

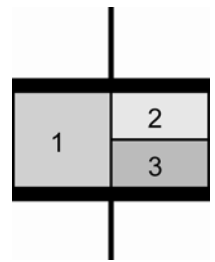
# Løsningsforslag

FYS1120 – Elektromagnetisme, torsdag 8. januar 2004

Ved sensurering vil alle delspørsmål i utgangspunktet bli gitt samme vekt (uavhengig av oppgavenummer), men vi forbeholder oss retten til justeringer. I løsningsforslaget er bit for bit av oppgaveteksten gitt i kursiv, etterfulgt av en mulig løsning. Det tas forbehold om feil.

## Oppgave 1

*En platekondensator er konstruert ved å plassere tre dielektriske materialer mellom to metallplater, som vist i figuren til høyre. Alle de tre materialene er like brede og materialene 2 og 3 er halvparten så høye som materiale 1. Vi antar at avstanden mellom platene er mye mindre enn platenes andre dimensjoner (bredde  $\times$  lengde = areal), slik at vi kan se bort fra eventuelle kanteffekter.*



- a) *Finn kondensatorens kapasitans uttrykt ved platenes areal  $A$ , platenes avstand  $d$  og de tre materialenes relative permittivitet;  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  og  $\epsilon_3$ .*

Kapasitansen vil være som om vi hadde kondensator 1 i parallell med en seriekobling av kondensatorene 2 og 3, altså tre diskrete kondensatorer koblet sammen.

$$C_1 = \epsilon_1 \epsilon_0 \frac{A}{2d} ; \quad C_2 = \epsilon_2 \epsilon_0 \frac{A}{d} ; \quad C_3 = \epsilon_3 \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Seriekoblingen av kondensatorene 2 og 3 gir:  $C_s = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$

Total kapasitans blir da:  $C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \left( \frac{\epsilon_1}{2} + \frac{\epsilon_2 \epsilon_3}{\epsilon_2 + \epsilon_3} \right)$

- b) *Beregn denne kapasitansen når  $A = 1 \text{ cm}^2$ ,  $d = 2 \text{ mm}$ ,  $\epsilon_1 = 4,9$ ,  $\epsilon_2 = 5,6$  og  $\epsilon_3 = 2,1$*

Med de oppgitte verdiene blir  $C = \underline{1,76 \text{ pF}}$

- c) *Hvis de tre materialene skulle erstattes av ett homogent materiale, hvilken relativ permittivitet måtte dette materialet hatt dersom kapasitansen skulle bli den samme som under punkt b)?*

$$\epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} = 1,76 \text{ pF} \quad \text{gir at } \epsilon_r = \underline{4,0}$$

- d) Tenk deg at du har en søster på 17 år som går i videregående skole. Hvordan ville du forklare for henne hva relativ permittivitet er?

Her er det mange muligheter og ikke noe absolutt fasitsvar. Man kan snakke om et materiales evne til å la seg elektrisk polarisere, ladninger som er bundet men som kan bevege seg litt, dipoler som innretter seg i feltet, osv.

## Oppgave 2

En ladning på  $170 \mu\text{C}$  befinner seg i sentrum av en kube (terning) hvor alle sidene er  $80 \text{ cm}$ .

- a) Finn den totale fluksen gjennom hver av kubens sideflater.

$$\text{Total fluks } \Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \text{ gir } 1,92 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

Hver av de seks flatene får en sjettedel av dette  $\rightarrow \underline{3,20 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2/\text{C}}$

- b) Finn den totale fluksen gjennom hele kubens overflate.

$$\text{Total fluks } \Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \text{ gir } 1,92 \cdot 10^7 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

- c) Ville svaret på spørsmålene a) eller b) bli annerledes dersom ladningen ikke befant seg i sentrum av kuben? Forklar!

Svaret på a) ville endres siden fluksen ikke ville være den samme gjennom alle sideflatene når ladningen ikke er symmetrisk plassert. Sidene nære ladningen ville ha mer fluks og sidene lenger vekk fra ladningen ha mindre fluks. Svaret på b) ville være det samme siden den totale fluksen er konstant, dvs. kun avhengig av den totale ladningen inne i volumet.

## Oppgave 3

En motstand  $R = 10 \text{ k}\Omega$  er koblet i parallell med en kondensator  $C = 500 \text{ pF}$ .

- a) Hva er den totale impedansen ved frekvensen  $f = 300 \text{ kHz}$ ? Oppgi både modul (absoluttverdi av impedansen) og fasevinkel.

Enklest å starte med admittans siden det er en parallellkobling:

$$Y = \frac{1}{R} + j(2 \cdot \pi \cdot f \cdot C) = 10^{-4} + j9,4 \cdot 10^{-4}$$

$$|Y| = \sqrt{(10^{-4})^2 + (9,4 \cdot 10^{-4})^2} = \underline{9,5 \cdot 10^{-4}}, \text{ altså } \underline{950 \mu\text{S}}$$

$$\text{Fasen } \varphi_Y = \text{atg}\left(\frac{9,4 \cdot 10^{-4}}{10^{-4}}\right) = \text{atg}(9,4) = \underline{83,9^\circ}$$

Vi får da: Impedans (modul)  $|Z| = \frac{1}{|Y|} = \underline{1053 \Omega}$

Fasen  $\varphi_Z = -\varphi_Y = \underline{-83,9^\circ}$

b) *Hva er kretsens konduktans G og susceptans B?*

Se første del av svaret på a).  $G = \underline{100 \mu\text{S}}$  og  $B = \underline{940 \mu\text{S}}$  (husk at  $Y = G + jB$ )

c) *Vi påtrykker en spenning på 10 V rms, 300 kHz over denne parallellkoblingen. Hva blir midlere avgitt effekt i kretsen?*

$$P = UI \cos \varphi = \frac{U^2}{Z} \cos \varphi = U^2 Y \cos \varphi = U^2 G = (10)^2 \cdot 10^{-4} = 0,01, \text{ altså } \underline{10 \text{ mW}}$$