Eksamen i: FYS 1120 Elektromagnetisme
Torsdag 6. januar 2005
Løsningsforslag

Oppgave 1

a) *Forklar hvorfor ikke konduktans er det inverse av resistans ved vekselstrøm.*

Admittans Y = G + jB er per definisjon det inverse av impedans Z = R + jX. Av dette følger at G ikke er det inverse av R. Man vil for eksempel finne at $G = R / (R^2 + X^2)$.

b) *Hva er den totale impedansen til en spole og en kondensator som er koblet i serie, hvis de har samme absoluttverdi for reaktansen?*

Den blir null, fordi: $j\,(X_L + X_C) = j\,(\omega L - 1/\omega C) = 0$, hvis $\omega L = 1/\omega C$

c) *Lyspære L1 har dobbelt så stor resistans som lyspære L2 (vi regner her resistansen som konstant, dvs. uavhengig av strømmen gjennom lyspærene). Vi kobler så de to lyspærene til et batteri. Hvilken pære vil lyse sterkest hvis pærene er koblet etter hverandre i serie? Forklar.*

De er koblet i serie, altså er strømmen den samme gjennom pærene. Siden $P = VI = RI^2$, så vil effekten være proporsjonal med resistansen, og pæra med <u>høyest</u> resistans vil lyse sterkest.

d) *Hva hvis de er koblet i parallell – hvilken lyser da sterkest? Forklar.*

Her vil spenningen over pærene være den samme (for begge pærene). Siden $P = VI = V^2 / R$, så vil effekten være omvendt proporsjonal med resistansen, og pæra med <u>lavest</u> resistans vil lyse sterkest.

e) *En ladd partikkel beveger seg i en rett linje gjennom rommet. Betyr det at det ikke er noe magnetfelt i området? Forklar.*

Nei, vi husker at $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, som betyr at $\mathbf{F} = 0$ hvis partikkelen beveger seg parallelt eller anti-parallelt med $\mathbf{B}$.

f) *Hva er forskjellen mellom dielektrisitetskonstant (relativ permittivitet) og dielektrisk styrke?*

Dielektrisitetskonstanten sier noe om materialets evne til å la seg polarisere og inngår således i uttrykket for kapasitans, mens dielektrisk styrke sier noe om hvor stort elektrisk felt materialet tåler før det bryter sammen elektrisk (som regel betyr det at en del av materialet ioniseres og at den elektriske ledningsevnen øker dramatisk).

g) *To seriekoblede kondensatorer med kapasitans $C_1 = 5{,}0\ \mu F$ og $C_2 = 3{,}0\ \mu F$ er koblet i parallell med en kondensator $C_3 = 8{,}0\ \mu F$. Finn den samlede kapasitansen til denne sammenkoblingen.*

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{15}{8} + 8 = 9{,}875 \quad \text{dvs. } \underline{C = 9{,}875\ \mu\text{F}}$$

Oppgave 2

En høyspentlinje består av to ledninger 15 m over bakken og med 3 m avstand. Hver av ledningene fører strømmen 10 A, og strømmen går i motsatt retning i de to ledningene.

a) *Finn størrelse og retning på den gjensidige magnetiske kraften per 100 m av ledningene.*

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} = I_2 l B = I_2 l \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi R}$$

der I_1 og I_2 er strømmene i de to ledningene og R=3m er avstanden mellom ledningene.

Innsatt gir dette F = $\underline{6{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{N}}$ (frastøtende kraft).

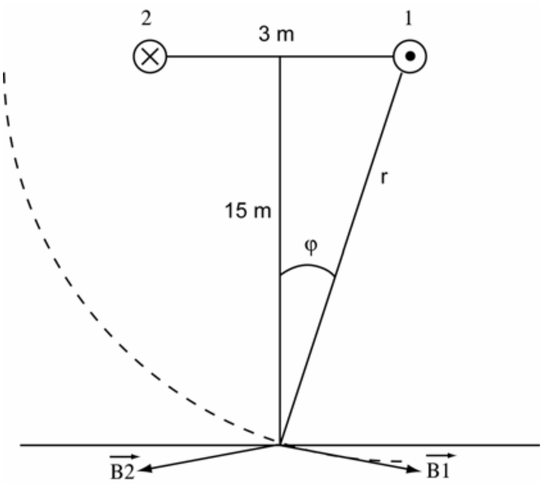
b) *Bruk Ampères lov til å bestemme størrelsen på magnetfeltet på bakken i et punkt midt mellom de to ledningene.*

