

Slutteksamen i FYS1001 V24: EN REISE GJENNOM JORDAS SFÆRER

Planeten vår bugner av fysikk, både på innsida og på utsida, og det som foregår langt der inne og langt der ute er helt avgjørende for oss som bor på den livlige overflata.



I dette eksamenssettet skal du bruke kunnskap fra FYS1001 til å regne deg gjennom Jorda, helt fra den varme kjernen innerst til det magnetiske skjoldet ytterst.

God tur!

Del 1: Varme vendinger under litosfæren

Litosfæren (fra gresk $\lambda\iota\theta\omicron\varsigma$ = steinete) er navnet på steinlaget som understøtter Jordas overflate. I denne delen av eksamen skal vi se hvordan fysikken i og under litosfæren driver store underjordiske omveltninger som har voldsomme konsekvenser for livet oppe på overflata.

Oppgave 1 Varmetransport

Djupt nede i sentrum av Jorda finner vi **den indre kjernen**, ei tett kule av jern og nikkell med en radius på rundt 1221 km. Til tross for en temperatur på over 5000 °C er trykket her inne så høyt at stoffene er i fast form, med en uvanlig høy massetetthet på nesten 13 000 kg/m³.

a) Hva er massen til den indre kjernen?

Løsningsforslag:

Massen til den indre kjernen er

$$\begin{aligned} M &= \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \\ &\approx \left(13000 \times \frac{4}{3} \pi \times 1221000^3 \right) \text{ kg} \\ &\approx 9.9 \times 10^{22} \text{ kg.} \end{aligned}$$

b) Forskere anslår at temperaturen til den indre kjernen synker med 55°C hver milliard (10^9) år, og at den har en (spesifikk) varmekapasitet på rundt 880 J/kgK . Hva er varmemestrømmen som frigis i den indre kjernen på grunn av denne nedkjølinga?

Løsningsforslag:

Den indre kjernen frigir varmemestrømmen

$$\begin{aligned} H &= Q/t = cM\Delta T/t \\ &\approx \frac{880 \times 9.9 \times 10^{22} \times 55}{10^9 \times 365 \times 24 \times 3600} \text{ W} \\ &\approx 1.5 \times 10^{11} \text{ W} \approx 0.2 \text{ TW} \end{aligned}$$

på grunn av nedkjøling.

Den indre kjernen er omgitt av **den ytre kjernen**, som består av de samme stoffene men er flytende fordi trykket her ute er lavere. Etter hvert som kjernen kjølnes, størkner imidlertid også den ytre kjernen gradvis. Forskerne anslår at radien til den indre kjernen øker med cirka 1 mm i året som følge av dette – noe som tilsvarer en volumøkning på $2 \times 10^{10} \text{ m}^3$ i året!

c) Stoffene i kjernen har en latent smeltevarme på rundt 620 kJ/kg . Hva er varmemestrømmen som frigis i sjiktet mellom den indre og den ytre kjernen på grunn av størkning?

Løsningsforslag:

Sjiktet mellom den indre og den ytre kjernen frigir varmemestrømmen

$$\begin{aligned} H &= Q/t = l\Delta m/t = l\rho\Delta V/t \\ &\approx \frac{620000 \times 13000 \times 2 \times 10^{10}}{365 \times 24 \times 3600} \text{ W} \\ &\approx 5.1 \times 10^{12} \text{ W} = 5.1 \text{ TW} \end{aligned}$$

på grunn av størkning.

d) Den totale varmestrømmen fra nedkjøling og størkning transporteres videre ut av kjernen via (naturlig) konveksjon i den flytende ytre kjernen. Forklar hva naturlig konveksjon er.

Løsningsforslag:

Naturlig konveksjon er en mekanisme for varmetransport som foregår ved at et fluid i kontakt med en varm gjenstand sirkulerer og frakter varme vekk fra gjenstanden.

Fluidet rundt en varm gjenstand mottar varme fra den gjennom både varmeledning og varmestråling. Dette gjør at fluidet varmes opp og utvider seg, som medfører at massetettheten synker i forhold til kaldere fluid rundt. Det oppvarma fluidet påvirkes derfor av oppdriftskrefter og stiger vekk fra den varme gjenstanden. Når det kommer på avstand kjøles fluidet ned ved å avgi varme til omgivelsene, men da stiger massetettheten igjen og fluidet begynner å synke. Fluidet kan imidlertid ikke synke rett ned igjen der det kom fra, fordi det stadig stiger nytt varmt fluid opp fra den varme gjenstanden. Derfor presses det nedkjølte fluidet sidelengs og synker heller ned igjen lenger borte, for så å presses sidelengs og varmes opp på ny når det kommer nær gjenstanden. Fluidet ender altså opp med å bevege seg i sirkulære strømmer, konveksjonsstrømmer, som frakter litt varme vekk fra gjenstanden for hver sirkulasjon.

I den ytre kjernen er det flytende jern og nikkel som sirkulerer og frakter varme vekk fra den glovarme indre kjernen. Det er denne varmetransporten som gjør at kjernen gradvis nedkjøles og størkner.

I en avstand på rundt 3482 km fra Jordas sentrum går kjernen over i **mantelen**, et tjukt lag av silikater som utgjør størsteparten av Jordas indre og igjen er fast på grunn av trykket. Grensesjiktet mellom kjernen og mantelen er bare rundt 200 km tjukt, men over dette tynne sjiktet synker temperaturen med hele 1200 °C!

e) Varmeledsevnen i grensesjiktet mellom kjernen og mantelen anslås til 8.8 W/mK. Hva er da varmestrømmen fra kjernen til mantelen? (Tips: Siden det er så tynt, kan du anta at sjiktet sitt tverrsnittsareal er konstant lik arealet av kuleflata med radius 3482 km.)

