\cos\theta\, \underline{k}}{I_z} = \frac{-\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} mg L \cos\theta\, \underline{k}}{\frac{4}{3} m L^2}$$

$$\underline{\underline{\alpha_z = \frac{-9g\cos\theta}{16L}\underline{k}}}$$

Vinkelakselerasjonen til stangen med en helningsvinkel θ er $\alpha_z = \frac{-9g\cos\theta}{16L}\underline{k}$

3/4

d) 

$$\tau_G = \underline{r} \times \underline{G} = I_z \alpha_z$$

$$\left(\tfrac{1}{4} h \cos\theta \,\underline{i} + \tfrac{1}{4} h \sin\theta \,\underline{j}\right) \times -mg\,\underline{j} = I_z \alpha_z$$

$\sin\theta$ $\cos\theta$ $2m$

$$\alpha_z = \frac{-\tfrac{1}{4} h \cos\theta\, mg\, \underline{k}}{I_z} = \frac{-\tfrac{1}{4}\cdot\tfrac{3}{4} \cancel{h} \cos\theta \cancel{m} g\, \underline{k}}{\tfrac{4}{3} \cancel{m} h^{\cancel{2}}}$$

treghetsmoment er nå: $I = \frac{1}{3} m L^2$
(Slyhoppen bidrar ikke)

$$\alpha_z = -\frac{3 g \cos\theta\, \underline{k}}{16 h}$$

Nå er vinkelakselerasjonen $\frac{1}{3}$ av det den var i start. Stangen vil altså ha en mindre vinkelakselerasjon om den bikker litt til siden (og også et mindre kraftmoment) så den vil være stødigere med den tunge enden ned.

α blir større..

2/4

e) fordi det er lettere å justere ~~kraftmo~~ bevegelsen når treghetsmomentet er mindre. Kraftmomentet nede er mindre enn oppe, → lettere å justere...

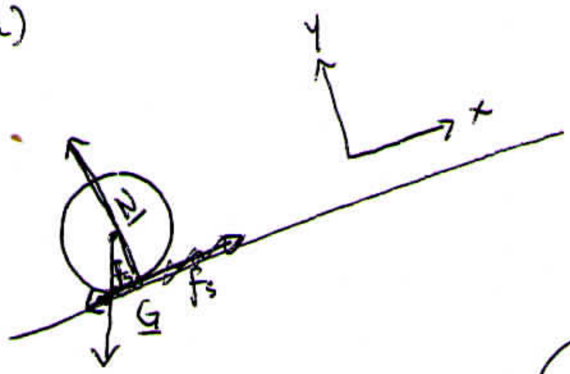
treghetsmoment er større med den tynne enden på fingeren.

1 poeng for at du argumenterte med treghetsmoment og kraftmoment, selv om argumentasjonen ikke er riktig

1/5

Oppgave 5

a)

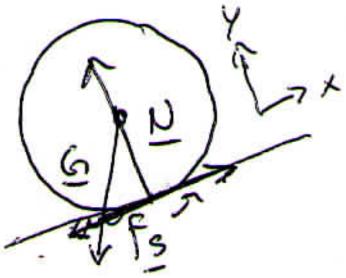


$\underline{N}$ = normalkraft

$\underline{G}$ = Gravitasjonskraft

$\underline{f_s}$ = statisk friksjonskraft.

Større tegning :



3/3

b) Kraftmoment er gitt ved $\underline{r} \times \underline{F}$

$$\underline{\tau}_G = \underline{0} \times \underline{G} = 0$$

$$\underline{\tau}_N = -R\underline{j} \times N\underline{j} = 0$$

$$\underline{\tau}_{f_s} = -R\underline{j} \times +f_s\underline{i} = +Rf_s\,\underline{k}$$

3/3

c)

0/5

d) Rullebetingelsen er gitt ved $V = -\omega R$, om vi deriverer dette får vi $a = -\alpha R$

$$\alpha = \frac{a}{-R} = \frac{-\frac{5}{7} g \sin\theta}{-R}$$

$$\tau_{f_s} = +R f_s \underline{k} = I_z \alpha_z$$

$$+\cancel{R} f_s \underline{k} = \frac{2}{\cancel{5}} m \cancel{R^2} \cdot \frac{+\frac{\cancel{5}}{7} g \sin\theta}{\cancel{R}}$$

$$\underline{\underline{f_s = \frac{2}{7} m g \sin\theta}}$$

3/3

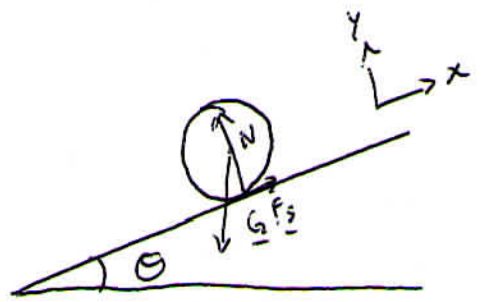
e) Den vil begynne å skli når $V < -\omega R$ og når $a < -\alpha R$.

$$\alpha = \frac{\bar{f}_s R}{I_z} = \frac{\bar{f}_s \cancel{R}}{\frac{2}{5} m R^{\cancel{2}}} = \frac{5 \bar{f}_s}{2 m R}$$

Se s. 13

$$a < -\frac{5 \bar{f}_s}{2m} \Rightarrow \underline{\underline{\bar{f}_s > \frac{2am}{-5}}}$$

f)



$$\Sigma F_x = \underline{f_s} - G_x = ma$$

Her er energi bevart siden det bare er konservative krefter som virker på kulen, og siden f_s ikke gjør noe arbeid på kulen.

