UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS1001 — Innføring i fysikk

Eksamensdag: Hjemmeeksamen 1. juni 2021

Tid for eksamen: 09.00 – 13.00 (+ en halvtime til å levere)

Oppgavesettet er på 9 sider.

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Alle.
Eksamen skal gjennomføres selvstendig.
Du kan finne formler og konstanter på formelarket eller i pensumlitteraturen.

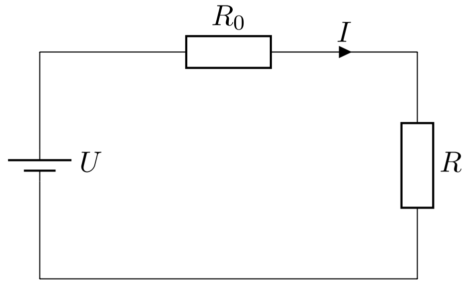
Alle delspørsmål teller likt. Du må begrunne svarene.

Sensorveiledning:

- Vi gir inntil 4 poeng per deloppgave. Vi gir alltid kun hele poeng.
- Alle svar skal begrunnes, svar uten begrunnelse gir liten eller ingen uttelling. Argumentet må henge sammen.
- Det kan trekkes når svar er for lange og inneholder irrelevant informasjon, særlig hvis det kan tolkes som helgardering. Det kan også trekkes noe hvis besvarelsen er dårlig eller rotete skrevet.
- Symboler som ikke står i oppgaveteksten må introduseres på en slik måte at det er klart hvilken størrelse de representerer.
- Hvis alt er rett unntatt en liten slurv for tallsvaret, trekkes 1p.
- Det trekkes ikke for følgefeil.
- Feil/manglende enhet gir trekk på 1p.
- Feil antall gjeldene siffer kan det trekkes noe for hvis det er ekstremt eller gjennomgående.
- Midveiseksamen teller 20%, avsluttende eksamen teller 80%.

Oppgave 1

a) Vi skal se på kretsen i figuren, der et batteri med spenning U er koblet sammen med to motstander.



Anta at $U = 9{,}0\,\mathrm{V}$, $R_0 = 10\,\Omega$ og $R = 20\,\Omega$. Finn strømmen I.

Løsning:

$$I = \frac{U}{R_0 + R} = 0{,}30\,\mathrm{A}.$$

b) Hva er galt med dette: "Effekten som varmer opp motstanden R er gitt av $P = U^2/R$". Hva er den riktige effekten som varmer opp motstanden R (uttrykk og tallsvar)?

Løsning: Det er riktig at effekten er gitt av et sånt type uttrykk, men man må bruke *spenningen over motstanden* R, som er RI, ikke U. Riktig effekt:

$$P = RI^2 = 1{,}8\,\mathrm{W}.$$

Oppgave 2

a) En bilfører kjører i $50\,\mathrm{km/h}$, men må plutselig nødbremse. Akselerasjonen under bremsing er $a = -0{,}50g$, der g er tyngdeakselerasjonen. Hvor lang blir bremselengden? Hvor mange ganger lengre blir bremselengden dersom bilen kjører dobbelt så fort?

Løsning: Bruker bevegelsesligningen $2as = v^2 - v_0^2$ og får

$$s = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{(50\,\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}})^2}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} \approx 20\,\mathrm{m}. \tag{1}$$

Siden bremselengden er proporsjonal med v_0^2, blir bremselengden 4 ganger så stor hvis farten er 2 ganger så stor.

b) Vis at friksjonskoeffisienten må være minst $\mu = 0{,}50$ for at bilen skal klare å bremse ned som i den forrige deloppgaven. Anta at veien er rett og vannrett overalt, og se bort fra luftmotstanden.

Løsning: Hvis bilen har masse m, er tyngden mg. Hvis veien er vannrett, er det ingen vertikal akselerasjon, så da må summen av kreftene i vertikal retning være null. Dvs. normalkraften har lengden $N = mg$.