Løsningsforslag:

Varmestrømmen gjennom grensesjiktet fra kjernen til mantelen er

$$\begin{aligned}
 H &= \lambda \frac{A}{L} \Delta T = \lambda \frac{4\pi R^2}{L} \Delta T \\
 &\approx \left(8.8 \times \frac{4\pi \times 3482000^2}{200000} \times 1200 \right) \text{ W} \\
 &\approx 8.0 \times 10^{12} \text{ W} = 8.0 \text{ TW}.
 \end{aligned}$$

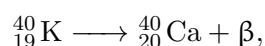
Oppgave 2 Kjernefysikk

Mantelen strekker seg helt opp til en avstand på rundt 6336 km fra Jordas sentrum, der den går over i **jordskorpa**. Den totale varmestrømmen ut av Jordas overflate er på hele 47 TW, og nesten halvparten av den stammer faktisk fra radioaktive prosesser i mantelen og jordskorpa! De tre radioaktive nuklidene som er viktigst for denne varmeproduksjonen er kalium-40, thorium-232 og uran-238.

a) Kalium-40 henfaller til kalsium-40 ved å emitte beta-stråling. Skriv opp reaksjonsligninga for dette radioaktive henfallet. (Kalium har atomnummer 19 og kjemisk symbol 'K', og det kjemiske symbolet for kalsium er 'Ca'.)

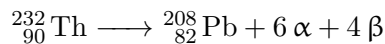
Løsningsforslag:

Reaksjonsligninga for henfall av kalium-40 er

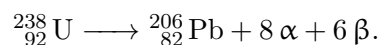


der β betegner en beta-partikkel, altså et høyenergisk elektron ${}_{-1}^0\text{e}$.

Thorium-232 og uran-238 henfaller til henholdsvis bly-208 og bly-206 gjennom hver sin serie av radioaktive prosesser, som kan sammenfattes i reaksjonsligningene



og



Her betegner α og β henholdsvis alfa- og beta-partikler. (Gamma-stråling og anti-nøytrinoer er ikke inkludert.)

b) Vis at både nukleontall og ladningstall er bevart i de to seriene.

Løsningsforslag:

En alfa-partikkel er en høyenergisk heliumnuklide ${}^4_2\text{He}$ med nukleontall 4 og ladningstall 2. En beta-partikkel er et høyenergisk elektron ${}^0_{-1}\text{e}$ med nukleontall 0 og ladningstall -1 . Henfallsserien for thorium-232 har derfor nukleontall $208 + 6 \times 4 + 4 \times 0 = 232$ og ladningstall $82 + 6 \times 2 + 4 \times (-1) = 90$ på høyre side, som viser at begge tall er bevart i denne serien. Henfallsserien for uran-238 har nukleontall $206 + 8 \times 4 + 6 \times 0 = 238$ og ladningstall $82 + 8 \times 2 + 6 \times (-1) = 92$ på høyre side, som viser at begge tall er bevart i denne serien også.

c) Bruk tabellen nedafor til å beregne den frigitte energien ved ett henfall av hver av nuklidene ${}_{19}^{40}\text{K}$, ${}_{90}^{232}\text{Th}$ og ${}_{92}^{238}\text{U}$. (Du kan se bort ifra eventuell gamma-stråling i disse beregningene.)

partikkel	masse
${}_{19}^{40}\text{K}$	39.9640 u
${}_{90}^{232}\text{Th}$	232.0381 u
${}_{92}^{238}\text{U}$	238.0508 u
α	4.0015 u
β	0.0009 u
${}_{20}^{40}\text{Ca}$	39.9626 u
${}_{82}^{208}\text{Pb}$	207.9767 u
${}_{82}^{206}\text{Pb}$	205.9745 u

Løsningsforslag:

Frigitt energi fra ett henfall kalium-40 er

$$\begin{aligned}
 E_{\text{K}} &= \Delta mc^2 \\
 &\approx (39.9640 - 39.9626 - 0.0009)uc^2 \\
 &\approx (39.9640 - 39.9626 - 0.0009) \times 1.66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \text{ J} \\
 &\approx 7.5 \times 10^{-14} \text{ J} = 75 \text{ fJ}.
 \end{aligned}$$

Frigitt energi fra ett henfall thorium-232 er

$$\begin{aligned}
 E_{\text{Th}} &\approx (232.0381 - 207.9767 - 6 \times 4.0015 - 4 \times 0.0009)uc^2 \\
 &\approx (232.0381 - 207.9767 - 6 \times 4.0015 - 4 \times 0.0009) \times 1.66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \text{ J} \\
 &\approx 7.3 \times 10^{-12} \text{ J} = 7300 \text{ fJ}.
 \end{aligned}$$

Frigitt energi fra ett henfall uran-238 er

$$\begin{aligned}
 E_{\text{U}} &\approx (238.0508 - 205.9745 - 8 \times 4.0015 - 6 \times 0.0009)uc^2 \\
 &\approx (238.0508 - 205.9745 - 8 \times 4.0015 - 6 \times 0.0009) \times 1.66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \text{ J} \\
 &\approx 8.8 \times 10^{-12} \text{ J} = 8800 \text{ fJ}.
 \end{aligned}$$

d) Henfall av kalium-40 og uran-238 i mantelen og jordskorpa står for en varmeproduksjon på rundt 7 TW hver, mens henfall av thorium-232 står for en varmeproduksjon på rundt 6 TW. Hvilken av nuklidene henfaller det mest av per sekund i mantelen og jordskorpa?

