

Obligatorisk oppgave 2012 Løsningsforslag

Oppgave 1

- a) Massen til 1 mol Po-210 er 210 g. Antall atomer i 1 mol er $N_A = 6.023 \cdot 10^{23}$.
Antall atomer: $N = N_A \cdot (5 \cdot 10^{-6} \text{ g}) / (210 \text{ g/mol}) = 1.43 \cdot 10^{16} \approx \underline{1.4 \cdot 10^{16}}$

Den fysiske halveringstiden er $t_f = 138 \text{ dager} = 1.192 \cdot 10^7 \text{ s}$.

Aktiviteten er: $A = \lambda \cdot N = (\ln 2 / t_f) \cdot N = 8.33 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} = 8.33 \cdot 10^8 \text{ Bq} \approx \underline{8.3 \cdot 10^8 \text{ Bq}}$

- b) Den effektive dosen er $H = D \cdot w_R \cdot v$

der D er absorbert dose i Gy, w_R er strålingsvektfaktoren som i dette tilfellet er 20 siden det emitteres α -partikler, v er organvektfaktoren som her er 1 (helkroppsdose).

$D = \Delta N \cdot E_a / m$, der ΔN er antall desintegrasjoner som har funnet sted i kroppen, E_a er absorbert energi pr. desintegrasjon (5.3 MeV) og $m = 100 \text{ kg}$ er personens masse.

Vi starter med å finne ΔN . Vi må ta hensyn til at aktiviteten, A, ikke er konstant. Den endrer seg med tiden fordi Po-210 desintegrerer i kroppen men også fordi Po-210 skilles ut i kroppen. Aktiviteten avtar bestemt av den effektive halveringstiden t_{eff} .

Vi finner antall desintegrasjoner, ΔN , ved å integrere over aktiviteten A:

$$\Delta N = \int_{t_0}^{t_1} A \cdot dt = \int_{t_0}^{t_1} A_0 \cdot e^{-\lambda_{eff} \cdot t} dt = A_0 \cdot \frac{-1}{\lambda_{eff}} [e^{-\lambda_{eff} \cdot t_1} - e^{-\lambda_{eff} \cdot t_0}]$$

Vi finner den effektive halveringstiden, t_{eff} , og deretter effektiv desintegrasjonskonstant, λ_{eff} .

$$\frac{1}{t_{eff}} = \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_B}$$

Den fysiske halveringstiden er $t_f = 138 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 1.192 \cdot 10^7 \text{ s}$

Biologisk halveringstid er $t_B = 50 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 4.32 \cdot 10^6 \text{ s}$

$$t_{eff} = \frac{t_{eff} \cdot t_B}{t_{eff} + t_B} = 3.17 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$t_0 = 0$$

$$\text{og } t_1 = 24 \text{ timer} = 24 \cdot 3600 \text{ s} = 86400 \text{ s}$$

Antall desintegrasjoner etter 24 timer er dermed:

$$\Delta N = A_0 \cdot \frac{-1}{\lambda_{eff}} [e^{-\lambda_{eff} \cdot t_1} - e^{-\lambda_{eff} \cdot t_0}] = 7.13 \cdot 10^{13}$$

Den effektive dosen er

$$H = D \cdot w_R \cdot v = \Delta N \cdot (E_a/m) \cdot w_R \cdot v = 12.10 \text{ Sv} \approx \underline{\underline{12 \text{ Sv}}}$$

- c) Den eneste forskjellen fra oppgave b) er at $t_1 = 7 \text{ dager} = 7 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 6.048 \cdot 10^5 \text{ s}$

Den effektive dosen er nå: $80.10 \text{ Sv} \approx \underline{\underline{80 \text{ Sv}}}$

- d) Muligheten for å overleve er svært liten.

- e) Den effektive dosen, H, fra Po-210 skal nå være maksimum 200 mSv. Fra b) er

$$H = D \cdot w_R \cdot v = \Delta N \cdot (E_a/m) \cdot w_R \cdot v$$

$$\text{Antall desintegrasjoner er : } \Delta N = \frac{H}{\frac{E_a}{m} \cdot w_R \cdot v} = 8.25 \cdot 10^{11}$$

Vi foretar samme integrasjon som i b) og c) for å finne hvilken startaktivitet, A'_0 , dette tilsvarer:

$$\Delta N = A'_0 \cdot \frac{-1}{\lambda_{eff}} [e^{-\lambda_{eff} \cdot t_1} - e^{-\lambda_{eff} \cdot t_0}]$$

$$\text{Dette gir : } A'_0 = 1.806 \cdot 10^5 \text{ Bq}$$

Vi kan nå beregne hva dette tilsvarer i antall atomer ved starttidspunktet, N'_0 , (som i 1 a)):

$$A'_0 = \lambda_{fysisk} \cdot N'_0$$
$$N'_0 = \frac{A'_0}{\lambda_{fysisk}} = \frac{A'_0}{\ln 2 / t_F} = 3.106 \cdot 10^{12}$$

Vi beregner hva dette tilsvarer i antall gram, X (se oppgave 1a):

$$N_0 = N_A \cdot X / 210$$

$$X = N_0' \cdot \frac{210\text{g}}{N_A} = 1.08 \cdot 10^{-9} \text{ g}$$

10% av inntatt mengde opptas i blodet. X er det som opptas i blodet. Den totale mengden som kan inntas for å holde dose under 200 mSv er 10 ganger X. Maksimal mengde er derfor:

$$\underline{1.1 \cdot 10^{-8} \text{ g}}$$