

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

**Eksamen i:** FY101 – Elektromagnetisme

**Eksamensdag:** Torsdag 12. desember 2002

**Tid for eksamen:** Kl. 09:00 – 15:00

**Tillatte hjelpemidler:** Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk  
Rottman: Matematisk formelsamling  
To A4-ark med egne notater (kan beskrives på begge sider)  
Elektronisk kalkulator: Av godkjent type

**Oppgavesettet er på 4 sider.**

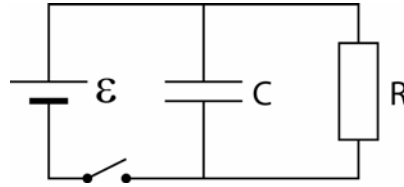
**Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.**

### Oppgave 1

- Forklar hvorfor ikke konduktans er det inverse av resistans ved vekselstrøm.
- Hva er den totale impedansen til en spole og en kondensator som er koblet i serie, hvis de har samme reaktans-verdi?
- Lyspære L1 har dobbelt så stor resistans som lyspære L2 (vi regner her resistansen som konstant, dvs. uavhengig av strømmen gjennom lyspærene). Vi kobler så de to lyspærene til et batteri. Hvilken pære vil lyse sterkest hvis pærene er koblet etter hverandre i serie? Forklar.
- Hva hvis de er koblet i parallell – hvilken lyser da sterkest? Forklar.
- En ladd partikkel beveger seg i en rett linje gjennom rommet. Betyr det at det ikke er noe magnetfelt i området? Forklar.
- Hva er forskjellen mellom dielektrisitetskonstant (relativ permittivitet) og dielektrisk styrke?
- To seriekoblede kondensatorer med kapasitans  $C_1 = 5,0 \mu\text{F}$  og  $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$  er koblet i parallell med en kondensator  $C_3 = 8,0 \mu\text{F}$ . Finn den samlede kapasitansen til denne sammenkoblingen.

## Oppgave 2

En enkel RC-krets er koblet til en likespenningskilde (batteri) med ubetydelig indre motstand. Strømmen fra spenningskilden kan slås på eller av ved hjelp av en bryter som vist på figur 1. Resistansen  $R = 1 \text{ k}\Omega$  og kapasitansen  $C = 5 \text{ }\mu\text{F}$ . Den elektromotoriske spenningen  $\varepsilon = 5 \text{ V}$ .

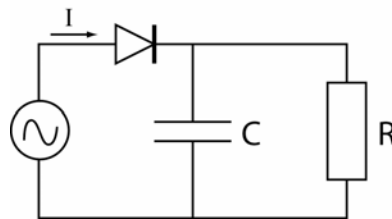


Figur 1: RC-krets med bryter.

- Anta at bryteren har vært lukket lenge og at den åpnes ved tiden  $t = 0$ . Sett opp og løs de nødvendige ligningene for å finne tidsforløpet av strømmen gjennom motstanden uttrykt ved  $R$ ,  $C$  og  $\varepsilon$ . Finn den numeriske verdien for tidskonstanten.
- Anta nå at den indre resistansen i batteriet  $R_i = 0,1 \text{ }\Omega$ , at bryteren er åpen og at ladningen på kondensatoren er null. Ved tiden  $t = 0$  lukkes bryteren. Tegn skjematisk hvordan kretsen nå ser ut og beregn tidsforløpet for ladningen på kondensatoren uttrykt ved  $R_i$ ,  $R$ ,  $C$  og  $\varepsilon$ . Finn den numeriske verdien for tidskonstanten. Hva betyr det for den tiden det tar å lade opp kondensatoren at  $R_i \rightarrow 0$ ?

I resten av oppgaven brukes ikke numeriske verdier for de størrelsene som inngår

- Spenningskilden erstattes med en vekselspenningskilde som leverer en spenning  $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$  uavhengig av belastingen i kretsen. Dessuten fjernes bryteren fra kretsen. Finn tidsforløpet av strømmen i alle tre greinene av kretsen.



Figur 2: RC-krets med diode. Dioden leder kun strøm i den angitte retning.

- Kretsen skal brukes til å lage en enkel likeretter. Det blir derfor satt inn en diode som vist på figur 2. Vi regner dioden som ideell, dvs. den leder strøm "uhindret" i den retning som er angitt i figuren, men sperrer for strøm i motsatt retning. Tegn en figur som viser kvalitativt spenningen over motstanden når  $C = 0$ . På samme figur skal også spenningen over motstanden tegnes inn når  $C$  er forskjellig fra null. Forklar kvalitativt hvordan denne kurven vil endres dersom verdien av  $C$  økes. Forklar også hva slags relasjon det må være mellom størrelsene  $\omega$ ,  $R$  og  $C$  for at dette skal bli en god likeretter.
- Sett opp og løs de ligningene som viser tidspunktet i hver syklus når dioden stenger for strøm. Vær nøye med å presisere hvilken av flere mulige løsninger som må velges. Hvilken betingelse må være oppfylt for at strømmen skal begynne å gå gjennom dioden igjen?

### Oppgave 3

To like store ladninger befinner seg i ro på x-aksen og i avstand  $a$  på hver side av origo.