Løsningsforslag:

Fra beregningene i forrige deloppgave ser vi at det frigis mye mer energi ved hvert henfall av thorium-232 og uran-238 enn ved hvert henfall av kalium-40. Siden kalium-40 og uran-238 står for en like stor varmeproduksjon, må det da henfalle færre uran-238-nuklider enn kalium-40-nuklider per sekund. Thorium-232 står for en mindre varmeproduksjon, så det må også henfalle færre thorium-232-nuklider enn kalium-40-nuklider per sekund. Alt i alt må det henfalle mest kalium-40 per sekund i mantelen og jordskorpa.

Oppgave 3 Bølgefysikk

Selv om mantelen er fast, tror forskerne at også den sirkulerer veldig tregt ved konveksjon og trekker med seg tektoniske plater i jordskorpa. I skjøter mellom disse platene bygger det seg opp store friksjonskrefter, som fra tid til annen gir etter og lar platene gnisne mot hverandre i et **jordskjelv**. Fra et punkt i bakken under jordskjelvet, det såkalte hyposenteret, brer det seg da seismiske vibrasjonsbølger i alle retninger. Disse bølgene kan være både langsølger og tversølger; de langsgående primærølgene, eller P-ølgene, har ei fart på rundt 6 km/s gjennom jordskorpa, mens de tversgående sekundærølgene, eller S-ølgene, har omtrent halvparten så stor fart.

a) Hva er forskjellen på langsølger (longitudinale ølger) og tversølger (transversale ølger)? Gi et annet eksempel på en langsølge og et annet eksempel på en tversølge.

Løsningsforslag:

ølger er vandrende utslag som ofte kan klassifiseres ut ifra hvilken retning utslaget har i forhold til ølgens bevegelsesretning. Langsølger er ølger med utslag som går langsmid ølgens bevegelse, mens tversølger er ølger med utslag som går på tvers av ølgens bevegelse.

Et annet eksempel på en langsølge er en lydølge i luft, der utslaget er luftmolekylenes posisjon langs ølgeretninga. Et annet eksempel på en tversølge er en elektromagnetisk ølge, der utslaget er et elektrisk og et magnetisk felt som begge går på tvers av ølgeretninga.

(Merk at P-ølger egentlig også er en type lydølger som brer seg gjennom de faste og flytende stoffene i Jordas indre.)

b) Et jordskjelv vibrerer med et bredt spekter av frekvenser, men en typisk øjelvefrekvens er 15 Hz. Hva er ølgelengden til P-ølgene og S-ølgene fra et jordskjelv med denne frekvensen?

Løsningsforslag:

ølgelengden til P-ølgene fra et slikt jordskjelv er

$$\lambda_P = v_P/f \approx \frac{6000}{15} \text{ m} = 400 \text{ m},$$

mens ølgelengden til S-ølgene fra samme jordskjelv er

$$\lambda_S = v_S/f = (v_P/2)/f = \frac{v_P}{2f} \approx \frac{6000}{2 \times 15} \text{ m} = 200 \text{ m}.$$

Det var faktisk ved måling av seismiske ølger at skillet mellom jordskorpa og mantelen ble oppdaga! Forskere fant nemlig ut at P-ølgene fra et jordskjelv alltid kommer i to omganger, og i punkter langt fra hyposenteret har første omgang tilsynelatende gått raskere enn det som er mulig med normal ølgefart. Forklaringa på dette mysteriet er at det må være et tydelig skille i bergartene ved en viss dybde under jordoverflata, slik at ølgefarta øker.

P-bølgene blir da reflektert og brutt mot grenseflata på samme måte som andre bølger. Hvis bølgene treffer grenseflata med en bestemt innfallsvinkel blir utfallsvinkelen 90° , og bølgene kan bevege seg langsmed grensesjiktet med høyere fart før de brytes opp igjen til jordoverflata.

c) P-bølger får ei fart på rundt 8 km/s når de kommer inn i mantelen. Forholdet mellom innfallsvinkel og utfallsvinkel er da gitt av Snells lov på fartsform, $\sin \alpha_2 / \sin \alpha_1 = v_2 / v_1$. Hvilken innfallsvinkel må P-bølgene ha mot grenseflata mellom jordskorpa og mantelen for å få en utfallsvinkel på 90° ?

Løsningsforslag:

Innfallsvinkelen til P-bølgene er gitt av

$$\begin{aligned} \sin \alpha_2 / \sin \alpha_1 = v_2 / v_1 &\implies \sin \alpha_2 = \frac{v_2}{v_1} \sin \alpha_1 \\ &\implies \sin \alpha_1 = \frac{v_1}{v_2} \sin \alpha_2 \\ &\implies \alpha_1 = \arcsin \left[\frac{v_1}{v_2} \sin \alpha_2 \right], \end{aligned}$$

der $v_1 \approx 6 \text{ km/s}$ er den innkommende farta og $v_2 \approx 8 \text{ km/s}$ er den utgående farta. En utfallsvinkel på $\alpha_2 = 90^\circ$ tilsvarer dermed en innfallsvinkel på

$$\alpha_1 = \arcsin \left[\frac{6}{8} \sin 90^\circ \right] = \arcsin \left[\frac{6}{8} \right] \approx 49^\circ.$$

Oppgave 4 Fluidmekanikk

Ved jordskjelv og over spesielt varme punkter i mantelen kan det oppstå fri passasje fra mantelen til overflata. Da faller trykket drastisk, slik at mantelens silikatmasser blir flytende og trenger opp gjennom jordskorpa som lava i et **vulkanutbrudd**. Eksplosive vulkanutbrudd kan skyte lava mange hundre meter opp i været!

a) Massetettheten til lava er på rundt 3100 kg/m^3 . Anta at lavaen ved et bestemt vulkanutbrudd når en høyde på 400 m , at jordskorpa under vulkanen er 20 km tjukk og at lavastrømmen følger Bernoullis lov under utbruddet. Hvor høyt er trykket rett under jordskorpa ved dette utbruddet?

