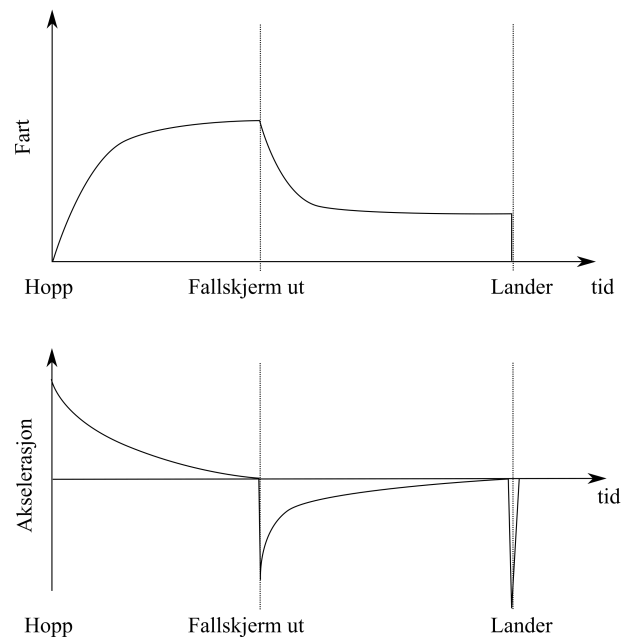
Løsningsforslag til konteeksamen i FYS1001, 16/8-2019

Oppgave 1

a) Vi velger positiv retning nedover, og får fart og akselerasjon som funksjoner av tida



b) Vi bruker Young-Laplace likninga, men må huske på at for ei såpeboble er det to overflater, slik at trykkforskjellen blir den dobbelte av hva vi får med en dråpe

$$\Delta p = \frac{4\gamma}{r} = 2,5 \text{ Pa}$$

c) Det er umulig å gi de to vognene ulik fart så lenge mannen faller rett ned på bakken. Det vil si at han ikke har noen fart horisontalt idet han slipper vognene. Bevegelsesmengden er bevart, og null før bevegelsen starter. Siden mannen ikke har noen bevegelsesmengde i horisontal retning, må de to vognene ha like store og motsatt rettede bevegelsesmengder.

d) Siden ingen ytre krefter virker er bevegelsesmengden bevart. Vi kaller farten til klossen etter støtet V og får at

$$mv = MV + m\frac{v}{2}$$

som gir

$$V = \frac{m}{2M}v$$

Før støtet er den kinetiske energien $\frac{1}{2}mv^2$, mens den etter støtet er

$$\frac{1}{2}m(v/2)^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{8}mv^2 + \frac{1}{2}M\frac{m^2}{4M^2}v^2 = \frac{5}{32}mv^2$$

Endringen i kinetisk energi er

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{5}{32}mv^2 = \frac{11}{32}mv^2$$

e) Vi kaller startfarten v og sluttfarten v_s. Etter strekningen s er farten $2v$, som betyr at vi kan finne akselerasjonen a fra

$$(2v)^2 - v^2 = 2as$$

som gir oss $as = \frac{3}{2}v^2$. Den tilsvarende likningen for strekningen $2s$ er

$$v_s^2 - v^2 = 2a(2s) = 4as = 6v^2$$

der vi i siste likhetstegn satte inn for as som vi fant over. Dermed er $v_s = \sqrt{7}v$.

f) Trykket avhenger bare av dybden og ikke formen på beholderen. Trykket er derfor det samme i bunnen av de tre beholderne.

Oppgave 2

a) Idealgassloven:

$$pV = NkT$$

I en lukket boks er antal, partikler, N, konstant. Vi vet også at V er konstant siden boksen ikke utvider seg under oppvarmingen. Derfor har vi at

$$\frac{p}{T} = \frac{Nk}{V} = konst.$$

Nå kan vi sammenlikne p, V og T før og etter oppvarmingen:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Løser dette for p_2:

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1}$$

Vi må gjøre om fra C til K før vi kan bruke temperaturene: $T_1 = (22+273)$ K $= 295$ K, $T_2 = (82+273)$ K $= 355$ K. Trykket etter oppvarmingen blir

$$p_2 = \frac{101 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 355 \text{ K}}{295 \text{ K}} = 122 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 122 \text{ kPa}$$

b) I løpet av et tidsrom $\Delta t = 1$ time $= 3600$ s blir varmen

$$Q_v = P_v \Delta t$$

overført til motoren, der $P_v = 500$ W. Samtidig gjør motoren arbeidet

$$W = P_m \Delta t$$

der $P_m = 320$ W.

