

Slutteksamen i FYS1001 V24: EN REISE GJENNOM JORDAS SFÆRER

Planeten vår bugner av fysikk, både på innsida og på utsida, og det som foregår langt der inne og langt der ute er helt avgjørende for oss som bor på den livlige overflata.



I dette eksamenssettet skal du bruke kunnskap fra FYS1001 til å regne deg gjennom Jorda, helt fra den varme kjernen innerst til det magnetiske skjoldet ytterst.

God tur!

Del 1: Varme vendinger under litosfæren

Litosfæren (fra gresk $\lambda\theta\omicron\varsigma$ = steinete) er navnet på steinlaget som understøtter Jordas overflate. I denne delen av eksamen skal vi se hvordan fysikken i og under litosfæren driver store underjordiske omveltninger som har voldsomme konsekvenser for livet oppe på overflata.

Oppgave 1 Varmetransport

Djupt nede i sentrum av Jorda finner vi **den indre kjernen**, ei tett kule av jern og nikkel med en radius på rundt 1221 km. Til tross for en temperatur på over 5000 °C er trykket her inne så høyt at stoffene er i fast form, med en uvanlig høy massetetthet på nesten 13 000 kg/m³.

a) Hva er massen til den indre kjernen?

b) Forskere anslår at temperaturen til den indre kjernen synker med $55\text{ }^\circ\text{C}$ hver milliard (10^9) år, og at den har en (spesifikk) varmekapasitet på rundt 880 J/kgK . Hva er varmestrømmen som frigis i den indre kjernen på grunn av denne nedkjølinga?

Den indre kjernen er omgitt av **den ytre kjernen**, som består av de samme stoffene men er flytende fordi trykket her ute er lavere. Etter hvert som kjernen kjølnes, størkner imidlertid også den ytre kjernen gradvis. Forskerne anslår at radien til den indre kjernen øker med cirka 1 mm i året som følge av dette – noe som tilsvarer en volumøkning på $2 \times 10^{10}\text{ m}^3$ i året!

c) Stoffene i kjernen har en latent smeltevarme på rundt 620 kJ/kg . Hva er varmestrømmen som frigis i sjiktet mellom den indre og den ytre kjernen på grunn av størkning?

d) Den totale varmestrømmen fra nedkjøling og størkning transporteres videre ut av kjernen via (naturlig) konveksjon i den flytende ytre kjernen. Forklar hva naturlig konveksjon er.

I en avstand på rundt 3482 km fra Jordas sentrum går kjernen over i **mantelen**, et tjukt lag av silikater som utgjør størsteparten av Jordas indre og igjen er fast på grunn av trykket. Grensesjiktet mellom kjernen og mantelen er bare rundt 200 km tjukt, men over dette tynne sjiktet synker temperaturen med hele $1200\text{ }^\circ\text{C}$!

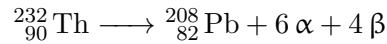
e) Varmeledsevnen i grensesjiktet mellom kjernen og mantelen anslås til 8.8 W/mK . Hva er da varmestrømmen fra kjernen til mantelen? (Tips: Siden det er så tynt, kan du anta at sjiktet sitt tverrsnittsareal er konstant lik arealet av kuleflata med radius 3482 km .)

Oppgave 2 Kjernefysikk

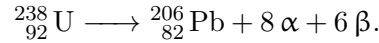
Mantelen strekker seg helt opp til en avstand på rundt 6336 km fra Jordas sentrum, der den går over i **jordskorpa**. Den totale varmestrømmen ut av Jordas overflate er på hele 47 TW , og nesten halvparten av den stammer faktisk fra radioaktive prosesser i mantelen og jordskorpa! De tre radioaktive nuklidene som er viktigst for denne varmeproduksjonen er kalium-40, thorium-232 og uran-238.

a) Kalium-40 henfaller til kalsium-40 ved å emittere beta-stråling. Skriv opp reaksjonsligninga for dette radioaktive henfallet. (Kalium har atomnummer 19 og kjemisk symbol 'K', og det kjemiske symbolet for kalsium er 'Ca'.)