Løsningsforslag:

Vi setter referansehøyde rett under jordskorpa og velger punkt 1 i denne høyden, et stykke unna passasjen opp til vulkanen. Farta i dette punktet må være omtrent null, $v_1 \approx 0$, fordi det tilføres magma mot passasjen fra alle retninger, så det må komme lite fra hver retning. (Lignende argument som for farta ved vannoverflata i en demning når man ser

på strømmen ned til et hull i demningen.) Vi velger punkt 2 i toppen av lavaspruten, der høyden er $h_2 \approx (20000 + 400) \text{ m} = 20400 \text{ m}$ og farta også er null, $v_2 = 0$. Trykket i dette punktet er omtrent lik atmosfæretrykket, $p_2 \approx p_0$. Bernoullis lov for den antatt stasjonære lavastrømmen gir dermed

$$\begin{aligned} p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 &= p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \\ \implies p_1 + 0 + 0 &= p_0 + \rho gh_2 + 0 \\ \implies p_1 &= p_0 + \rho gh_2 \\ &\approx (101000 + 3100 \times 9.81 \times 20400) \text{ Pa} \\ &\approx 620 \times 10^6 \text{ Pa} = 620 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

Trykket rett under jordskorpa skal altså være på rundt 620 MPa med disse antagelsene.

(Merk at lufttrykket i en høyde på 400 m strengt tatt er lavere enn trykket ved jordoverflata. Denne korreksjonen er imidlertid så liten i forhold til størrelsen på trykket under jordskorpa at den trygt kan neglisjeres her, både fordi massetettheten til luft på 1.29 kg/m^3 er så liten i forhold til massetettheten til lava og fordi høyden opp i været er så liten i forhold til dybden ned gjennom jordskorpa.)

b) Trykket i mantelen rett under en vulkan er vanligvis bare på noen titalls megapascal ($\sim 10^7 \text{ Pa}$). Oppgi to grunner til at lavastrømmen i et vulkanutbrudd ikke bør beskrives med Bernoullis lov.

Løsningsforslag:

Bernoullis lov gjelder kun for idealfluider som strømmer stasjonært.

Et idealfluid er et inkompressibelt ikke-viskøst fluid, altså et fluid som ikke endrer volum og som ikke har indre friksjonskrefter. Lava er nok ganske inkompressibelt (som de fleste andre væsker), men det er derimot veldig tjuktflytende, så det er en ganske grov antagelse å beskrive lava som ikke-viskøst.

En stasjonær strøm er en strøm der farta i hvert punkt er konstant over tid, altså at farta på strømmen ikke endrer seg. I et ekte lavautbrudd vil farta øke i starten av utbruddet og minke mot slutten av utbruddet, og det er slett ikke sikkert at utbruddet varer så lenge at lavastrømmen rekker å være stasjonær på noe tidspunkt.

(En tredje grunn til at lavastrømmen ikke bør beskrives med Bernoullis lov er at det ikke bare er lava men også gasser som vanddamp, karbondioksid og svoveldioksid som trenger opp gjennom jordskorpa i et vulkanutbrudd. Det er altså snakk om ulike fluider i strømmen, og da kan ikke Bernoullis lov brukes. Gassene utvider seg på vei opp gjennom jordskorpa og gir en ekstra eksplosivitet i utbruddet som forklarer hvordan lavaen kan nå store høyder selv med lavere trykk i mantelen under vulkanen.)

Del 2: Stri stråling over atmosfæren

Atmosfæren (fra gresk $\alpha\tau\mu\omicron\varsigma$ = damp) er navnet på gasslaget som omslutter Jordas overflate. I denne delen av eksamen skal vi se hvordan fysikken i og over atmosfæren beskytter oss mot farlig stråling fra verdensrommet og omfordeler varme til livet nede på overflata.

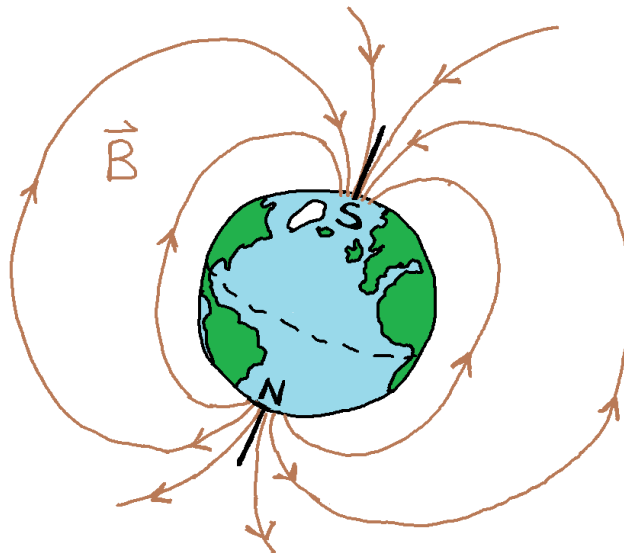
Oppgave 5 Magnetisme

Høyt oppe over atmosfæren finner vi **magnetosfæren**, der Jordas magnetfelt strekker seg ut i uendeligheten. Forskerne tror at det er konveksjonsstrømmene nede i den ytre kjernen som trekker ladde partikler rundt i ring, slik at planeten vår setter opp et magnetfelt på samme måte som en spole.

a) Skisser det magnetiske feltet rundt Jorda. (Jordas magnetiske nordpol er på Antarktis, og Jordas magnetiske sørpol er i Arktis!)

