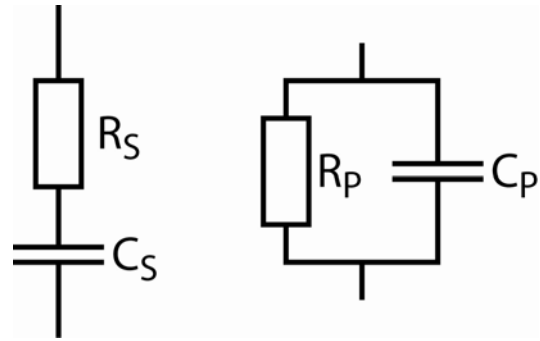


# Løsningsforslag til eksamen i FYS 1120 Elektromagnetisme onsdag 14. desember 2005

(Det tas forbehold om at løsningsforslaget kan inneholde feil)

## Oppgave 1

I figuren til høyre ser du en seriekopling av en motstand (resistans)  $R_S$  og en kondensator (kapasitans)  $C_S$ , og dessuten en parallellkopling av en motstand  $R_P$  og en kondensator  $C_P$ .



- a) Seriekoplingen har en total impedans  $Z_S [\Omega] = 982 - j 2842$  ved frekvensen  $f = 1 \text{ kHz}$ . Hva er kapasitansen til kondensatoren  $C_S$  ?

Generelt har vi at  $Z = R + jX$  og  $X = -1/(2\pi f C)$ , slik at  $C = -1/(2\pi f X)$

Dette gir i vårt tilfelle  $C_S = -1/(2 \cdot 3,14 \cdot 1000 \cdot -2842) = 5,6 \cdot 10^{-8} = \underline{\underline{56 \text{ nF}}}$

- b) Finn modul og fasevinkel til seriekoplingens impedans ved den samme frekvensen.

Modul  $|Z| = \sqrt{982^2 + 2842^2} = \underline{\underline{3007 [\Omega]}}$  og fasevinkel  $\varphi = \arctan(-2842/982) = \underline{\underline{-70,9 \text{ grader}}}$

- c) Parallellkoplingen har en total impedans  $Z_P [\Omega] = 564 - j 497$  ved frekvensen  $f = 700 \text{ Hz}$ . Hva er kapasitansen til kondensatoren  $C_P$  ?

Her må vi ikke la oss lure! I oppgave a) fikk vi oppgitt impedansen til en seriekrets, og da er realdelen av impedansen direkte lik resistansen og imaginærdelen direkte lik reaktansen. her er det annerledes; vi har oppgitt impedansen til en parallellkrets. For admittansen til en parallellkrets er realdelen direkte lik konduktansen og imaginærdelen direkte lik suseptansen, men siden vi har oppgitt impedansen, må vi beregne suseptansen og deretter kapasitansen slik:

$$C_p = B/2\pi f \quad \text{hvor} \quad B = -X/(R^2 + X^2)$$

Vi får da at:  $B = 497/(564^2 + 497^2) = 8,79 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{879 \mu S}}$  og

$$C_p = 8,79 \cdot 10^{-4} / 2 \cdot 3,14 \cdot 700 = 2,00 \cdot 10^{-7} = \underline{\underline{200 \text{ nF}}}$$

- d) Finnes det noen frekvens hvor impedansen (modul) til de to kretsene er like store? Begrunn svaret.

Her kan man sette likningen for  $Z_s$  og  $Z_b$  lik hverandre og løse mhp. frekvensen. Man vil da finne at likningen ikke har noen reell løsning. Man kan også resonnerer slik:

Seriekretsen: Når frekvensen synker går impedansen mot uendelig pga. kondensatoren. Et plott av impedansen som funksjon av frekvens vil derfor vise en kurve som faller og som går asymptotisk mot  $982 \Omega$  ved høye frekvenser.

Parallellkretsen: Resistansen  $R_p = (564^2 + 497^2)/564 = 1002 [\Omega]$ . Ved økende frekvens vil altså impedansen falle fra  $1002 \Omega$  (høyeste verdi) og til null ved uendelig høy frekvens.

Dessuten: Ved  $700 \text{ Hz}$  har impedansen til parallellkoblingen allerede sunket til

$\sqrt{564^2 + 497^2} = 752 \Omega$ , mens impedansen til seriekoplingen beregnet vi til  $3007 \Omega$  ved  $1 \text{ kHz}$ .

Kurvene vil altså ikke overlapse og svaret på oppgaven er **nei**.

e) Du ønsker å kople en spole (induktans)  $L_s$  i serie med  $R_s$  og  $C_s$  for at seriekretsen skal bli rent ohmsk (ha en fasevinkel på null grader) ved  $f = 1 \text{ kHz}$ . Hvor stor må spolens induktans være?

Hvis spolens reaktans har samme absoluttverdi som kondensatorens reaktans, vil de kansellere hverandre slik at total reaktans blir null, altså ohmsk impedans.

Vi må altså ha at  $L = X/(2\pi f) = 2842/2 \cdot 3,14 \cdot 1000 = 0,4523 = \underline{\underline{452,3 \text{ mH}}}$

f) Hva er modulen til seriekoplingens impedans ved denne frekvensen etter at spolen er koplet inn?