Friksjonskraften er $R = -\mu N$ (hvis vi lar positiv retning være forover). Fra Newtons 2. lov i horisontal retning, $R = ma$, får vi da $-\mu mg = ma = -m \cdot 0{,}50g$, der vi i siste likhet har satt inn for akselerasjonen i a). Dette gir $\mu = 0{,}50$. For at bilen skal kunne bremse ned som i a) må altså $\mu \geq 0{,}50$.

c) Bil A med masse $m_\mathrm{A} = 1300\,\mathrm{kg}$ kolliderer med en annen bil B med masse $m_\mathrm{B} = 1800\,\mathrm{kg}$. Før kollisjonen er bil B i ro. Etter kollisjonen henger bilene fast i hverandre og beveger seg 5,0 m med låste hjul. Havarikommisjonen finner ut at friksjonskoeffisienten mellom de låste hjulene og asfalten er 0,50 denne dagen. Fartsgrensen på kollisjonsstedet var 50 km/h. Det er flat og rett vei. Kjørte bil A for fort?

Løsning: Fra forrige deloppgave har vi at de to bilene (sett på som ett legeme) har akselerasjonen $a = -0{,}50g$ etter kollisjonen, siden friksjonskoeffisienten er 0,50. Dette gir at de to bilene hadde hastigheten v_0 rett etter kollisjonen, der $v_0^2 = -2as = gs$. Her er $s = 5{,}0\,\mathrm{m}$. I selve kollisjonen må vi ha bevaring av bevegelsesmengde:

$$m_\mathrm{A} v_\mathrm{A} = (m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B}) v_0, \tag{2}$$

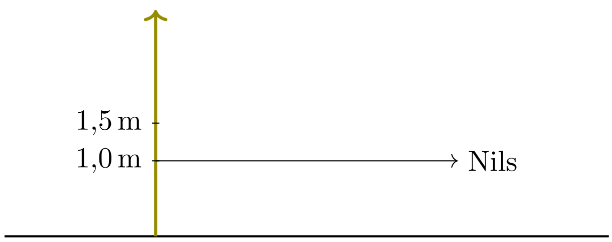
som gir

$$v_\mathrm{A} = \frac{m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}} v_0 = \left(1 + \frac{m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}}\right) \sqrt{gs} \approx 16{,}7\,\mathrm{m/s} \approx 60\,\mathrm{km/h}. \tag{3}$$

Bil A kjørte altså for fort.

Oppgave 3

a) Maria skal felle et tre. For å unngå at treet faller på naboens hus, binder hun fast et tau i treet og ber Nils om å dra alt han orker. Hvis hun binder fast tauet 1,5 m over der hun sager, klarer Nils akkurat å få treet riktig vei hvis han drar med kraften 500 N. Hvor stor kraft må han dra med hvis tauet i stedet festes 1,0 m over der hun sager? Anta at Nils holder tauet slik at det er horisontalt i begge tilfeller.



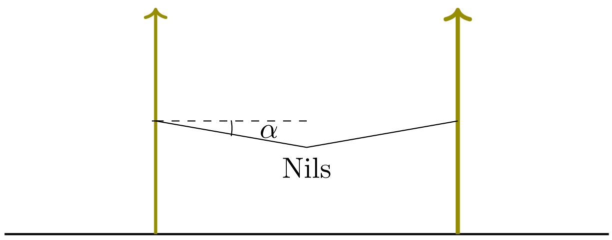
Løsning: Når Maria har saget over treet nederst, må det et visst kraftmoment til for å få treet til å falle rett vei. (Dette er egentlig for å kompensere for kraftmomentet pga. grener som peker mot naboens hus.) Dette kraftmomentet er

$$500\,\mathrm{N} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} = 750\,\mathrm{Nm}.$$

For å få samme kraftmoment med høyden 1,0 m må Nils dra med kraften

$$\frac{750\,\mathrm{Nm}}{1{,}0\,\mathrm{m}} = 750\,\mathrm{N}.$$

b) For å få enda større drag i tauet, festes tauet i et annet, stort tre, og strammes godt. Nils henger så i tauet med hele sin vekt, massen hans er 80 kg. Tauet danner vinkelen $\alpha = 10°$ med horisontalen. Hvor stort er taudraget (altså kraften i tauet)?



