

## FYS 1120: Labøvelse 3 – Hall-effekt

Hall-effekten ble oppdaget av amerikaneren Hall i 1879. Den viser seg ved at det i en strømleder i et magnetfelt oppstår en spenning (potensialforskjell) i lederen normalt på strømretningen og normalt på magnetfeltet. Den kan observeres i alle typer ledere. Vi vil undersøke og måle Hall-effekten i en halvleder i form av en tynn plate. Vi vil bekrefte at Hall-effekten altså kan benyttes til å lage et instrument for måling av magnetisk flukstetthet  $B$ . Etterpå undersøker vi  $B$ -feltet utenfor en sylindrisk permanent magnet vha. en Hall-sonde.

### 1. Måling av Hall-effekten

Fig.1 viser en halvlederkrystall med bredde  $b$ , lengde  $L$  og tykkelse  $d$  i retning vinkelrett på papirets plan. En strøm  $I$  sendes gjennom den som vist på figuren. Halvlederen plasseres i et magnetfelt slik at flukstettheten  $B$  står vinkelrett på papirets plan.

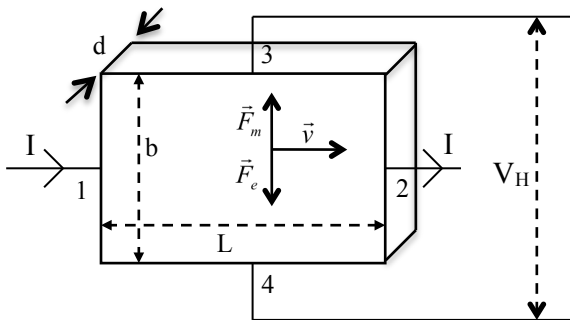


Fig. 1. Halvlederkrystall med parametre for beregning av Hall-spenningen.

La oss anta at strømmen  $I$  forårsakes av ladningsbærere med ladning  $q$  og gjennomsnittlig drifhastighet  $\vec{v}$ . En ladningsbærer vil da være påvirket av den magnetiske delen av Lorentzkraften  $\vec{F}_m$  på tvers av strømretningen

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Antar vi at denne kraften er rettet oppover som vist på figuren, vil ladningsbærerne derfor konsentreres mot øvre kant av halvlederen.

Denne ladningskonsentrasjonen er årsak til et elektrisk felt  $\vec{E}_H$  (Hall-feltet), slik at ladningen  $q$  blir påvirket av den elektriske delen av Lorentzkraften  $\vec{F}_e = q\vec{E}_H$  som vist på figuren. Ved likevekt vil den totale Lorentzkraften være null, dvs.  $\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0$  eller

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \times \vec{B}. \quad (1)$$

Hall-feltet  $\vec{E}_H$  bestemmer man ved å måle den tilsvarende Hall-spenningen  $V_H$  som vist på Fig. 1. La oss anta at det bare er én type ladningsbærere med konsentrasjon  $N$  i kryst-

tallen. Vi antar som på figuren at  $\vec{v}$  står vinkelrett på  $\vec{B}$  og ser bort fra fortegn. Da er  $|\vec{v} \times \vec{B}|$  i likn. (1) lik  $vB$ . Videre er strømmen  $I$  proporsjonal med tverrsnittet  $bd$ , med konsentrasjonen  $N$ , med ladningen  $q$  og med hastigheten  $v$ :

$$I = bdNqv.$$

Dette gir for Hall-spenningen:

$$V_H = bE_H = bvB = \frac{IB}{Nqd}. \quad (2)$$

En ser således at Hall-spenningen er proporsjonal med flukstettheten  $B$ . Bekrefter vi dette eksperimentelt kan altså Hall-effekten benyttes til å lage et instrument for måling av magnetisk flukstetthet.

En størrelse som ofte benyttes er Hall-koeffisienten  $R_H$ . Med betegnelser som ovenfor er definisjonen  $R_H = \frac{V_H d}{IB}$ . Av likn. (2) får vi derfor

$$R_H = \frac{1}{Nq}. \quad (3)$$

Dette betyr at for en ekstrinsisk leder med bare én type ladningsbærere kan en beregne konsentrasjon  $N$  når  $R_H$  er kjent.