Da kan vi finne overskuddsvarmen Q_v i løpet av denne timen fra energibalansen til motoren:

$$Q_v = W + Q_k$$

$$Q_k = Q_v - W = P_v \Delta t - P_m \Delta t = (P_v - P_m)\Delta t$$

$$Q_k = (500 \text{ W} - 320 \text{ W}) \cdot 3600 \text{ s} = 648 \text{ kJ}$$

c) Siden sammenhengen mellom frekvens f og bølgelengde λ er

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

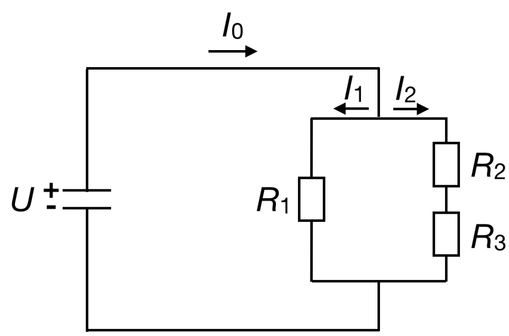
der v er bølgefarten, vil de laveste frekvensene tilsvare de største bølgelengdene for egensvingninger på strengen. Den tre lengste bølgelengde er gitt ved

$$\lambda_1 = 2L$$
$$\lambda_2 = L$$
$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L$$

som gir

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{230 \text{ m/s}}{2,4 \text{ m}} = 96 \text{ Hz}$$
$$f_2 = \frac{v}{L} = 2f_1 = 192 \text{ Hz}$$
$$f_3 = \frac{3v}{2L} = 3f_1 = 288 \text{ Hz}$$

d) Vi kan starte med å tegne opp kretsen på nytt, så den blir lettere å forstå:



Her er $U = 12$ V, $R_1 = 8,0\Omega$, $R_2 = 5,0\Omega$ og $R_3 = 3,0\Omega$.

Strømmen gjennom batteriet er I_0. For å finne ut hvor stor strøm som kan gå gjennom kretsen må vi finne den totale motstanden i kretsen, R_{123}.

Vi starter med å finne totalresistansen i seriekoblingen av R_2 og R_3. Den er

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 5,0\Omega + 3,0\Omega = 8,0\Omega$$

Deretter kan vi finne totalresistansen i seriekoblingen av R_1 og R_{23}. Den blir

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}$$

$$R_{123} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{8,0\Omega \cdot 8,0\Omega}{8,0\Omega + 8,0\Omega} = 4,0\Omega$$

Nå kan vi bruke Ohms lov til å finne strømmen I_0 gjennom batteriet:

$$U = R_{123} I_0$$

$$I_0 = \frac{U}{R_{123}} = \frac{12 \text{ V}}{4,0\Omega} = 3,0 \text{ A}$$

e) Et elektron blir akselerert gjennom en spenning $U_{ka} = 12$ kV. Hvis elektronet starter fra ro, kommer det frem til anoden med bevegelsesenergien

$$E_{k0} = qU_{ka} = (-1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot (-20 \cdot 10^3 \text{ V}) = 3,20 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Når elektronene produserer røntgenstråler i interaksjonen med atomkjernene i anoden, kan røntgenfotonene maksimalt få samme energi som de innkommende elektronene. Vi har

$$E_{f_m aks} = E_{k0}$$

Fotonenes bølgelengde er gitt av fotonenergien ved

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

Derfor vil den minste bølgelengden være gitt av

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{E_{f,maks}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\text{Js} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3,20 \cdot 10^{-15} \text{ J}} = 6,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

f) I følge bevaringslovene for kjernereaksjoner skal både nukleontallet og protontallet være bevart i en kjernereaksjon.

Nukleontallet:

$$234 = A + 0$$

$$A = 234$$

Protontallet:

$$90 = Z - 1$$

$$Z = 91$$

Datterkjernen er derfor $^{234}_{91}$Pa.

Oppgave 3

a) Det er bare tyngdekrafta fra jorda som virker på satelitten. Den er rettet rett inn mot jorda, og vinkelrett på satellittbanen. Motkraften virker fra satelitten på jorda.

b) Tyngdekrafta er

$$G = \gamma \frac{Mm}{r^2}$$

der M er jordas masse, m er satellittens masse og r er radien i sirkelbanen. Vi vet at denne krafta må være sentripetalkrafta, og dermed har vi

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Det gir at farta er

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}$$

Et omløp har lengden $s = 2\pi r$ og tar tida $T = 1$ døgn $= 86400$ s (egentlig bør vi her bruke den tida jorda bruker på å rotere en omdreining i forhold til fjerne stjerner, 86164 s, som er litt mindre enn et døgn, begge godtas som fullverdige løsninger). Vi har da

$$s = 2\pi r = vT = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}} T$$

som vi kan løse og finne

$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} = 4,22 \cdot 10^7 \text{ s.}$$

c) Siden krafta hele tida står vinkelrett på banen er arbeidet null.