Vi velger en Ampère-vei som følger en feltlinje og som også går gjennom det aktuelle punktet på bakken (se figuren hvor deler av Ampère-veien er stiplet). Gjør vi dette for ledning nummer 1 (se figuren), så får vi regnet ut $\overrightarrow{B1}$. Horisontalkomponenten av $\overrightarrow{B1}$ vil kanselleres av horisontalkomponenten av $\overrightarrow{B2}$, slik at det totale feltet blir vertikalt nedover på figuren og lik to ganger vertikalkomponenten av $\overrightarrow{B1}$.

Ampèreveiens radius: $r = \sqrt{15^2 + 1{,}5^2} = \underline{15{,}07}$ m

Ampèreveiens omkrets: $l = 2\pi r = \underline{94{,}7}$ m

Vinkel φ = $\arctan\frac{1{,}5}{15} = \underline{5{,}71°}$



$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot I_{innenfor} \Rightarrow B \cdot l = \mu_0 \cdot I_{innenfor}$$

$$B1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{94{,}7} = \underline{1{,}33 \cdot 10^{-7}[T]}$$

Total $B = 2 \cdot B1 \cdot \sin 5{,}71° = \underline{\underline{2{,}65 \cdot 10^{-8}[T]}}$ vertikalt nedover.

Oppgave 3

På et gitt sted er jordas magnetfelt rettet fullstendig vertikalt inn mot jorda og har en verdi på 50 µT. Et proton beveger seg horisontalt mot vest i dette feltet med en hastighet på $6{,}2 \cdot 10^6$ m/s.

a) *Hva er retningen og størrelsen på den magnetiske kraften som feltet utøver på protonet? (Elementærladningen er $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)*

Høyrehåndsregelen gir oss at retningen på kraften er sydover.

$$F_B = qvB\sin\varphi = \underline{\underline{4{,}96 \times 10^{-17}\ \text{N}}} \quad \text{siden } \varphi = 90°$$

b) Hva er radius i sirkelbuen som protonet følger?

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv^2}{F} = \underline{\underline{1{,}29\ \text{km}}}$$

Oppgave 4

En metallkule med radius R har en jevn overflateladning σ.

a) *Finn den totale ladningen til kula.*

$$Q = \sigma \cdot \text{overflateareal} = \underline{\underline{4\pi\sigma R^2}}$$

b) Hva er den totale elektriske fluksen gjennom en konsentrisk (samme sentrum) kuleflate med radius r?

Den totale elektriske fluksen gjennom en konsentrisk kuleflate *S* med radius *r* er gitt ved Gauss lov for elektriske felt:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q_{innenfor}}{\varepsilon_0}$$

Dersom kuleflaten *S* har en radius som er mindre enn metallkulens radius, er det ingen netto ladning på innsiden av *S*, og fluksen vil da være null. For kuleflater *S* med radius større enn metallkulen, vil vi få:

$$\Phi_E = \frac{4\pi\sigma R^2}{\varepsilon_0}$$

c) Beregn det elektriske feltet i overflaten av kula.

Vi bruker Gauss lov: $\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{4\pi\sigma R^2}{\varepsilon_0}$

Elektrisk felt må av symmetrigrunner være radielt rettet og kulesymmetrisk. Det vil si at: $\vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = E(r) \cdot dS$, og følgelig:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \oint_S E(r) \cdot ds = E(r) \cdot \oint_S dS = E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi\sigma R^2}{\varepsilon_0}$$

Dersom vi betrakter feltet like utenfor kuleoverflaten slik at r ≈ R, får vi:

$$E(r) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} \rightarrow \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

d) Verifiser at resultatet stemmer overens med den generelle formelen for elektrisk felt utenfor en metalloverflate i vakuum (hvor $\vec{n}$ er en enhetsvektor som står normalt på overflaten):

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \vec{n}$$

Dersom vi vil ha med retningen også, kan vi bruke normalenhetsvektor til kuleflaten (siden denne vil være radielt rettet), og får da:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \vec{n}$$

som er identisk med det generelle uttrykket for elektrisk felt like utenfor en metalloverflate.