$E_0 = E_1$

ok.

~~Bruker også rullebetingelsen $V_0 = \omega R$ siden kula ruller uten å skli. $\omega = \frac{V_0}{R}$~~

$\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m} g h$ (hvor $h = s\sin\theta$)

Kulen har også rotasjonsenergi: $\frac{1}{2} I \omega_0^2$

$$s\sin\theta = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2g\sin\theta}$$

Kulen vil rulle uten å skli til den kommer til s, deretter vil den snu og rulle tilbake.

Kan være at den sklir på vei ned.

3/6

e) ~~Kulen vil begynne å skli når $G_x \geq f_{max}$~~

~~$mg \sin\theta \geq N$~~

For at kulen akkurat ikke skal begynne å skli, må $G_x = f_{max}$

$$Mg\sin\theta = \mu_{s,max} N \qquad (N = mg\cos\theta)$$

$$Mg\sin\theta = \mu_{s,max} Mg\cos\theta$$

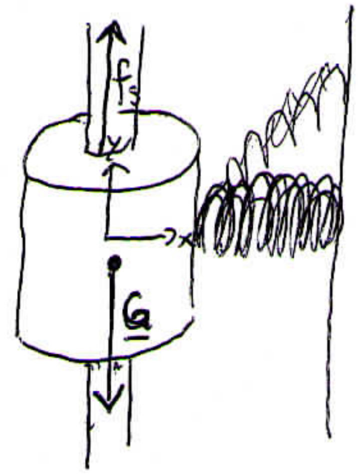
1 poeng for $f_{max} = \mu_s N$

$$\mu_{s,max} = \tan\theta$$

1/4

Oppgave 6

a)



$\underline{f_s}$ er den statiske friksjonskraften

$\underline{G}$ er gravitasjonskraften.

normalkraft fra stengen ?
fjærkraft ?

2/4

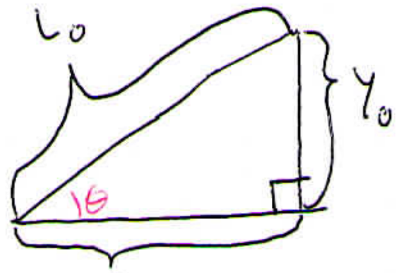
b) ~~Atte~~ Vi har at $F(x) = -k(x - x_0)$

$$F(l) = -k(l - l_0)$$

hvor l er gitt ved $l = \sqrt{y^2 + d^2}$

$$F(l) = -k\left(\sqrt{y^2+d^2} - d\right)$$ ok

$$F(y) = -k(y - y_0)$$



$$y_0 = \frac{y\cancel{d}}{\cancel{d}} = \frac{y\,d}{\sqrt{y^2+d^2}}$$

du må bruke $\sin\theta = \frac{y}{l}$ for å finne y-komponenten til fjærkraften.

$$F(y) = -k\left(y - \frac{y\,d}{\sqrt{y^2+d^2}}\right) = -ky\left(1 - \frac{d}{\sqrt{y^2+d^2}}\right)$$

2/4

c) $F(l)^2 = F(x)^2 + F(y)^2$

$F(x)^2 = F(l)^2 - F(y)^2$ ok måte for å finne F_x

$F(x)^2 = -k^2\left((y^2+d^2) - 2d\sqrt{y^2+d^2} + d^2\right) +$

$k^2 y^2 \left(1 - \frac{2d}{\sqrt{y^2+d^2}} + \frac{d^2}{y^2+d^2}\right)$

$= k^2\left(\cancel{-y^2} \cancel{-d^2} - 2d\sqrt{y^2+d^2} \cancel{+d^2} \cancel{+y^2}\right.$

rotet deg bort her... $\left. - \frac{2dy^2}{\sqrt{y^2+d^2}} + \frac{d^2y^2}{y^2+d^2}\right)$

$F(x) = \sqrt{k^2\left(2d\sqrt{y^2+d^2} - \frac{2dy^2}{\sqrt{y^2+d^2}} + \frac{d^2y^2}{y^2+d^2}\right)}$

2/3

d

$$\sum F_y = G + f_d + F(y) = ma$$

burde bruke N2L i x-retning for å finne N og så bruke $f = \mu_d N$

$$f_d = m\vec{a} - \underline{G} - \vec{F}(y)$$

1 poeng for bruk av N2L

1/4

e) for i in range(n+1):

Skulle vært minus.

$$a = \frac{mg + f_d + F(y)}{m}$$

du burde regne ut kreftene i for-løkken.

```
v[i+1] = v[i] + a*dt
x[i+1] = y[i] + v[i+1]*dt
t[i+1] = t[i] + dt
```

Euler-Cromer ok

3/5

f) det vil være dobbelt så tungt å dra sylindreen ned, og sylinderen vil bli akselerert dobbelt så raskt oppover. Den vil ~~raskt~~ få større hastighet enn hva den hadde med bare en fjær, ettersom den dynamiske friksjons-koeffisienten er konstant.

riktig, men hovedpoeng er at friksjonen er borte i denne situasjonen.

2/5