UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

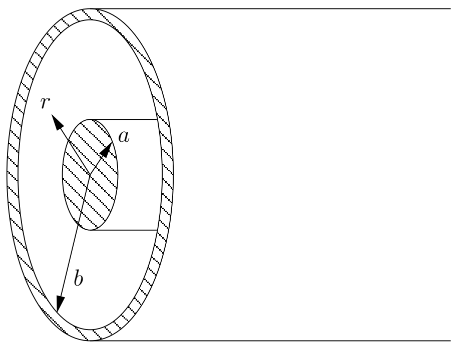
Eksamen i:	FYS1120 — Elektromagnetisme
Eksamensdag:	4. desember 2017
Tid for eksamen:	14.30 – 18.30
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Formelark
Tillatte hjelpemidler:	Angell/Øgrim og Lian: Fysiske størrelser og enheter Rottman: Matematisk formelsamling Elektronisk kalkulator av godkjent type

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle deloppgaver har lik vekt.

Oppgave 1

En koaksialkabel består av en innerleder med radius a og en ytterleder med indre radius b (se fig. 1). Kabelens lengde er mye større enn b, og vi ser bort fra effekter nær endene. Anta at lederne er ideelle og at kabelen er netto uladet. Mellom lederne befinner det seg et dielektrisk medium med permittivitet ϵ. Innerlederen har potensial V_0 mens ytterlederen har potensial null.



Figur 1: Koaksialkabel.

a)

Finn det elektriske feltet $\mathbf{E}$ overalt, uttrykt ved V_0.

b)

Finn kapasitansen per lengdeenhet.

c)

En av Maxwells ligninger er $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$. Hva heter denne loven? Vis at loven kan skrives om til integralform:

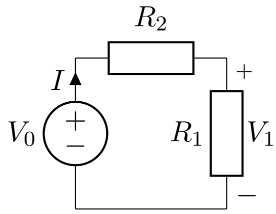
$$\oint_S \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \int_v \rho \mathrm{d}v, \tag{1}$$

der det lukkede arealet S omslutter volumet v.

Oppgave 2

a)

Finn spenningen V_1 over motstanden R_1 i kretsen i fig. 2. Svaret skal uttrykkes ved V_0 og de to resistansene.



Figur 2: Krets med to motstander.

b)

Motstanden R_2 representerer resistansen i en overføringskabel. Denne resistansen er fast og gitt. Vi ønsker å velge lasten R_1 slik at mest mulig effekt brennes av i den. Hva må R_1 være? Grunngi svaret.

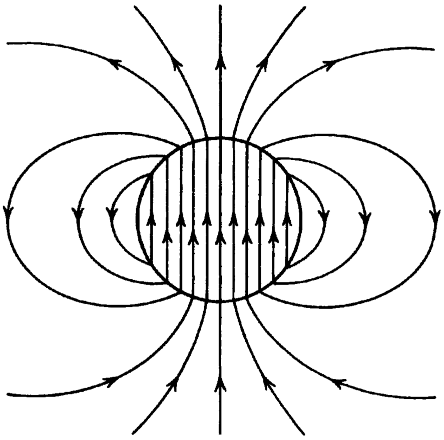
Oppgave 3

a)

En kule-formet permanentmagnet gir opphav til et felt, se fig. 3. Det er ingen frie strømmer noe sted, og det er vakuum utenfor kula. Er dette **B**- eller **H**-feltet? Grunngi svaret, dvs. forklar at figuren kan passe med det ene feltet, *og* ikke kan være det andre.

b)

Forklar med utgangspunkt i grensebetingelsene for **B** og **H** hvorfor feltlinjene knekker på overflaten til kula. (Med “knekke” menes brått å endre retning.)



Figur 3: En kule-formet permanentmagnet.