Løsning: Her er det viktig å tegne inn kreftene som virker på tauet der Nils er. Gjør det! Det virker kraften mg rett nedover (tyngden til Nils) og en kraft i hver retning langs tauet. Fordi tauet er i ro, er summen av kreftene i vertikal retning lik null. Dette gir

$$mg = 2 \cdot F \sin\alpha,$$

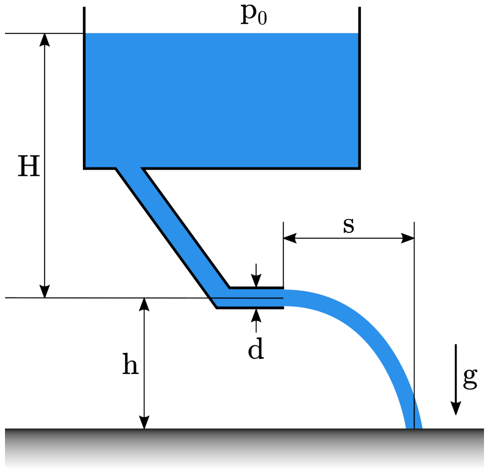
og derfor

$$F = \frac{mg}{2\sin\alpha} = 2{,}3\,\mathrm{kN}$$

Dette hjalp veldig! Nils bruker sin egen kroppstyngde (omtrent 800 N), men kraften blir nesten 3 ganger så stor.

Oppgave 4

Vann strømmer ut av et sirkulært rør med diameter $d = 10\,\mathrm{cm}$ (se figur under). Røråpningen ligger $H = 4{,}0\,\mathrm{m}$ under vannoverflaten, og $h = 2{,}0\,\mathrm{m}$ over bakken. Lufttrykket er p_0, og tyngdeakselerasjonen er $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$. Fordi vannbeholderen er stor, kan du anta at H er konstant i hele denne oppgaven.



a) Med hvilken hastighet strømmer vannet ut av røret?

Løsning: Bernoulli-likning ved vannoverflaten:

$$p_0 + \rho g(h + H) + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \text{konst}_1$$

Siden vannet ikke beveger seg der, er $v_1 = 0$. Ved enden av røret:

$$p_0 + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \text{konst}_2$$

Bevaring av energi sier at $\text{konst}_1 = \text{konst}_2$, eller

$$p_0 + \rho g(h + H) = p_0 + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v_2^2,$$

som gir

$$\rho gH = \frac{1}{2}\rho v_2^2,$$

og derfor

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\rho gH}{\rho}} = \sqrt{2gH} = 8{,}9\,\text{m/s}.$$

b) Hvor langt tid tar det før 100 liter har strømmet ut av røret?

Løsning: Volumstrømmen er

$$q_V = Av = \pi\frac{d^2}{4}v_2 = \pi\frac{(0{,}1\,\text{m})^2}{4}8{,}86\,\text{m/s} = 69{,}6\times10^{-3}\text{m}^3/\text{s} \equiv 69{,}6\,\text{L/s},$$

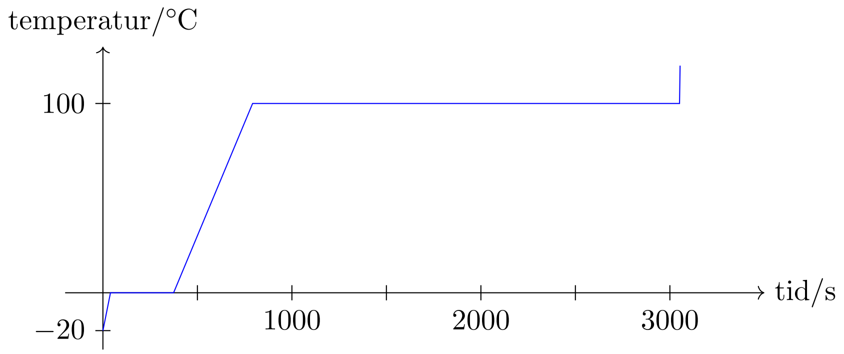
eller

$$q_V = \frac{V}{t} \to t = \frac{V}{q_V} = \frac{100\,\text{L}}{69{,}6\,\text{L/s}} = 1{,}4\,\text{s}.$$

Oppgave 5

a) En dag det er $-20\,°\mathrm{C}$ ute, henter du $1\,\mathrm{kg}$ snø, og varmer med en gang opp i en kjele på komfyren. Kokeplata står på $1000\,\mathrm{W}$ hele tiden, og vi antar at all effekt går til å varme opp det som er i kjelen. Skisser temperaturen i kjelen som funksjon av tiden, helt til alt vannet er fordampet. Ha verdier på aksene (sekunder og °C).