Løsningsforslag:

Magnetfeltet fra en spole ligner magnetfeltet fra en stavmagnet og går fra magnetisk nordpol til magnetisk sørpol. Jordas magnetfelt er skissert nedafor.



Såkalt solvind er høyenergiske ladde partikler som emitteres fra Sola og treffer Jorda. Solvinden består hovedsaklig av protoner, elektroner og alfa-partikler.

b) Det magnetiske feltet i en høyde på 1000 km er på rundt $17 \mu\text{T}$. Anta at et proton kommer inn i magnetosfæren ved denne høyden, med en

kinetisk energi på 1 fJ og ei fart som er vinkelrett på Jordas magnetfelt. Hvor stor er den magnetiske krafta på protonet? (Massen til et proton er $m_p \approx 1.67 \times 10^{-27}$ kg.)

Løsningsforslag:

Farta til protonet er gitt av

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \implies \frac{2E_k}{m} = v^2 \implies v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}},$$

så den magnetiske krafta på protonet er

$$\begin{aligned} F_m &= qvB = e\sqrt{\frac{2E_k}{m}}B \\ &\approx \left(1.60 \times 10^{-19} \times \sqrt{\frac{2 \times 1 \times 10^{-15}}{1.67 \times 10^{-27}}} \times 17 \times 10^{-6}\right) \text{ N} \\ &\approx 3.0 \times 10^{-18} \text{ N} = 3.0 \text{ aN}. \end{aligned}$$

c) Anta at den magnetiske krafta fra Jorda er den eneste krafta som virker på protonet. Hvilken kinetisk energi har protonet 1 sekund senere? Hvilken kinetisk energi har protonet 10 sekunder senere? Begrunn svaret ditt.

Løsningsforslag:

Protonet har samme kinetiske energi både 1 sekund senere og 10 sekunder senere. Magnetiske krefter står alltid 90° på bevegelsen (med retning gitt av høyrehandsregelen), så ei magnetisk kraft gjør aldri noe arbeid på en gjenstand. Det betyr at den kinetiske energien til gjenstanden verken øker eller minker når kun magnetiske krefter virker; det er bare retninga på farta, og ikke størrelsen på farta, som endrer seg.

d) Anta at protonet beveger seg innafør et så lite område at magnetfeltet fra Jorda er tilnærma konstant. Hva er radien til sirkelbanen som protonet vil følge?

Løsningsforslag:

Radien til sirkelbanen som protonet vil følge er gitt av

$$\begin{aligned} F_m &= qvB = ma = m\frac{v^2}{r} \implies qBr = mv \\ \implies r &= \frac{mv}{qB} = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \frac{\sqrt{2mE_k}}{eB} \\ &\approx \frac{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 1 \times 10^{-15}}}{1.60 \times 10^{-19} \times 17 \times 10^{-6}} \text{ m} \\ &\approx 672 \text{ m} \approx 0.7 \text{ km}. \end{aligned}$$

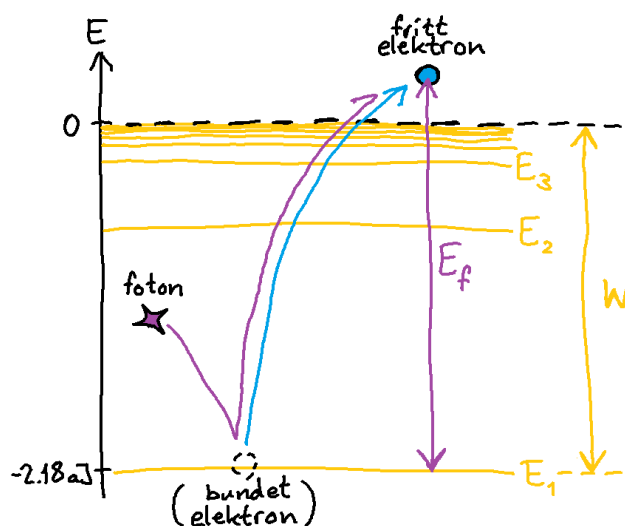
Oppgave 6 Atomfysikk

Siden magnetfeltet fra Jorda i realiteten ikke er helt konstant, vil ikke partiklene fra solvinden gå i perfekte sirkelbaner, men snarere i spiralbaner som snurrer rundt feltlinjene og følger dem inn mot de magnetiske polene. Her treffer de **ionosfæren**, det øverste laget i Jordas atmosfære som strekker seg fra en høyde på rundt 80 km til en høyde på over 1000 km. Gassene i ionosfæren er konstant ioniserte fordi de stadig absorberer ioniserende stråling fra Sola!

a) Helt øverst består ionosfæren av heliumgass He og énatomig hydrogen-gass H. Skisser energinivåene til elektronet i et H-atom, og bruk skissen til å forklare hvordan absorpsjon av elektromagnetisk stråling kan ionisere atomet. Hvilken energi må fotonene i strålinga minst ha for å ionisere H-gass, og hvilken bølgelengde tilsvarer dette?

Løsningsforslag:

Energinivåene til elektronet i et H-atom er skissert nedafor.



Energinivåene (gule streker i figuren) er gitt av Bohrs formel $E_n = -B/n^2$ og ligger tettere og tettere jo høyere energien er. Elektronet i H-atomet kan kun ha en av disse energiene og kun skifte energinivå ved å absorbere eller emittere éi pakke med elektromagnetisk strålingsenergi, et såkalt foton, med en energi lik forskjellen mellom energinivåene (slik at energien er bevart).