Thorium-232 og uran-238 henfaller til henholdsvis bly-208 og bly-206 gjennom hver sin serie av radioaktive prosesser, som kan sammenfattes i reaksjonslikningene



og



Her betegner α og β henholdsvis alfa- og beta-partikler. (Gamma-stråling og anti-nøytrinoer er ikke inkludert.)

b) Vis at både nukleontall og ladningstall er bevart i de to seriene.

c) Bruk tabellen nedafor til å beregne den frigitte energien ved ett henfall av hver av nuklidene ${}_{19}^{40}\text{K}$, ${}_{90}^{232}\text{Th}$ og ${}_{92}^{238}\text{U}$. (Du kan se bort ifra eventuell gamma-stråling i disse beregningene.)

partikkel	masse
${}_{19}^{40}\text{K}$	39.9640 u
${}_{90}^{232}\text{Th}$	232.0381 u
${}_{92}^{238}\text{U}$	238.0508 u
α	4.0015 u
β	0.0009 u
${}_{20}^{40}\text{Ca}$	39.9626 u
${}_{82}^{208}\text{Pb}$	207.9767 u
${}_{82}^{206}\text{Pb}$	205.9745 u

d) Henfall av kalium-40 og uran-238 i mantelen og jordskorpa står for en varmeproduksjon på rundt 7 TW hver, mens henfall av thorium-232 står for en varmeproduksjon på rundt 6 TW. Hvilken av nuklidene henfaller det mest av per sekund i mantelen og jordskorpa?

Oppgave 3 Bølgefysikk

Selv om mantelen er fast, tror forskerne at også den sirkulerer veldig tregt ved konveksjon og trekker med seg tektoniske plater i jordskorpa. I skjøter mellom disse platene bygger det seg opp store friksjonskrefter, som fra tid til annen gir etter og lar platene gnisse mot hverandre i et **jordskjelv**. Fra et punkt i bakken under jordskjelvet, det såkalte hyposenteret, brer det seg da seismiske vibrasjonsbølger i alle retninger. Disse bølgene kan være både langsølger og tversølger; de langsgående primærbølgene, eller P-bølgene, har ei fart på rundt 6 km/s gjennom jordskorpa, mens de tversgående sekundærbølgene, eller S-bølgene, har omtrent halvparten så stor fart.

a) Hva er forskjellen på langsølger (longitudinale bølger) og tversølger (transversale bølger)? Gi et annet eksempel på en langsølge og et annet eksempel på en tversølge.

b) Et jordskjelv vibrerer med et bredt spekter av frekvenser, men en typisk skjelvefrekvens er 15 Hz. Hva er bølgelengden til P-bølgene og S-bølgene fra et jordskjelv med denne frekvensen?

Det var faktisk ved måling av seismiske bølger at skillet mellom jordskorpa og mantelen ble oppdaga! Forskere fant nemlig ut at P-bølgene fra et jordskjelv alltid kommer i to omganger, og i punkter langt fra hyposenteret har første omgang tilsynelatende gått raskere enn det som er mulig med normal bølgefart. Forklaringa på dette mysteriet er at det må være et tydelig skille i bergartene ved en viss dybde under jordoverflata, slik at bølgefarta øker. P-bølgene blir da reflektert og brutt mot grenseflata på samme måte som andre bølger. Hvis bølgene treffer grenseflata med en bestemt innfallsvinkel blir utfallsvinkelen 90° , og bølgene kan bevege seg langsmed grensesjiktet med høyere fart før de brytes opp igjen til jordoverflata.

c) P-bølger får ei fart på rundt 8 km/s når de kommer inn i mantelen. Forholdet mellom innfallsvinkel og utfallsvinkel er da gitt av Snells lov på fartsform, $\sin \alpha_2 / \sin \alpha_1 = v_2 / v_1$. Hvilken innfallsvinkel må P-bølgene ha mot grenseflata mellom jordskorpa og mantelen for å få en utfallsvinkel på 90° ?