Oppgave 4

a) Her er temperaturforskjellen $\Delta T = 50$ K, arealet $A = 2,6$ m^2 lengden $L = 2,0$ cm. Da blir varmestrømmen

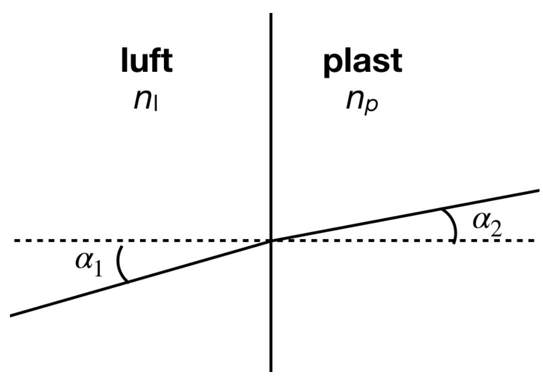
$$H = \lambda A \frac{\Delta T}{L} = 0,42 \text{ kW}.$$

b) Temperaturen på overflaten er høyere enn omgivelsenes fordi varmen også må ledes bort fra overflaten. Dette skjer ved varmeledning eller konveksjon i lufta og ved varmestråling. Men siden det hele tiden tilføres ny varme fra varmtvannet vil temperaturen på overflaten holde seg høyere enn omgivelsestemperaturen.

c) Varmestrømmen gjennom isolasjonen på varmtvannstanken er 0,42 kW som vi fant i a). Det betyr en energimengde på 0,42 kW · 24 h=10kWh på et døgn. Dette koster 9,0 kr.

Oppgave 5

a) Vi starter med å tegne opp en figur:



Her er $\alpha_1 = 16,0°$, $\alpha_2 = 10,7°$, $n_l = 1,00$ og vi ønsker å finne n_p.

Her kan vi bruke Snells lov:

$$n_l \sin \alpha_1 = n_p \sin \alpha_2$$

$$n_p = n_l \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = 1,00 \cdot \frac{\sin(16,0°)}{\sin(10,7°)} = 1,48$$

b) Frekvensen f til laserlyset vil være den samme i både luft og plast, men siden lysfarten er forskjellig i de to mediene vil også bølgelengden være forskjellig. Sammenhengen mellom lysfart, frekvens og bølgelengde er gitt ved

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

I luft er bølgelengden $\lambda_l = 550$ nm. Hvis lysfarten i luft er den samme som i vakuum, c_0, og den er c_p i plast, kan vi finne bølgelengden λ_p i plasten ved

$$\frac{c_0}{\lambda_l} = \frac{c_p}{\lambda_p}$$

$$\lambda_p = \lambda_l \frac{c_p}{c_0}$$

Forholdet c_0/c_p er gitt ved brytningsindeksen:

$$n_p = \frac{c_0}{c_p}$$

Derfor får vi

$$\lambda_p = \frac{\lambda_l}{n_p} = \frac{550 \text{ nm}}{1,48} = 371 \text{ nm}$$

c) Sammenhengen mellom fotonenergi E_f, løsrivingsarbeid W_l og bevegelsesenergien E_k til de frigjorte elektronene i fotoelektrisk effekt er gitt ved

$$E_f = W_l + E_k$$

Fotonenergien er

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}$$

og bevegelsesenergien til elektronene er

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2$$

Derfor blir løsrivingsarbeidet

$$W_l = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2} m_e v^2$$

$$W_l = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js} \cdot 3,00 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (2,96 \cdot 10^{5} \text{ m/s})^2 = 3,22 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Oppgave 6

a) Den elektriske kraften som virker på en ladd partikkel er gitt av det elektriske feltet $\vec{E}$:

$$\vec{F_e} = q\vec{E}$$

Kraften vil altså peke i retning av feltet for en positivt ladd partikkel, og i motsatt retning av feltet for en partikkel med negativ ladning.

I en platekondensator peker det homogene elektriske feltet fra den positive til den negative platen. Retningen på den elektriske kraften på partikkelen i dette tilfellet vil derfor være nedover.

Feltstyrken E i en platekondensator er gitt ved spenningen U og avstanden mellom platene d slik:

$$E = \frac{U}{d}$$

Derfor blir kraften på partikkelen

$$F_e = \frac{qU}{d} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 6,0\ \mathrm{kV}}{3,00 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 3,2 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{N}$$

b) Siden farten til partikkelen og magnetfeltet står vinkelrett på hverandre, er størrelsen på den magnetiske kraften

$$F_B = qvB = 1,6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 2,0 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s} \cdot 1,1\ \mathrm{T} = 3,5 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{N}$$

Bruker høyrehåndsregelen og finner at retningen til den magnetiske kraften blir oppover.

c) Dersom den magnetiske kraften og den elektriske kraften på partikkelen er like store og motsatt rettet, vil partikkelen fortsette rett frem og komme ut på den andre siden av kondensatoren. Siden den magnetiske kraften avhenger av fart, vil dette bare være tilfellet for partikler med en bestemt fart for en gitt kombinasjon av E og B. Slik kan man regulere enten E eller B for å velge ut partikler med en bestemt fart til å bli med videre inn i instrumentet.

Om vi tar utgangspunkt i det elektriske feltet i oppgave a), kan vi finne størrelsen på det magnetiske feltet som ville fått vår partikkel til å gå rett frem:

$$F_B = F_e$$

$$qvB = qE$$

$$B = \frac{E}{v} = \frac{U}{dv} = \frac{6,0\ \mathrm{kV}}{3,00\ \mathrm{mm} \cdot 2,0 \cdot 10^6\ \mathrm{m/s}} = 1,0\ \mathrm{T}$$