Løsningsforslag til eksamen i FYS1001, 12/6 2019

Oppgave 1

a) Her kan vi bruke en av bevegelseslikningen for konstant akselerasjon:

$$s = \frac{1}{2}(v + v_0)t$$

Vi setter inn $v = 100$ km/t = 27,8 m/s, $v_0 = 0$ og $t = 2{,}5$ s. Dette gir

$$s = \frac{1}{2} \cdot 27,8 \text{ m/s} \cdot 2,5 \text{ s}$$

$$s = 35 \text{ m}$$

b) Huska når en høyde $h = 15$ cm etter å ha blitt satt i bevegelse med en fart v_1. Her kan vi bruke energibevaring for å finne farten v_1:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s} \cdot 0,15 \text{ m}} = 1,7 \text{ m/s}$$

Ballen treffer barnet med en fart v_0. Ballen har massen $m_b = 2{,}1$ kg, og huska med barnet har massen $m_h = 16$ kg. Her kan vi bruke bevaring av bevegelsesmengde for å finne farten til ballen:

$$m_b v_0 = (m_b + m_h)v_1$$

$$v_0 = \frac{m_b + m_h}{m_b} v_1 = \frac{2,1 \text{ kg} + 16 \text{ kg}}{2,1 \text{ kg}} \cdot 1,7 \text{ m/s} = 15 \text{ m/s}$$

c) Her kan vi sammenligne et punktet der vannet renner ut av hullet (2) med et punkt i samme høyde inne i reservoaret (1). Bernoullis likning sier at

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

I (1) er vannet tilnærmet i ro, $v_1 = 0$. Vi vet også at (1) og (2) er i samme høyde, $h_1 = h_2$. Dette gir

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Punktet (1) er i en høyde $H = 3{,}0$ m under vannoverflaten. Det hydrostatiske trykket i (1) blir da

$$p_1 = p_0 + \rho g H$$

I (2) renner vannet ut i friluft og trykket må være det samme som atmosfæretrykket:

$$p_2 = p_0$$

Dette gir

$$p_0 + \rho g H = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

som vi kan løse for v_2:

$$v_2 = \sqrt{2gH} = 7,7 \text{ m/s}$$

d) Siden væsken er ikke-kompressibel med neglisjerbar viskositet beskrives trykket i væskestrømmen av Bernoullis likning. Derfor vet vi at væsken har lavere trykk der farten er større. Kontinuitetslikningen forteller oss at farten til væsken må være større der rørets tverrsnitt er mindre. Væsken strømmer altså fortere på høyre side, og der er trykket også mindre.

Når trykket utenfor boblene blir mindre, har vi ikke lengre kraftbalanse på bobleveggen. Den totale kraften fra vannet som klemmer boblen sammen blir mindre enn kraften fra lufta inne i bobla som presser den utover. Derfor vil boblene bli større når trykket i væsken reduseres, der røret er smalere. Figuren lengst til venstre er riktig.

e) Når Astri står på baderomsvekta, viser den vekten hennes målt i kg, men det den egentlig måler er normalkraften fra henne på vekta. Siden hun står i ro, er normalkraften like stor som tyngdekraften, $N = G$.

På jorda viser vekta verdien $m_{vekt,j}$ som er beregnet slik:

$$m_{vekt,j} = \frac{N}{g} = \frac{G_j}{g}$$

Her er G_j tyngdekraften som virker på Astri når hun står på jorda, $G_j = mg$. Vekta viser derfor

$$m_{vekt,j} = \frac{G_{jord}}{g} = \frac{mg}{g} = m$$

som altså er det samme som hennes virkelige masse i kg.

På månen vil vekta vise

$$m_{vekt,m} = \frac{G_m}{g}$$

Her kan vi finne G_m ved hjelp av Newtons gravitasjonslov:

$$G_m = \gamma \frac{mM_m}{R_m^2}$$

Her er $M_m = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg månens masse, og $R_m = 1,737 \cdot 10^6$ m månens radius (avstanden fra månens sentrum til Astri når hun står på månens overflate). Dette gir

$$m_{vekt,m} = \frac{\gamma m M_m}{R_m^2 g} = 26,2 \text{ kg}$$

f) Vi har en varmemaskin som opererer mellom $T_V = 373$ K og $T_K = 273$ K. Den henter varmen $Q_V = 100$ J fra det varme reservoaret og leverer $W = 30$ J nyttig arbeid.