Alle energinivåene i H-atomet er definert med negativt fortegn, og positive energier tilsvarer frie elektroner som ikke er bundet til atomkjernen. Hvis elektronet absorberer et foton med energi E_f større enn forskjellen W mellom grunnivået E_1 og null, kjent som løsrivingsarbeidet, vil elektronet bli fritt og forlate H-atomet med en kinetisk energi $E_k = E_f - W$. Da ender H-atomet opp med éi negativ elementærladning for lite, som betyr at det har blitt ionisert til et H^+ -ion. I skissen er en slik ioniseringsprosess illustrert.

(Merk at for større atomer så er ikke løsrivingsarbeidet W nødvendigvis lik forskjellen mellom grunnivået og null, men forskjellen mellom øverste okkuperte nivå, valensnivået, og null.)

Fotonene i den elektromagnetiske strålinga fra Sola må altså minst ha energien

$$E_f = W = 0 - E_1 = -E_1 = B/1^2 = B \\ \approx 2.18 \times 10^{-18} \text{ J} = 2.18 \text{ aJ}$$

for å ionisere H-gass. Den tilsvarende bølgelengden er gitt av

$$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda} \implies \lambda = \frac{hc}{E_f} \\ \approx \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2.18 \times 10^{-18}} \text{ m} \\ \approx 9.12 \times 10^{-8} \text{ m} = 91.2 \text{ nm.}$$

Lenger nede, i en høyde på rundt 200 km, består ionosfæren av nitrogengass N_2 og énatomig oksyngengass O. Når solvinden er sterk kan den ved polene trenge helt ned hit og kolliderer med de bundne elektronene i O-atomene. Da blir atomene eksitert og emitterer lys med helt bestemte bølgelengder når de faller tilbake til grunnivået. Det er dette lyset som dukker opp på nattehimmelen som vakkert nordlys!

b) De to bølgelengdene som emitteres sterkest fra O-atomer i ionosfæren ved polene er gulgrønt lys på rundt 558 nm og rødoransje lys på rundt 630 nm. Bruk tabellen nedafor til å finne ut hvilke overganger mellom energinivåene i O-atomet som disse to bølgelengdene stammer fra.

energinivå	n	E_n
^3P	1	-87.014 aJ
^1D	4	-86.699 aJ
^1S	5	-86.343 aJ

Løsningsforslag:

Bølgelengden til fotonene som emitteres ved en overgang fra et energinivå E_m til et lavere energinivå E_n er gitt av

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = E_m - E_n \implies \lambda = \frac{hc}{E_m - E_n}.$$

Overgangen fra energinivå 4 til energinivå 1 i O-atomet emitterer derfor bølgelengden

$$\lambda_{41} = \frac{hc}{E_4 - E_1} \\ \approx \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{(-86.699 + 87.014) \times 10^{-18}} \text{ m} \\ \approx 6.31 \times 10^{-7} \text{ m} = 631 \text{ nm.}$$

Overgangen fra energinivå 5 til energinivå 4 emitterer bølglengden

$$\begin{aligned}\lambda_{54} &= \frac{hc}{E_5 - E_4} \\ &\approx \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{(-86.343 + 86.699) \times 10^{-18}} \text{ m} \\ &\approx 5.59 \times 10^{-7} \text{ m} = 559 \text{ nm.}\end{aligned}$$

Overgangen rett fra energinivå 5 til energinivå 1 emitterer bølglengden

$$\begin{aligned}\lambda_{51} &= \frac{hc}{E_5 - E_1} \\ &\approx \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{(-86.343 + 87.014) \times 10^{-18}} \text{ m} \\ &\approx 2.96 \times 10^{-7} \text{ m} = 296 \text{ nm.}\end{aligned}$$

Vi ser at overgangen fra nivå 5 til nivå 4 emitterer det gulgrønne lyset, mens overgangen fra nivå 4 til nivå 1 emitterer det rødoransje lyset. Overgangen rett fra nivå 5 til nivå 1 emitterer lys som verken er synlig eller i nærheten av de oppgitte bølglengdene.

c) Begge de to energiovergangene som emitterer nordlys er såkalt forbudte, fordi den magnetiske egenskapen kjent som spinn ikke er bevart. For at de skal emittere nordlys må O-atomene derfor få "være i fred" relativt lenge – nesten 1 sekund for det gulgrønne lyset og hele 2 minutter for det rødoransje lyset. Bruk dette til å forklare hvorfor nordlys kun emitteres høyt oppe i ionosfæren. (Hint: Konsentrasjonen av gassatomer og -molekyler i atmosfæren minker med høyden.)

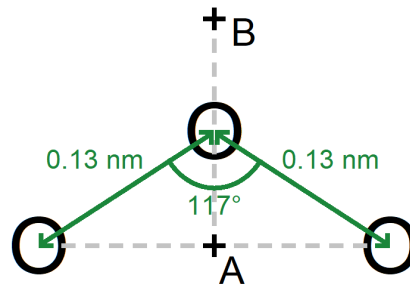
Løsningsforslag:

For at O-atomene skal emittere nordlys må de holde seg eksiterte (i energinivå 4 eller 5) lenge nok til at de forbudte overgangene skjer. Lenger nede i atmosfæren, der konsentrasjonen av gass er større, vil O-atomene kolliderer med andre atomer og molekyler og overføre energi via støt lenge før de rekker å emittere nordlys. Derfor er det kun høyt oppe i ionosfæren at O-atomene har tid til å emittere nordlys. Det røde nordlyset, som krever enda lengre tid, emitteres enda høyere enn det grønne nordlyset.