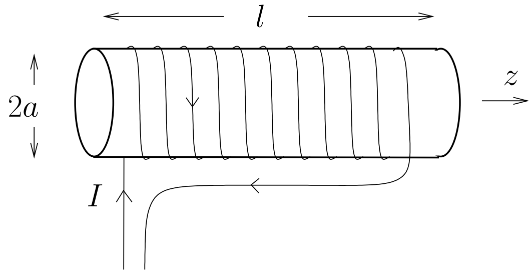
Oppgave 4

a)

Gitt en tettviklet solenoide med totalt N viklinger, se fig. 4. Solenoiden har radius a og lengde l, der $l \gg a$. Viklingene fører strømmen I. Kjernen har permeabilitet μ. Vis at den magnetiske flukstettheten $\mathbf{B}$ inne i solenoiden er

$$\mathbf{B} = \mu \frac{NI}{l} \hat{\mathbf{z}}. \tag{2}$$

Du kan ta for gitt at feltet er i $\hat{\mathbf{z}}$-retning (langs aksen), og at det er neglisjerbart utenfor solenoiden. Vi ser bort fra effekter nær endene til solenoiden.



Figur 4: En tettviklet, lang og tynn solenoide.

b)

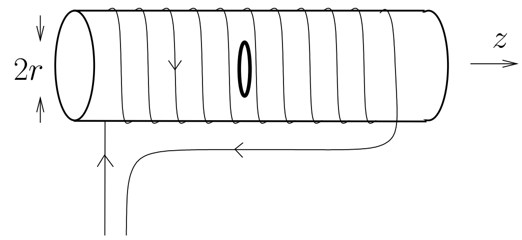
Finn selvinduktansen L til solenoiden i forrige deloppgave ved å bruke definisjonen ($L = \Phi/I$).

c)

Finn den lagrede magnetiske energien ved å bruke uttrykket for energitetthet i magnetisk felt. Sammenlign med uttrykket for energi i en spole.

d)

Strømmen i solenoiden varierer nå med tiden. Det plasseres en ring med radius r inne i solenoiden, se fig. 5. Ringens plan er normalt på z-aksen. Finn den gjensidige induktansen L_{12} mellom solenoiden og ringen. Finn den induserte elektromotoriske spenningen (emf) e_{12} i ringen hvis vi antar at ringen har uendelig resistans så det ikke går strøm i den.



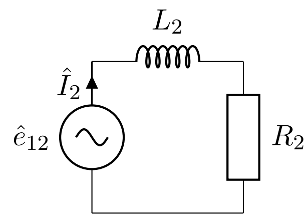
Figur 5: En ring med radius r er plassert inne i solenoiden.

e)

Ringen har nå en kjent, endelig resistans. Forklar med ord hva som skjer med fluksen i ringen, sammenlignet med situasjonen der ringen hadde uendelig resistans. Hvorfor kan vi ikke finne strømmen $I_2(t)$ i ringen ved hjelp av $I_2(t) = e_{12}(t)/R_2$, der $e_{12}(t)$ er svaret i forrige deloppgave?

f)

Ringen inne i solenoiden har resistans R_2 og selvinduktans L_2. Strømmen i solenoiden varierer harmonisk med vinkelfrekvens ω, slik at vi kan se på $e_{12} = \mathrm{Re}\{\hat{e}_{12}e^{i\omega t}\}$ som en harmonisk varierende spenningskilde i ringen. En ekvivalent krets for ringen finnes i fig. 6. Denne kretsen kan du ta for gitt, så du trenger ikke ha fått til de forrige deloppgavene.



Figur 6: Ekvivalentkrets for ringen.

Finn amplituden til strømmen i ringen $|\hat{I}_2|$ uttrykt med $|\hat{e}_{12}|$. Hvor stor må R_2 være, sånn cirka, for at vi skal kunne neglisjere selvinduktansen L_2 til ringen? Er betingelsen oppfylt hvis $\omega = 2\pi \cdot 5\,\mathrm{MHz}$, og ringen har resistans $R_2 = 1\,\Omega$ og selvinduktans $L_2 = 50\,\mathrm{nH}$?