Ekstramateriale uke 5: Overflatespenning og kapillærkrefter

FYS1001, vår 2019, Anja Røyne

1 Overflatespenning

Alle væsker består av molekyler som trekker på hverandre med intermolekylære krefter. Disse kreftene gjør at væsken vil samle seg og renne til bunnen av et kar, istedenfor å fylle all plassen som er tilgjengelig, slik en gass gjør det.

Molekylene som utgjør overflaten av væsken blir trukket på av nabomolekylene de har under seg og ved siden av seg, men ikke over seg. Disse kreftene får overflaten til å trekke seg sammen. Vi kaller dette for overflatespenning. Overflatespenningen gjør at alle væsker har en tendens til å minimere sin overflate. Det er derfor regndråper er helt trill runde: For et gitt volum av vann er en kule den formen som gir minst overflateareal.

Når vi snakker om overflatespenning bruker vi ofte symbolet γ, men noen ganger vil dere se at σ brukes for det samme. Enhetene til overflatespenning er

$$[\gamma] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

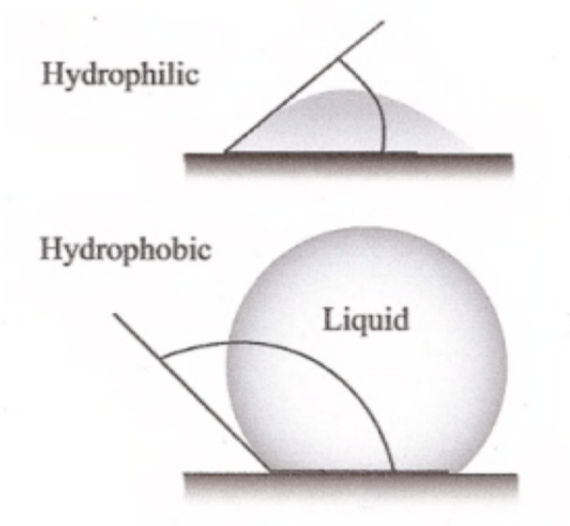
Rent vann er den av de væskene vi omgir oss med i dagliglivet som har størst overflatespenning. Her er noen vanlige verdier for overflatespenning for væsker i kontakt med luft:

$$\gamma_{vann} = 72,75 \times 10^{-3} \text{ J/ m}^2$$
$$\gamma_{etanol} = 22,39 \times 10^{-3} \text{ J/ m}^2$$
$$\gamma_{matolje} \approx 30 \times 10^{-3} \text{ J/ m}^2$$

2 Kontaktvinkel

En væske i kontakt med en fast overflate kan flyte utover, eller hope seg opp til en rund dråpe. Et eksempel på det første er vann på en overflate av helt rent glass. Om du søler vann på dette, vil det bre seg utover til et tynt lag. Om du søler den samme mengden vann på en overflate av plast eller skittent glass, vil du få en høyere dråpe.

Dette fenomenet kaller vi fukting, og det karakteriseres av vinkelen som væsken danner med underlaget. Når vinkelen mellom en vanndråpen og en overflate er liten, kaller vi overflaten hydrofil (vannelskende), mens når vinkelen er stor, kaller vi overflaten hydrofob (vannhatende).



3 Young-Laplace-likningen

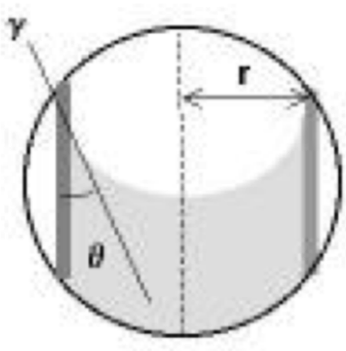
Siden overflatespenningen gjør at en overflate alltid vil trekke seg sammen så mye som mulig, krever det et ekstra trykk for å opprettholde en krum overflate. Tenk at du skal blåse en såpeboble: Trykket inne i såpeboblen vil alltid være større enn trykket på utsiden. Dette gjelder for alle krumme overflater. For en boble eller dråpe med radius r, vil trykket på innsiden, p_1, være større enn trykket på utsiden, p_0, gitt av forholdet mellom overflatespenningen og radien:

$$p_1 - p_0 = \frac{2\gamma}{r}$$

4 Kapillærstigning

I et rent glass med vann vil vannet alltid krype litt oppover veggene på glasset, slik at det dannes en menisk. Dette er fordi kontaktvinkelen mellom glasset og vannet er liten.

Hvis du har vann i et veldig tynt glassrør, vil denne krumningen av vannet faktisk få vannet til å stige oppover i røret, mot tyngdekraften. Hvis du setter dette tynne røret ned i et glass med vann, vil vannet stige til en høyde h over vannoverflaten i det store glasset.



Dette skjer fordi kontaktvinkelen gjør at vannoverflaten inne i røret blir krum. Hvis kontaktvinkelen mellom glasset og vannet er θ, må trykket i vannet like under overflaten, p_h, være lavere enn lufttrykket, p_0. Krumningsradien R er gitt av kontaktvinkelen og radien til glassrøret, r. Da gir av Young-Laplace-likningen:

$$p_h - p_0 = -\frac{2\gamma\cos\theta}{r}$$

Samtidig vet vi at trykket i vannet ved høyden 0, der overflaten i det store vannglasset er i kontakt med luft, må være p_0. Det hydrostatiske trykket i vannet ved høyden h blir da

$$p_h = p_0 - \rho g h$$

Vi har nå to uttrykk for $p_h - p_0$. Hvis vi setter disse to like hverandre, får vi at

$$-\frac{2\gamma\cos\theta}{r} = -\rho g h$$

som gir

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g r}$$

Vannet vil altså stige høyere i små rør (liten r), for væsker med stor overflatespenning (γ) og liten kontaktvinkel (θ).

Vi vet at vann inne i trær kan stige til høyder over 100 meter. Kan dette forklares ved hjelp av kapillærstigning?

Hvis vi setter inn $h = 100$ m, $\gamma = 72,75 \times 10^{-3}$ J/ m^2 og antar at overflaten inne i treet er fullstendig hydrofil, slik at $\theta = 0$, får vi at dette kan være mulig med en radius

$$r = \frac{2\gamma}{\rho g h} = \frac{2 \times 72,75 \times 10^{-3} \text{ J/ m}^2}{10^3 \text{ kg/ m}^3 \times 9,81 \text{ m/ s}^2 \times 100 \text{ m}} = 1,8 \times 10^{-6} \text{ m}$$

En radius på ca 2 mikrometer er av samme størrelsesorden som åpningene i bladene der vannet i treet kommer i kontakt med luft (stomata).