Oppgave 4 Fluidmekanikk

Ved jordskjelv og over spesielt varme punkter i mantelen kan det oppstå fri passasje fra mantelen til overflata. Da faller trykket drastisk, slik at mantelens silikatmasser blir flytende og trenger opp gjennom jordskorpa som lava i et **vulkanutbrudd**. Eksplosive vulkanutbrudd kan skyte lava mange hundre meter opp i været!

a) Massetettheten til lava er på rundt 3100 kg/m^3 . Anta at lavaen ved et bestemt vulkanutbrudd når en høyde på 400 m, at jordskorpa under vulkanen er 20 km tjukk og at lavastrømmen følger Bernoullis lov under utbruddet. Hvor høyt er trykket rett under jordskorpa ved dette utbruddet?

b) Trykket i mantelen rett under en vulkan er vanligvis bare på noen titalls megapascal ($\sim 10^7 \text{ Pa}$). Oppgi to grunner til at lavastrømmen i et vulkanutbrudd ikke bør beskrives med Bernoullis lov.

Del 2: Stri stråling over atmosfæren

Atmosfæren (fra gresk $\alpha\tau\mu\omicron\varsigma$ = damp) er navnet på gasslaget som omslutter Jordas overflate. I denne delen av eksamen skal vi se hvordan fysikken i og over atmosfæren beskytter oss mot farlig stråling fra verdensrommet og omfordeler varme til livet nede på overflata.

Oppgave 5 Magnetisme

Høyt oppe over atmosfæren finner vi **magnetosfæren**, der Jordas magnetfelt strekker seg ut i uendeligheten. Forskerne tror at det er konveksjonsstrømmene nede i den ytre kjernen som trekker ladde partikler rundt i ring, slik at planeten vår setter opp et magnetfelt på samme måte som en spole.

a) Skisser det magnetiske feltet rundt Jorda. (Jordas magnetiske nordpol er på Antarktis, og Jordas magnetiske sørpol er i Arktis!)

Såkalt solvind er høyenergiske ladde partikler som emitteres fra Sola og treffer Jorda. Solvinden består hovedsaklig av protoner, elektroner og alfa-partikler.

b) Det magnetiske feltet i en høyde på 1000 km er på rundt $17 \mu\text{T}$. Anta at et proton kommer inn i magnetosfæren ved denne høyden, med en kinetisk energi på 1 fJ og ei fart som er vinkelrett på Jordas magnetfelt. Hvor stor er den magnetiske krafta på protonet? (Massen til et proton er $m_p \approx 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.)

c) Anta at den magnetiske krafta fra Jorda er den eneste krafta som virker på protonet. Hvilken kinetisk energi har protonet 1 sekund senere? Hvilken kinetisk energi har protonet 10 sekunder senere? Begrunn svaret ditt.

d) Anta at protonet beveger seg innfor et så lite område at magnetfeltet fra Jorda er tilnærma konstant. Hva er radien til sirkelbanen som protonet vil følge?

Oppgave 6 Atomfysikk

Siden magnetfeltet fra Jorda i realiteten ikke er helt konstant, vil ikke partiklene fra solvinden gå i perfekte sirkelbaner, men snarere i spiralbaner som snurrer rundt feltlinjene og følger dem inn mot de magnetiske polene. Her treffer de **ionosfæren**, det øverste laget i Jordas atmosfære som strekker seg fra en høyde på rundt 80 km til en høyde på over 1000 km. Gassene i ionosfæren er konstant ioniserte fordi de stadig absorberer ioniserende stråling fra Sola!

a) Helt øverst består ionosfæren av heliumgass He og énatomig hydrogen-gass H. Skisser energinivåene til elektronet i et H-atom, og bruk skissen til å forklare hvordan absorpsjon av elektromagnetisk stråling kan ionisere atomet. Hvilken energi må fotonene i strålinga minst ha for å ionisere H-gass, og hvilken bølgelengde tilsvarer dette?