Virkningsgraden til denne maskinen blir

$$\eta = \frac{W}{Q_V} = 0,30$$

Samtidig vet vi at virkningsgraden ikke kan være større enn Carnotvirkningsgraden, som er

$$\eta_C = 1 - \frac{T_K}{T_V} = 0,27$$

Vi ser at $\eta > \eta_C$. Derfor er det ikke mulig å operere en varmemaskin med de oppgitte parametrene.

Oppgave 2

a) Den venstre motstanden på 25 Ω er koblet direkte til batteriet, og spenningen over den er derfor 10 V. Strømmen gjennom den blir da $10 \text{ V}/25\Omega = 0,40$ A. Den andre motstanden på 25 Ω er koblet i serie med to motstander på 10 Ω, og totalresistansen i den greina er 45 Ω. Strømmen gjennom den blir dermed $10 \text{ V}/45\Omega = 0,22$ A.

b) Effekten er $P = 3,5 \cdot 10^{-5}$ W og arealet som den fordeles utover er $A = 4\pi r^2$ der $r = 30$ m er avstanden fra lydkilden til der lyden måles. Dermed er intensiteten $I = P/A = 3,1 \cdot 10^{-9}$ W/m^2.

c) Resonans er et fenomen som oppstår dersom vi har et system som har naturlige svingninger med en bestemt frekvens, egenfrekvensen. Når vi påvirker dette systemet med en periodisk ytre kraft vil amplituden til svingningene som oppstår avhenge av hvor nær frekensen til den ytre kraften er til egenfrekvensen. Hvis de to frekvensene er veldig forskjellige vil det bli liten amplitude, men hvis den ytre kraften har en frekvens lik eller nær egenfrekvensen kan amplituden bli stor, og dette kaller vi resonans.

d) Lange bølger har fotoner med liten energi, og de lengste bølgene må være de der energiforskjellen i atomet er minst. Det betyr at det må være fra nivå 2 til nivå 1. Energiforskjellen er da

$$\Delta E = -\frac{B}{2^2} - \left(-\frac{B}{1^2}\right) = 1,64 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Bølgelengden er

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{\Delta E} = 122 \text{ nm}$$

e) Normalt vil lyset brytes når det går fra lufta og inn i øyet vårt. Siden overflata til øyet er krum vil dette gjøre at lysstrålene samles innover i øyet (øyet virker som ei samlelinse). Når vi ser under vann blir brytningen ved overgangen mellom vann og øye mye mindre siden brytningsindeksene til vann og øyet er ganske like (1,33 for vann og 1,38 for det øverste laget i øyet). Lysstrålene vil derfor ikke samles like godt, og vi får et uskarpt bilde på netthinna. Med svømmebriller blir brytningen inn i øyet slik den skal være, og vi ser skarpt. Glasset i svømmebrillene må være flatt for at vi ikke skal få ekstra brytning i brilla. En fisk har øyne som er tilpasset å se i vann, og lysstrålene samles derfor i et skarpt bilde når øyet er i vann.

I luft vil strålene brytes for mye, og fisken ser uskarpt. Med vannfylte svømmebriller ser fisken fint på land (men jeg har aldri hørt om noen som har gjort det forsøket....).

f) Ballongen blir normalt negativt ladet. Når du holder den mot taket vil de negative ladningene i ballongen trekke til seg de positive delene av atomene i taket, mens de negative skyves bort. Vi sier at det ytterste laget av taket blir polarisert. Dermed får taket en overflate som er positivt ladet, og gir tilstrekkelig tiltrekning til at ballongen holdes oppe. De negative ladningene lengre inn vil prøve å presse ballongen bort, men de er lengre unna, og gir dermed mindre kraft.

Oppgave 3

a) Aktivitet er antall henfall per sekund, den blir dermed

$$A = 2,00 \cdot 10^5 / 3600 \text{ s} = 55,6 \text{ Bq}$$

b) Dosen er energi per kilo, dvs. $D = 0,20$ J/60 kg $= 3,3$ mGy.

c) Doseekvivalenten får vi ved å multiplisere dosen med den vektfaktoren. For β-stråling har vi altså $H = 1{\cdot}3{,}3$ mGy = 3,3 mSv. mens for α-stråling får vi $H = 20{\cdot}3{,}3$ mGy = 67 mSv.

Oppgave 4

a) Vi har V = 1,2 liter $= 1,2 \cdot 10^{-3}$ m^3 vann. Leser av fra figuren at starttemperaturen $T_0 = 15$°C, og at det $\Delta t_1 = 360$ sekunder å varme opp vannet til kokepunktet, $T_1 = 100$°C.

