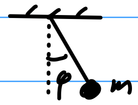
Ikke-lineære systemer (T. kap. 12.1 - 12.5)



Eks: Pendel, $\ddot{\varphi} = -\omega_0^2 \sin\varphi$

$\sin\varphi$ gjør diffligningen ikke-lineær. Dvs. hvis $\varphi_1(t)$ og $\varphi_2(t)$ er løsninger, er ikke nødvendigvis $c_1\varphi_1(t) + c_2\varphi_2(t)$ en løsning.

Derimot hvis vi antar små utslag, $|\varphi| \ll 1$, vil $\sin\varphi \approx \varphi$, dvs $\ddot{\varphi} = -\omega_0^2\varphi$. Da vil $c_1\varphi_1(t) + c_2\varphi_2(t)$ være en løsning hvis φ_1 og φ_2 er det. Diffligningen $\ddot{\varphi} = -\omega_0^2\varphi$ er altså <u>lineær</u>.

Ikke-lin. diffligninger klarer vi sjelden å løse analytisk. Hvis en ikke-lin. diffligns. er "tilstrekkelig komplisert" vil den kunne ha kaotisk løsning for gitte initialbetingelser.

Eks: Drevet, dempet pendel: $\ddot{\varphi} = -\omega_0^2 \sin\varphi - \frac{b\dot{\varphi}}{m} + \frac{F(t)}{mL}$ ← drivekraft

dempekraft $\propto \dot{\varphi}$

F.eks. $F(t) = F_0\cos\omega t$ gir kaos for tilstrekkelig stor F_0.
Følsomhet for initialverdier vokser $\sim \exp$ med tiden!

$\sin\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3} + \ldots$ Hvis φ har et ledd $\cos(\omega t)$ i seg, får vi et ledd $\cos^3(\omega t)$ i $\sin\varphi$. Får da et ledd $\cos(3\omega t)$...
(fordi $\cos^3 u = \frac{1}{4}(\cos 3u + 3\cos u)$)