Lenger nede, i en høyde på rundt 200 km, består ionosfæren av nitrogengass N_2 og énatomig oksyngengass O. Når solvinden er sterk kan den ved polene trenge helt ned hit og kolliderer med de bundne elektronene i O-atomene. Da blir atomene eksitert og emitterer lys med helt bestemte bølgelengder når de faller tilbake til grunnivået. Det er dette lyset som dukker opp på nattehimmelen som vakkert nordlys!

b) De to bølgelengdene som emitteres sterkest fra O-atomer i ionosfæren ved polene er gulgrønt lys på rundt 558 nm og rødoransje lys på rundt 630 nm. Bruk tabellen nedafor til å finne ut hvilke overganger mellom energinivåene i O-atomet som disse to bølgelengdene stammer fra.

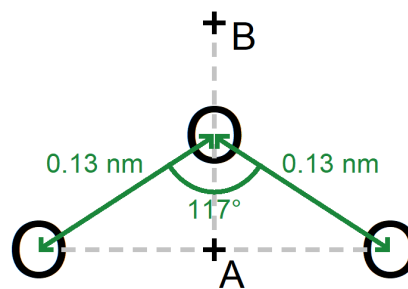
energinivå	n	E_n
3P	1	-87.014 aJ
1D	4	-86.699 aJ
1S	5	-86.343 aJ

c) Begge de to energiovergangene som emitterer nordlys er såkalt forbudte, fordi den magnetiske egenskapen kjent som spinn ikke er bevart. For at de skal emittere nordlys må O-atomene derfor få "være i fred" relativt lenge – nesten 1 sekund for det gulgrønne lyset og hele 2 minutter for det rødoransje lyset. Bruk dette til å forklare hvorfor nordlys kun emitteres høyt oppe i ionosfæren. (Hint: Konsentrasjonen av gassatomer og -molekyler i atmosfæren minker med høyden.)

Oppgave 7 Elektrisitet

Ved en høyde på rundt 80 km glir ionosfæren over i **stratosfæren**. Det finnes éatomig oksyngengass O her også, men den inngår her i en reaksjonssyklus med vanlig oksyngengass O_2 og ozongass O_3 . Denne syklusen drives av ultrafiolett stråling fra Sola og omdanner den farlige strålinga til varme. Det beskyttende ozonlaget strekker seg gjennom mye av den nedre stratosfæren, men det er mest konsentrert 20 km over jordoverflata.

a) O_3 -molekylet har en vinkel på rundt 117° og en avstand fra det midtre O-atomet til de ytre O-atomene på rundt 0.13 nm, som vist i figuren nedafor. Hvis vi ser bort ifra kreftene fra andre elektroner, hvor stor er den elektriske krafta på et elektron som befinner seg i punkt A på figuren? Hvilken retning har denne krafta? (Oksygen har atomnummer 8.)



b) Vil den elektriske krafta være større eller mindre hvis elektronet befinner seg i punkt B, altså i samme avstand fra det midtre O-atomet som punkt A men på motsatt side? Hvilken retning har krafta her? (Hint: Du trenger ikke å regne for å svare på dette spørsmålet.)