Løsning: Fra formelarket finner vi spesifikk varmekapasitet for snø/is og vann, og smeltevarmen og fordampningsvarmen. Siden det er $1\,\mathrm{kg}$ snø, får vi dermed at det trengs $20 \cdot 2{,}0\,\mathrm{kJ}$ for å varme opp snøen til smeltepunktet, $334\,\mathrm{kJ}$ for å smelte snøen, $100 \cdot 4{,}18\,\mathrm{kJ}$ for å varme opp vannet til kokepunktet og $2259\,\mathrm{kJ}$ til å fordampe alt vannet. Siden kokeplata står på $1000\,\mathrm{W}$, gir den energien $1{,}0\,\mathrm{kJ}$ per sekund. Vi kan derfor oversette tallene over direkte fra kJ til s, og får kurven nedenfor:



b) Hvordan kan kroppen holde kroppstemperaturen nede i $37\,°\mathrm{C}$ selv om lufttemperaturen er f.eks. $40\,°\mathrm{C}$?

Løsning: Kroppen produserer hele tiden varme, og er avhengig av å kvitte seg med energi for ikke å bli overopphetet. Når lufttemperaturen er større en kroppstemperaturen, kvitter kroppen seg med energi ved svetting og fordamping. Siden fordampingsvarmen til vann er så høy, er dette effektivt.

c) Hvor mye stråling (effekt) sender et $2\,\mathrm{m}^2$ bord ut hvis det har vanlig romtemperatur? (Bordet kan regnes som et perfekt svart legeme.) Hvorfor merker vi vanligvis ikke noe til dette?

Løsning: Med $T = 293\,\mathrm{K}$ gir Stefan-Boltzmanns lov

$$M = \sigma T^4 = 418\,\mathrm{W/m^2}.$$

Bordet stråler derfor ut ca. $800\,\mathrm{W}$. Dette merker vi ikke til vanlig, fordi alle andre ting i rommet (inklusive oss selv) stråler ut omtrent like mye. Så alle legemer mottar omtrent like stor effekt som de stråler ut.

d) I år 1900 la en forsker til side $4{,}0\,\mathrm{mg}$ radium. Hvor mye radium var det igjen i år 2000 når vi setter halveringstida til 1600 år?

Løsning: Antall radiumatomer er proporsjonalt med massen av radium. Så vi får

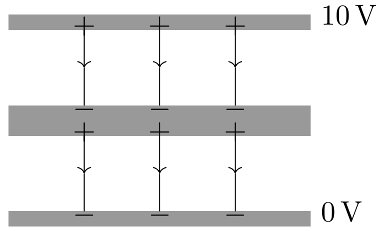
$$m = 4{,}0\,\mathrm{mg}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{100}{1600}} = 3{,}8\,\mathrm{mg}.$$

e) Se på reaksjonen ${}^{234}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + \bar{\nu}_e$.
Hvordan kan tallet 90 øke til 91 her? Hva er bevart i denne reaksjonen?
(I reaksjonen ovenfor er $\bar{\nu}_e$ et anti-nøytrino - det trenger du ikke diskutere.)

Løsning: I denne kjernereaksjonen blir Th omdannet til Pa + et elektron + et antinøytrino. Ladningstallet (atomnummeret) øker med 1 fra Th til Pa, dette er fordi et av nøytronene i Th omdannes til et proton + et elektron + et antinøytrino. Nukleontallet 234 (antall nøytroner + protoner) er bevart, det er også ladningstallet 90. I tillegg er total energi (inklusive hvileenergien (fra $E = mc^2$)) bevart.

f) Gitt en kondensator som består av to metallplater med luft mellom. Kondensatoren er ladet opp til spenningen 10 V. Vi setter deretter inn en nøytral metallplate mellom de to lederne. Vis ladningsfordelingen på kondensatorplatene og den ekstra metallplaten ved å tegne på plusser og minuser. Vis også det elektriske feltet ved å tegne feltlinjer.

Løsning:



g) Navi Gere bommet skikkelig på et orienteringsløp, og skyldte på at kompasset ble påvirket av strømmen i en høyspentlinje. Er unnskyldningen hans rimelig?

Løsning: Strømmen i høyspentlinjer gir opphav til et magnetisk felt. Men siden strømretningen i lederne veksler med frekvensen 50 Hz vil ikke kompassnåla kunne henge med. Derfor er Navis unnskyldning meget tynn.

h) Når man ser fargene til regnbuen og fargene fra et gitter (f.eks. en CD-plate), kan man kanskje tenke at disse fenomenene har mye til felles. Men egentlig er det forskjellige årsaker til fargene. Forklar.