Varmen Q_1 som tilføres vannet er i løpet av denne oppvarmingen er

$$Q_1 = c_m m \Delta T = c_m \rho_v V (T_1 - T_0)$$

All den elektriske energien som tilføres kokeplata blir omdannet til varme som tilføres vannet. Effekten til kokeplata beskriver hvor mye varme den leverer per tid:

$$P = \frac{Q}{t}$$

og vi kan finne effekten ved å bruke varmen og tiden vi fant over:

$$P = \frac{Q_1}{\Delta t_1} = \frac{c_m \rho_v V(T_1 - T_0)}{\Delta t_1} = 1,2 \text{ kW}$$

b) Når temperaturen når kokepunktet, holder temperaturen i vannet seg konstant selv om det tilføres varme. Det er fordi all varmen går med på å fordampe vannet. Når alt vannet har fordampet, kan temperaturen stige igjen (fordi termometeret kommer i kontakt med, eller mottar strålingsvarme fra, den varme kjelebunnen). Dette kan skje etter tiden Δt_2 som det tar å fordampe alt vannet. Den er gitt av

$$Q_2 = P\Delta t_2 = l\rho_v V$$

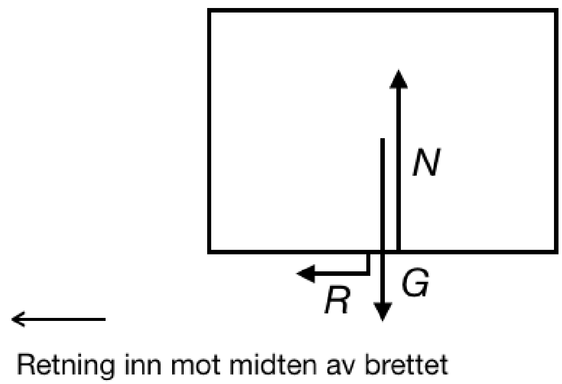
$$\Delta t_2 = \frac{l\rho_v V}{P} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ s} = 32 \text{ min}$$

c) I en induksjonstopp settes det opp et varierende magnetfelt som gjør at det induseres elektrisk strøm inne i bunnen på kjelen. Strømmen i kjelebunnen fører til oppvarming av kjelen. Her blir altså varmen produsert inne i kjelen, svært nær vannet. Om du tar kjelen av plata merker du at plata er blitt litt varm, men ikke så veldig. Det meste av varmen er blitt overført til vannet.

I en keramisk koketopp er det selve koketoppen som varmes opp. Da går den elektriske energien først til å nå en høy temperatur i selve koketoppen, slik at varmen kan ledes over til kjelen og videre over til vannet. Når du skrur av plata og løfter kjelen vekk, er koketoppen fortsatt svært varm. Det tar tid før restvarmen i koketoppen ledes vekk til resten av ovnen og til lufta rundt. All denne varmen er altså ikke blitt overført til vannet. Det at en keramisk koketopp må varme opp en betydelig masse før vannet varmes opp, gjør at energibruken i dette systemet er mindre effektiv enn i induksjonstoppen.

Oppgave 5

a) Tegning av kreftene som virker på klossen:

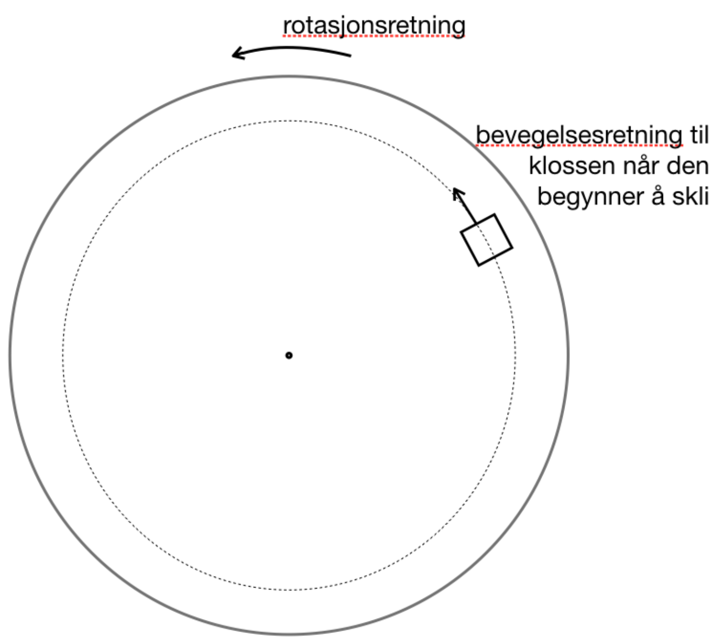


G er tyngdekraften fra jorda på klossen. Motkraften G' virker fra klossen på jorda.