Oppgave 8 Termofysikk

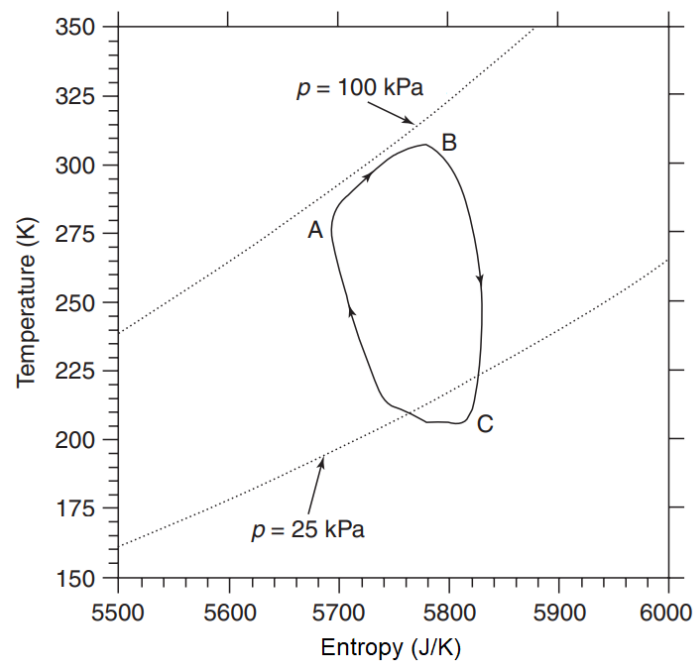
Den nederste delen av atmosfæren, fra en høyde på rundt 13 km og ned til overflata, er kjent som **troposfæren**. Her domineres fysikken av de store værssystemene som dekker overflata av planeten vår og forsyner oss med livsviktig energi og vann. Gassene i troposfæren beveger seg ved konveksjon, fra høytrykk i kalde områder til lavtrykk i varme områder, på liten og stor skala.

a) Bruk tilstandsligninga for ideelle gasser til å forklare hvorfor massetettheten til lufta er høyere der trykket er høyt og temperaturen er lav, og hvorfor massetettheten til lufta er lavere der trykket er lavt og temperaturen er høy. (Hint: Hvordan varierer konsentrasjonen N/V med trykk og temperatur?)

I de varme områdene ved ekvator stiger gassene i troposfæren og sirkulerer i store konveksjonsstrømmer som strekker seg hele 30 breddegrader nordover og sørover. Denne luftsirkulasjonen driver passatvindene langs ekvator og kan faktisk beskrives som en gigantisk varmemaskin, som opptar varme fra

bakken ved ekvator, avgir deler av den høyt oppe i troposfæren og omgjør deler av den til arbeid!

b) Den sykliske prosessen for 1 kg med luft som gjennomgår sirkulasjon ved ekvator er beskrevet av diagrammet nedafor. Dette er et såkalt TS-diagram, med temperatur og entropi på aksene i stedet for trykk og volum som du er vant til i et pV-diagram. Fra uttrykket for entropiendring følger det at $Q = T\Delta S$, så i et slikt diagram er det den totale varmen tilført til gassen som er lik arealet inni kurven for en syklisk prosess (med minus hvis prosessen går mot klokka)! Bruk dette til å anslå varmen tilført til 1 kg med luft når den har gjennomgått én hel sirkulasjon.



c) Hvilket punkt i TS-diagrammet tilsvarer at luften er på bakkenivå ved ekvator? Hvilket punkt tilsvarer at luften er høyt oppe i troposfæren? Begrunn svaret ditt.

d) I enhver syklisk prosess er det totale arbeidet utført lik den totale varmen tilført, $W = Q$, så hele den varmen du anslø ovafor blir omgjort til arbeid i løpet av sirkulasjonen. Hva går dette arbeidet til?

Gratulerer! Du har regna deg gjennom Jordas sfærer og kommet trygt hjem til **biosfæren** (fra gresk βίος = liv), det tynne laget av jord, vann, luft og biomasse som rommer alt kjent liv i universet. Forhåpentligvis har du også lært en god del fysikk, både på denne reisen og gjennom resten av semesteret, som du tar med deg og bruker flittig i dine videre studier av naturen rundt oss.

Lykke til!