Oppgave 7 Elektrisitet

Ved en høyde på rundt 80 km glir ionosfæren over i **stratosfæren**. Det finnes énatomig oksyngass O her også, men den inngår her i en reaksjonssyklus med vanlig oksyngass O₂ og ozongass O₃. Denne syklusen drives av ultrafiolett stråling fra Sola og omdanner den farlige strålinga til varme. Det beskyttende ozonlaget strekker seg gjennom mye av den nedre stratosfæren, men det er mest konsentrert 20 km over jordoverflata.

a) O_3 -molekylet har en vinkel på rundt 117° og en avstand fra det midtre O-atomet til de ytre O-atomene på rundt 0.13 nm , som vist i figuren nedafor. Hvis vi ser bort ifra kreftene fra andre elektroner, hvor stor er den elektriske krafta på et elektron som befinner seg i punkt A på figuren? Hvilken retning har denne krafta? (Oksygen har atomnummer 8.)



Løsningsforslag:

Hvis elektronet befinner seg i punkt A, virker de elektriske kreftene fra de ytre O-atomene i motsatte retninger, og siden O-atomene har samme ladning og er like langt unna elektronet vil disse kreftene nulle hverandre ut. Derfor er det kun det øvre O-atomet som gir et bidrag til den totale elektriske krafta på elektronet. Med avstanden $d \approx 0.13 \text{ nm}$ og vinkelen $\phi \approx 117^\circ$ mellom O-atomene, blir krafta

$$\begin{aligned}
 F_e &= k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} = k_e \frac{(-e)(+8e)}{(d \cos[\phi/2])^2} = -k_e \frac{8e^2}{d^2 \cos^2[\phi/2]} \\
 &\approx -8.99 \times 10^9 \times \frac{8 \times (1.60 \times 10^{-19})^2}{(0.13 \times 10^{-9})^2 (\cos[117^\circ/2])^2} \\
 &\approx -4.0 \times 10^{-7} \text{ N} = -0.4 \mu\text{N},
 \end{aligned}$$

der minustegnet betyr at krafta peker oppover, mot det øverste O-atomet. (Vekk fra er definert som positiv retning i formelen for elektrisk kraft.)

b) Vil den elektriske krafta være større eller mindre hvis elektronet befinner seg i punkt B, altså i samme avstand fra det midtre O-atomet som punkt A men på motsatt side? Hvilken retning har krafta her? (Hint: Du trenger ikke å regne for å svare på dette spørsmålet.)

Løsningsforslag:

Hvis elektronet befinner seg i punkt B, virker ikke lenger de elektriske kreftene fra de ytre O-atomene i motsatte retninger. Med vannrett x-akse og loddrett y-akse vil x-komponentene fortsatt nulle hverandre ut mens y-komponentene peker nedover og må legges sammen. Krafta fra det øvre O-atomet vil også peke nedover, med samme styrke som i punkt A. Den totale elektriske krafta vil derfor være større i punkt B, og den vil peke nedover.

Oppgave 8 Termofysikk

Den nederste delen av atmosfæren, fra en høyde på rundt 13 km og ned til overflata, er kjent som **troposfæren**. Her domineres fysikken av de store værssystemene som dekker overflata av planeten vår og forsyner oss med livsviktig energi og vann. Gassene i troposfæren beveger seg ved konveksjon, fra høytrykk i kalde områder til lavtrykk i varme områder, på liten og stor skala.

a) Bruk tilstandsligninga for ideelle gasser til å forklare hvorfor massetettheten til lufta er høyere der trykket er høyt og temperaturen er lav, og hvorfor massetettheten til lufta er lavere der trykket er lavt og temperaturen er høy. (Hint: Hvordan varierer konsentrasjonen N/V med trykk og temperatur?)

Løsningsforslag:

Vi skriver om tilstandsligninga for ideelle gasser til en formel for konsentrasjon N/V (antall partikler per volum),

$$pV = NkT \implies \frac{pV}{kT} = N \implies \frac{N}{V} = \frac{p}{kT}.$$

På denne formen blir det tydelig at høyt trykk og lav temperatur gir høyere konsentrasjon, mens lavt trykk og høy temperatur gir lavere konsentrasjon.

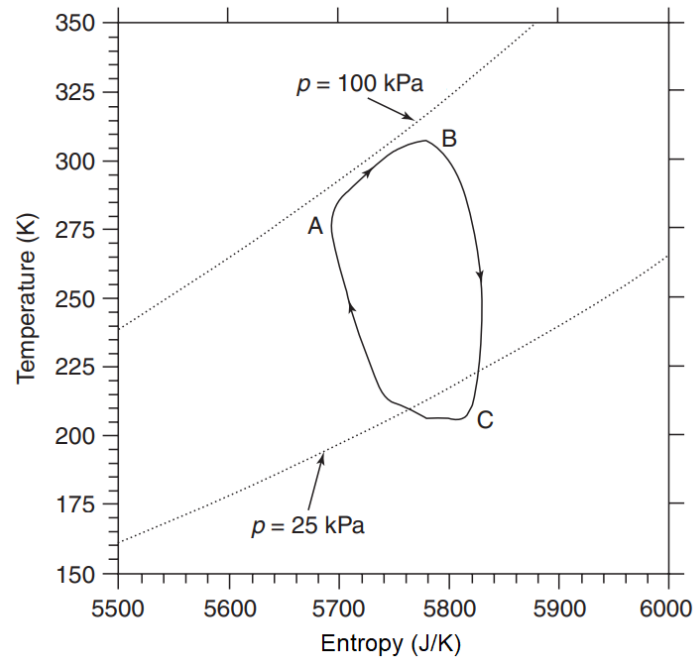
Hvis m_m er massen til hvert luftmolekyl, er massetettheten til en mengde luft gitt av

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_m N}{V} = m_m \frac{N}{V}.$$

