



FYS1120 Elektromagnetisme

Ukesoppgave 2 (obligatorisk)

Oppgave 1

En punktladning $q_1 = 4.0 \text{ nC}$ ligger på x -aksen i $x = 2.0 \text{ m}$. En annen punktladning $q_2 = -6.0 \text{ nC}$ ligger på y -aksen i $y = 1.0 \text{ m}$.

- En kuleflate S med sentrum i origo har radius 0.5 m . Hva er den elektriske fluksen ut av denne flaten, dvs. $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$?
- Hva blir fluksen hvis radien til kuleflaten er 1.5 m eller 2.5 m ?

Tips: Gauss' lov.

Oppgave 2

Vi har en total ladning Q . Finn det elektriske feltet \mathbf{E} overalt i rommet når

- Q er en punktladning.
- Q er jevnt fordelt over volumet av en kule med radius a slik at romladningstettheten ρ er

$$\rho = \frac{Q}{4\pi a^3/3}. \quad (1)$$

- Q er jevnt fordelt på et kuleskall med radius a slik at overflateladningstettheten ρ_s er

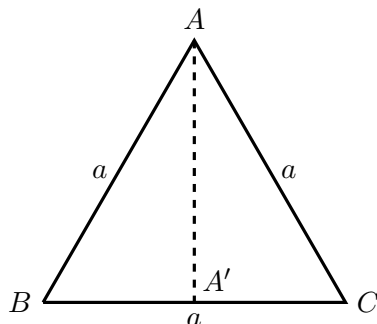
$$\rho_s = \frac{Q}{4\pi a^2}. \quad (2)$$

- Q er fordelt over volumet av en kule med radius a slik at romladningstettheten ρ er proporsjonal med avstanden r fra kulens sentrum, dvs $\rho = kr$ der k er en konstant.

Tips: Bestem k ved å regne ut $Q = \int_V \rho dv$. Husk at $v = 4\pi r^3/3$ og $dv = 4\pi r^2 dr$.

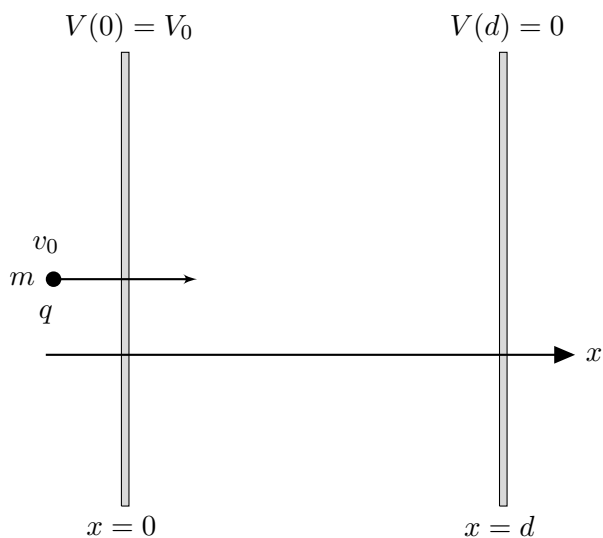
Oppgave 3

Tre punktladninger med samme ladning Q er plassert i hvert sitt hjørne A, B, C i en likesidet trekant med sidekant a , se figuren under. Den ene ladningen forskyves langs den prikkete linjen fra A til midtpunktet A' på sidekanten BC . Ladningene i B og C holdes i ro under hele forskyvningen. Beregn det arbeidet som må utføres for å gjennomføre denne forskyvningen.



Oppgave 4

To plane metallplater med avstand d har en jevnt fordelt negativ romladningstetthet ρ mellom seg. Mediet mellom platene har dessuten relativ permittivitet $\epsilon_r = 1$. Den ene platen er tilkoblet jord (potensial lik 0) mens den andre platen har et positivt potensial V_0 .



Oppgitte tallverdier: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$, $V_0 = 10 \text{V}$, $d = 1 \text{cm}$, $\rho = -10^{-5} \text{C/m}^3$.

- a) Finn potensialet mellom platene som funksjon av x når vi antar at platene har uendelig stor utstrekning.

Tips: Poissons ligning gir en 2. ordens differensialligning i en variabel. Løs denne med grensebetingelsene $V(0) = V_0$ og $V(d) = 0$.

- b) Finn det elektriske feltet som funksjon av x .
- c) For hvilken verdi av x har potensialet sitt minimum? Finn V_{\min} . (Svar: $V_{\min} = -9.57 \text{V}$.)

- d) Skissér potensialet $V(x)$, og \hat{x} -komponenten av det elektriske feltet, som funksjon av x .
- e) Gjennom et lite hull i den ene platen (se figuren) skytes det ved $t = 0$ inn et elektron med starthastighet v_0 . Elektronets ladning er $q = -1.6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ og massen er $m = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$. Vi antar at hullet i platen er så lite at det ikke endrer feltfordelingen mellom platene.

Hvor stor hastighet må elektronet ha for at det skal nå den andre platen?

(Svar: $v_0 \geq 2.6 \cdot 10^6\text{m/s}$.)

- f) Frivillig, for matte-fans: Hvor lang tid bruker elektronet på å nå den andre platen når vi antar at starthastigheten er $v_0 = 3 \cdot 10^6\text{m/s}$?

(Svar: $t = 5.4 \cdot 10^{-9}\text{s}$)

Tips: Newtons 2. lov gir en 2. ordens inhomogen differensialligning med konstante koeffisienter. Ved å løse denne differensialligningen finner vi posisjonen $x(t)$ til elektronet som funksjon av tid. For å finne tiden elektronet bruker må vi løse ligningen $x(t) = d$ med hensyn på t . Ved å innføre en passende substitusjon kan denne ligningen overføres til en andregradsligning.

Oppgave 5

Mediet mellom platene i forrige oppgave tas bort, og området fylles i stedet med luft. Det oppstår gjennomslag i luften når feltstyrken overskrider $E_{\text{tl}} = 3 \cdot 10^6\text{V/m}$.

- a) Hva er den største spenningen som kan påtrykkes mellom platene?
(Svar: $3 \cdot 10^4\text{V}$.)
- b) Det er behov for å påtrykke en høyere spenningen enn dette. Du velger å fylle mellomrommet mellom platene med porselen, som tåler en feltstyrke på $E_{\text{tp}} = 6 \cdot 10^6\text{V/m}$ og som har relativ permittivitet $\epsilon_r = 7$. Dessverre har du ikke tilgang på porselen som er 1cm tykt men har et stykke med tykkelse $d_1 = 0.9\text{cm}$, som du legger mellom platene slik at ved den ene platen ligger det et lag med luft med tykkelse $d - d_1 = 0.1\text{cm}$.
Hvor stor spenning kan man nå påtrykke mellom platene?
(Svar: 6857V .)
- c) Hvorfor hjalp det ikke å fylle med porselen (i forrige deloppgave der ikke porselenet var tykt nok)? Gi en mikroskopisk tolkning av situasjonen. (Stikkord: Orientering av dipoler.)