- Hvor stor kraft virker på hver av ladningene når ladningene har størrelse  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  C og avstanden  $a = 0,37 \cdot 10^{-10}$  m. Tomromspermittiviteten  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>.
- Ladningene sitter på partikler med masse  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg (protoner). Hvor stor blir akselerasjonen i første øyeblikk dersom partiklene slippes fri?
- Vi tenker oss igjen at ladningene ligger i ro slik som i første del av oppgaven. To like, men negative ladninger med samme absolutte størrelse som de positive ladningene befinner seg i ro i punktene  $(0,y)$  og  $(0,-y)$  på y-aksen. Hvor stor kraft virker på hver av partiklene uttrykt ved størrelsene  $e$ ,  $a$  og  $y$ ?
- Forklar med ord hvordan kraften på de negative ladningene varierer når ladningene føres utover fra en avstand  $y \ll a$  til  $y \gg a$ . Forklar at det må være en verdi for  $y$  hvor kraften på de negative ladningene er null, og regn ut hvor dette punktet er uttrykt ved størrelsen  $a$ .

### Oppgave 4

Lorentzkraften er gitt ved

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Redegjør kortfattet for størrelsene i formelen og forklar hvorfor det ikke gjøres arbeid på en ladd partikkel i et rent magnetisk felt.
- Anta en platekondensator med uendelig store plater, det vil si med homogene elektriske felt. Vis ved hjelp av Maxwells første ligning:

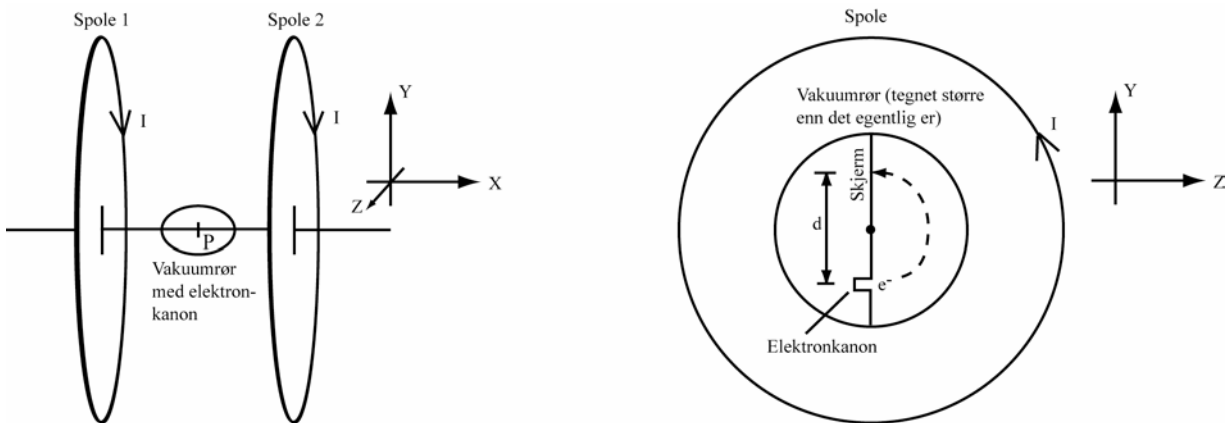
$$\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

at det elektriske feltet mellom platene er gitt ved

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

hvor  $\sigma$  er ladning per arealenhet. Forklar hva du gjør med en skisse.

c) Anta oppsettet i figuren.



Figur 3: To spoler med vakuumbør mellom. Til venstre ser vi spolene og røret i  $xy$ -planet ( $z$  går ut av arket). Til høyre ser vi et snitt i  $yz$ -planet hvor den ytterste sirkelen er spolene og den innerste sirkelen er vakuumbøret som er tegnet større enn det egentlig er for å få fram detaljene. Vi regner at vakuumbøret med dets innhold ikke påvirker magnetfeltet fra spolene.

Vi skal nå bruke Biot-Savarts lov

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

til å bestemme det magnetiske feltet i punktet  $P$  som ligger på aksene midt mellom spolene. Hver av spolene har  $N$  viklinger og er plassert i en avstand  $R$  fra hverandre som også er radiusen til de to spolene. Vi regner ikke med at spolene har noen utstrekning i  $x$ -retningen. Hvis det går en strøm  $I$  som vist i figuren, vis at

$$\vec{B} = -0,714\mu_0 N \frac{I}{R} \vec{e}_x$$

hvor  $\vec{e}_x$  er enhetsvektoren langs  $x$ -aksen.

d) Elektronkanonen i figuren er i prinsippet en ideell platekondensator. Anta at elektronene beveger seg gjennom potensialforskjellen mellom platene og slipper ut via en liten spalt i den ene platen. Vis at absoluttverdien til hastigheten til et elektron som kommer ut av spalten, er gitt ved

$$|\vec{v}| = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}}$$

hvor  $V$  er spenningen over kondensatoren, elektronmassen  $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$  og  $e$  er absoluttverdien til elektronets ladning. Hva blir hastigheten hvis spenningen er  $50 \text{ V}$ ? Er dette en "relativistisk" hastighet? Hvor stort elektrisk felt tilsvarer denne spenningen hvis kondensatoren er  $10 \text{ mm}$  bred? I hvilken retning må feltet gå?

e) Anta at du faktisk har akselerert et elektron og at magnetfeltet er konstant der elektronet beveger seg. I hvilken avstand  $d$  fra spalten vil elektronet da treffe skjermen i figuren?  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ A}^2/\text{N}$ ,  $R = 0,5 \text{ m}$ ,  $I = 7,5 \text{ A}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  og elektronmassen som allerede angitt.