Løsning: De har det til felles at hvitt lys med en retning deles opp i et spekter, der fargene har litt forskjellig retning. Men årsaken er fundamentalt forskjellig. For regnbuen er årsaken at bølgefarten (og dermed brytningsindeksen) til vann avhenger litt av bølgelengden. For gitteret er årsaken interferens - at bølgene fra åpningene i gitteret overlagres og interferer konstruktivt og destruktivt, avhengig av retningen. Retningene for konstruktiv interferens avhenger av bølgelengden, fordi ganglengde-forskjellen må være et helt antall bølgelengder.

i) Et hydrogenatom faller ned til grunntilstanden $n = 1$ fra en høyere tilstand $n \geq 2$, og sender ut et foton. Kan dette fotonet ha bølgelengde innenfor det synlige området for mennesker? Grunngi svaret.

Løsning: Vi kan først finne bølgelengden når hydrogenatomet går fra $n = 2$ til $n = 1$:

$$\frac{hc}{\lambda} = E_2 - E_1 = B\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3B}{4},$$

som gir $\lambda = 122\,\text{nm}$. Dette er utenfor det synlige området. Hvis hydrogenatomet faller ned fra en høyere energitilstand, vil fotonenergien øke, dvs. bølgelengden blir enda mindre. Dermed kan ingen slike fotoner være innenfor det synlige området.

j) Ved hjelp av en linse (brennvidde $f = 120\,\text{mm}$) projiseres en stearinlys-flamme (høyde 3,0 cm) på en skjerm. Skjermen er 2,50 m fra linsen og bildet er skarpt. Hva er avstanden mellom linsen og flammen, og hvor stort er bildet på skjermen?

Løsning: Linselikningen gir sammenhengen mellom objektavstand a, bildeavstand b, og brennvidden f:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

altså

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} = \frac{1}{0{,}120} - \frac{1}{2{,}500} = 7{,}933 \Rightarrow a = 0{,}126\,\text{m}.$$

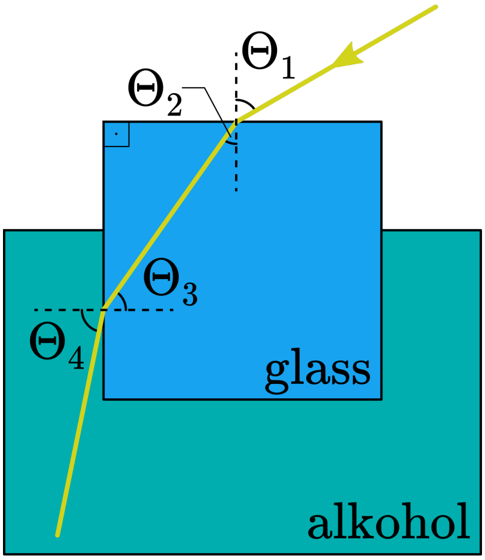
Lengdeforstørringen m gir følgende sammenheng mellom objektstørrelse y og bildestørrelse y'

$$m = \left|\frac{b}{a}\right| = \frac{y'}{y},$$

altså lengden

$$y' = y \left| \frac{b}{a} \right| = 0{,}030 \frac{2{,}500}{0{,}126} = 0{,}60\,\text{m}.$$

k) En lysstråle går fra luft ($n = 1{,}00$) inn i en glasskloss ($n = 1{,}52$); innfallsvinkelen er $\Theta_1 = 60°$. Klossen flyter i alkohol ($n = 1{,}36$, se figuren under). I hvilken vinkel Θ_4 forlater lyset glassklossen?



Løsning: Snells lov for første overgang:

$$n_1 \sin\Theta_1 = n_2 \sin\Theta_2 \rightarrow \Theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin\Theta_1}{n_2}\right) = 34{,}7°$$

Klossen har en rett vinkel i hjørnet, altså:

$$\Theta_3 = 90° - \Theta_2 = 55{,}3°$$

Og Snells lov i andre overgang:

$$\Theta_4 = \arcsin\left(\frac{n_2 \sin\Theta_3}{n_3}\right) = \arcsin\left(\frac{1{,}52 \sin 55{,}3°}{1{,}36}\right) = 66{,}7°$$