Da er det kun resistansen igjen siden reaktansen er lik null.  $Z = \underline{\underline{982 \Omega}}$

## Oppgave 2

Du går på tur med en venn og bruker kompass for å finne frem. Dere bruker kompasset rett under en strømledning som henger  $5,5$  meter over bakken og hvor det går en strøm på  $800$  ampere i horisontal retning fra nord til syd.

a) Finn størrelse og retning på magnetfeltet fra strømledningen i et punkt på bakken rett under ledningen.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (800 \text{ A})}{2\pi (5,50 \text{ m})} = 2,90 \cdot 10^{-5} \text{ T mot øst.}$$

b) Din venn, som ennå ikke har tatt elektromagnetismekurset, foreslår at dere skal flytte dere  $50$  meter vekk fra ledningen for å unngå misvisning på kompasset. Anta at jordas magnetfelt har en styrke på ca.  $50 \mu\text{T}$  (mikrotesla). Er du enig med din venn i at magnetfeltet fra strømledningen kan være et problem? Begrunn svaret.

### Veldig enkelt svar:

Siden størrelsen på jordas magnetfelt er  $5,00 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  mot nord, vil det totale magnetfeltet være  $30^\circ$  nordøst med en styrke på  $5,78 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . Dette vil være et problem!

### Noe mer fyldig svar:

For det første er jordmagnetfeltet ca  $50$  mikrotesla på våre breddegrader, men feltet stikker nokså bratt inn i jorda. Vertikalkomponenten er ca  $40$  mikrotesla og horisontalkomponenten om

lag 10 - 12 mikrottesla. Det er bare horisontalkomponenten som påvirker retningen på kompasset.

Når vi så skal undersøke hvorvidt strømmen i ledningen 50 m unna vil påvirke et kompass, må man være nøye med å bare analysere horisontalkomponentene. For den 800 A likestrømsledningen 5.5 m over bakken, blir magnetfeltbidraget totalt (uansett retning):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{0,2 \cdot 800}{\sqrt{50^2 + 4,5^2}} \mu T = 3,19 \mu T$$

Her er det antatt at kompasset brukes i en høyde 1.0 m over bakken slik at vertikal avstand mellom kompass og ledning er 4.5 m.

Disse vel 3  $\mu T$  er imidlertid nesten loddrett rettet, så horisontalkomponenten som vil kunne påvirke kompasset, vil bare utgjøre en liten del:

$$B_{horizontal} = B \cdot \tan \theta = B \cdot \frac{4,5}{50} = 0,29 \mu T$$

hvor  $\theta$  er vinkelen mellom horisontalen og ledningen, sett fra kompasset (samme vinkel som er mellom magnetfeltkomponenten og loddlinjen på kompassets plass).

Jordmagnetfeltet i horisontal retning er ca 10  $\mu T$  mot nord. Likestrømmen i ledningen gir et magnetfeltbidrag i horisontal retning på 0.29  $\mu T$  mot øst. Totalt magnetfelt i horisontalplanet blir da 0.4 promille høyere enn jordmagnetfeltet var uten ledningen, men retningen vil være 1.7 grader øst for magnetisk nord. Dette er en effekt som bør tas hensyn til dersom man skal ta en nøyaktig kompasskurs, men for de fleste formål spiller denne ekstra "misvisningen" nokså liten rolle.

### Oppgave 3

a) *Skriv opp likningen som vi kaller Amperes lov. Hva kan vi bruke den til og hvilke geometriske forutsetninger må være til stede for at vi kan ha nytte av den?*

$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_i$  kan vi bl.a. bruke til å beregne magnetisk felt (flukstetthet) som skyldes kjente elektriske strømmer. Trikset ligger i å velge en integrasjonsvei som sammenfaller helt eller delvis med en magnetisk feltlinje. Eksempler er felt rundt en rett strømførende leder, hvor feltlinjene blir sirkulære og venstre side i uttrykket blir lik  $B \cdot 2\pi l$ . Eventuelt kan man velge en amperevei hvor deler av integrasjonsveien er slik at feltet enten er lik null, eller står ortogonalt på. Eksempel her er beregning av feltet inne i en spole.

b) *Når vi sammenlikner elektriske og magnetiske feltlinjer peker vi ofte på én vesentlig forskjell. Hva er det? Forklar.*

Magnetiske feltlinjer danner alltid lukkede sløyfer, noe som bl.a. medfører at det ikke eksisterer magnetiske monopoler.

#### Oppgave 4

Negativ ladning  $-Q$  er jevnt fordelt på overflaten av et tynt, sfærisk, isolerende kuleskall med radius  $R$ . Regn ut hvilken kraft (størrelse og retning) som virker fra kulen på en positiv punktladning  $q$ , som er plassert:

a) I en avstand  $r > R$  fra kulens sentrum (utenfor kuleskallet).

Her vil kraften være  $F = qE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$ , radielt innover.

b) I en avstand  $r < R$  fra kulens sentrum (innenfor kuleskallet).

Inne i kula er det ikke noe elektrisk felt og dermed heller ingen kraft.

c) Skriv opp likningen som vi kaller Gauss lov. Forklar den og gi eksempler på hva den kan brukes til.

Gauss lov:  $\Phi_E = \oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$  Vi bruker Gauss lov bl.a. til å beregne elektrisk felt og velger da gjerne en integrasjonsflate (Gaussflate) som er slik at den består av delflater hvor feltet er null, står vinkelrett på flaten eller er parallelt med flaten.