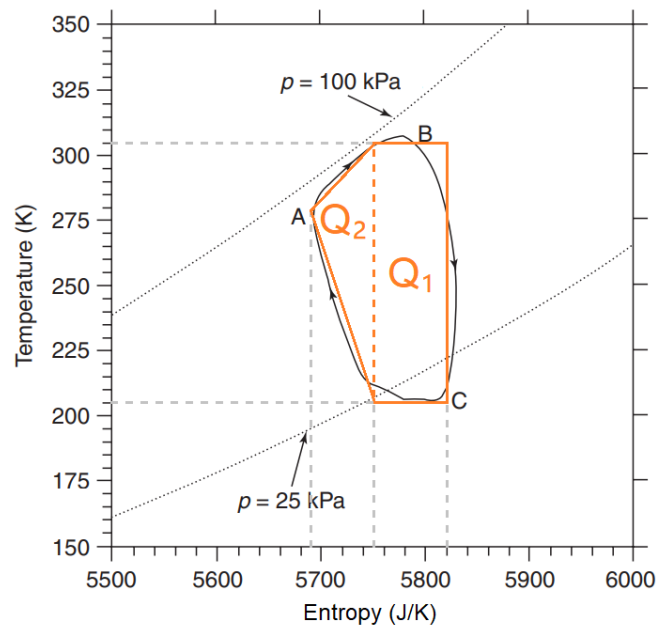
Massetettheten er altså proporsjonal med konsentrasjonen, så den vil variere med trykk og temperatur på samme måte; høyt trykk og lav temperatur gir høyere massetetthet, mens lavt trykk og høy temperatur gir lavere massetetthet.

I de varme områdene ved ekvator stiger gassene i troposfæren og sirkulerer i store konveksjonsstrømmer som strekker seg hele 30 breddegrader nordover og sørover. Denne luftsirkulasjonen driver passatvindene langs ekvator og kan faktisk beskrives som en gigantisk varmemaskin, som opptar varme fra bakken ved ekvator, avgir deler av den høyt oppe i troposfæren og omgjør deler av den til arbeid!

b) Den sykliske prosessen for 1 kg med luft som gjennomgår sirkulasjon ved ekvator er beskrevet av diagrammet nedafor. Dette er et såkalt TS-diagram, med temperatur og entropi på aksene i stedet for trykk og volum som du er vant til i et pV-diagram. Fra uttrykket for entropiendring følger det at $Q = T\Delta S$, så i et slikt diagram er det den totale varmen tilført til gassen som er lik arealet inni kurven for en syklisk prosess (med minus hvis prosessen går mot klokka)! Bruk dette til å anslå varmen tilført til 1 kg med luft når den har gjennomgått én hel sirkulasjon.

**Løsningsforslag:**

TS-diagrammet beskriver sirkulasjon av 1 kg luft, og arealet inni den sykliske kurven gjennom punktene A, B og C tilsvarer varmen tilført etter én sirkulasjon. Vi tilnærmer arealet med et rektangel pluss en trekant som vist i figuren nedafor.



Rektangelet har areal

$$Q_1 = (305 - 205) \times (5820 - 5750) \text{ J} = (100 \times 70) \text{ J} = 7000 \text{ J}$$

og trekanten har areal

$$Q_2 = (305 - 205) \times (5750 - 5690)/2 \text{ J} = (100 \times 60/2) \text{ J} = 3000 \text{ J},$$

så den totale varmen tilført til 1 kg luft etter én sirkulasjon er omtrent

$$Q \approx Q_1 + Q_2 = (7000 + 3000) \text{ J} = 10\,000 \text{ J} = 10 \text{ kJ}.$$

c) Hvilket punkt i TS-diagrammet tilsvarer at lufta er på bakkenivå ved ekvator? Hvilket punkt tilsvarer at lufta er høyt oppe i troposfæren? Begrunn svaret ditt.

Løsningsforslag:

De to stipla kurvene i TS-diagrammet markert med hvert sitt trykk er isobarer, altså kurver der trykket er konstant. Vi ser at punktene mellom A og B følger isobaren med 100 kPa, som er omtrent lik atmosfæretrykket p_0 , så punktene mellom A og B må tilsvare at lufta er på bakkenivå. Den termiske prosessen her går også mot høyre, som betyr at lufta tar opp en varme lik arealet under kurven. Dette tilsvarer at lufta tar opp varme på bakkenivå ved ekvator fra punkt A til B, før den stiger opp i troposfæren og får lavere trykk og temperatur fra punkt B til C. Punktene mellom A og B tilsvarer altså at lufta er på bakkenivå ved ekvator, mens punktene rundt C tilsvarer at lufta er høyt oppe i troposfæren.

d) I enhver syklisk prosess er det totale arbeidet utført lik den totale varmen tilført, $W = Q$, så hele den varmen du anslo ovafor blir omgjort til arbeid i løpet av sirkulasjonen. Hva går dette arbeidet til?

Løsningsforslag:

Dette termodynamiske arbeidet utføres når lufta utvider seg og virker på omgivelsene med trykkrefter, som bidrar til å drive vindstrømmer fra høytrykk til lavtrykk. Arbeidet overføres altså til vindenergi (bevegelsesenergi) i de store konveksjonsstrømmene i troposfæren.

Gratulerer! Du har regna deg gjennom Jordas sfærer og kommet trygt hjem til **biosfæren** (fra gresk βίος = liv), det tynne laget av jord, vann, luft og biomasse som rommer alt kjent liv i universet. Forhåpentligvis har du også lært en god del fysikk, både på denne reisen og gjennom resten av semesteret, som du tar med deg og bruker flittig i dine videre studier av naturen rundt oss.

Lykke til!