N er normalkraften fra brettet på klossen. Motkraften N' virker fra klossen på brettet.

R er friksjonskraften fra brettet på klossen. Motkraften R' virker fra klossen på brettet.

b) Klossen vil bevege seg tangentielt på rotasjonen:



c) Når klossen begynner å skli er det fordi friksjonskraften ikke lengre er stor nok til å gi den akselerasjonen inn mot midten som kreves for å holde klossen i den sirkulære banen på brettet.

Vi kan se på hva som skjer rett før klossen begynner å gli. I følge Newtons 2. lov er det summen av kreftene inn mot midten av sirkelen som gir akselerasjonen, som også peker inn mot midten:

$$F_r = ma = m\frac{v^2}{r} = R = \mu_s mg$$

der hvilefriksjonstallet $\mu_s = 0,50$. Dette er den maksimale verdien som R kan ha: Blir farten v høyere enn dette, er ikke friksjonskraften lengre stor nok til å holde klossen på plass. Farten i dette øyeblikket er

$$v = \sqrt{\mu_s g r} = 0,63 \text{ m/s}$$

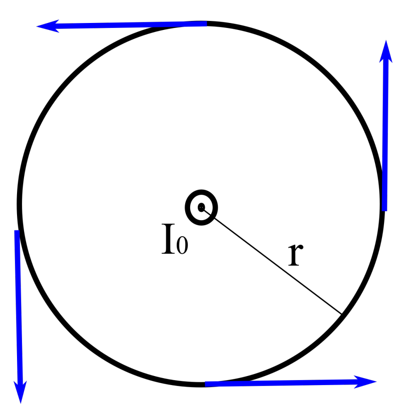
Når farten blir større enn dette, begynner klossen å skli.

Oppgave 6

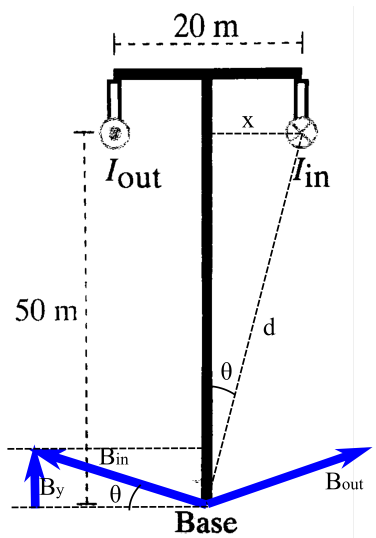
a) Feltet i en avstand $r = 50$ m fra en rett leder med strømmen $I_0 = 1,0 \cdot 10^4$ A er

$$B = \frac{k_m I_0}{r} = 40\mu\text{T}$$

Det er rettet vinkelrett på strømmen og på vektoren fra ledningen til feltpunktet.



b)



Avstanden fra en ledning til et punkt midtunder masten er

$$d = \sqrt{(10 \text{ m})^2 + (50 \text{ m})^2} = 51 \text{ m}$$

Det gir et felt fra den høyre lederen (der strømmen går inn i papirplanet) som er

$$B_{in} = \frac{k_m I_0}{d} = 39,2\mu\text{T}.$$

Vertikalkomponenten til B_{in} er B_y, og siden de to vinklene merket θ på figuren er like har vi to likeformede trekanter, og derfor blir $B_y = \frac{x}{d} B_{in}$ der $x = 10$ m er avstanden fra masta og ut til den ene lederen. Siden strømmen går i motsatte retninger i de to lederne vil horisontalkomponentene til de to feltene kansellere, og vertikaldelene være like. Totalfeltet blir det dobbelte av vertikalkomponenten til B_{in}.

$$B = 2\frac{x}{d} B_{in} = 15\mu\text{T}.$$

c) Feltet under høyspentledningene er svakere enn jordas magnetfelt, men det varierer i tid i takt med vekselstrømmen i ledningene. Vi får altså en tidsavhengig fluks gjennom kroppen, som dermed induserer strøm i kroppen. Jordas magnetfelt er konstant, og gir dermed ikke noen indusert strøm.