**PRELAB-Oppgave 1: Lag et skript basert på MATLAB metodene polyfit og polyval som tilpasser en linje til et sett med datapunkter  $x,y$  og viser punktene og den tilpassede linjen på en figur. Dette skriptet kan også brukes i labøvelse 1 (Grunnleggende elmag. måleteknikk).**

**Oppgave 1.1 - Hall-effekt på p-Ge (eller n-Ge): Bestem retningen til  $\vec{B}$  og retningen til strømmen gjennom prøven. Lag en skisse som viser Hall-spenningens polaritet. Mål  $V_H$  som funksjon av  $B$  ved konstant  $I$  (Veilederen stiller potmeteret slik at  $V_H = 0$  når  $B = 0$ . Potmeterets innstilling er avhengig av  $I$ . NB!  $I_{maks} = 30$  mA!)**

**Oppgave 1.2: Beregn  $R_H$  (vha. stigningstallet for  $V_H$  vs.  $B$ ) og  $N$ . Mål spenningsfallet over Ge-prøven i strømretningen. Sammenlign ladningsbærernes gjennomsnittlige drifhastighet  $v$  med hastigheten til et elektron som starter i ro i et vakuum der elektronet er utsatt over den fulle prøvelengden  $L$  for det elektriske feltet som den eksterne spenningskilden setter opp i Ge-prøven.**

**Oppgave 1.3: Mål Hall-spenningens polaritet i den andre prøven og sammenlign resultatene for p-Ge og n-Ge. Hva slags ladningsbærere finnes det i disse to materialene?**

## 2. Måling av magnetisering i en permanent magnet med Hall-sonde

Ta utgangspunkt i kompendiets<sup>1</sup> lign. (3.13), som gir formelen for magnetfeltet langs symmetriaksen for en sirkulær strømsløyfe med radius  $a$ ,

$$B_x(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(x^2 + a^2)^{3/2}}, \quad (4)$$

der  $x$  representerer avstanden langs symmetriaksen. Dessuten, i kapittel 27, er magnetisk dipolmoment for en plan strømsløyfe med areal  $A$  definert som  $m = IA$ .

Når et materiale er permanent magnetisert er det fordi atomære strømsløyfer i materialet naturlig velger å forbli opplinjert i samme retning (ferromagnetisme). En slik situasjon er skissert i figur 2. Materialet sies å være magnetisert i retningen normalt på strømplanet.

I en sylindrisk magnet (se figurene 2 og 3) som er uniformt magnetisert med feltet rettet langs sylinderaksen, vil det derfor sirkulere en strøm på den krumme overflaten. Merk at berøring er ufarlig fordi strømmen ikke består av fritt bevegelige ladningsbærere. Denne overflatestrømmen har samme tetthet overalt, angitt som  $J_s = dl/dx$ , og representerer magnetiseringen av permanent-magneten.

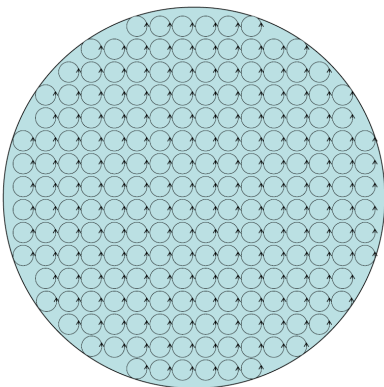


Fig. 2. Atomære strømmer i et uniformt magnetisert materiale. På makroskopisk skala er nettoresultat av alle strømsløyferne en strøm som sirkulerer rundt ytterkanten, mens i det indre kanselleres strømmene.

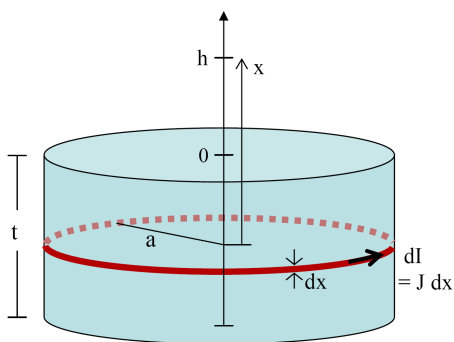


Fig. 3. Skisse av en sylindrisk permanent magnet med overflatestrømtetthet  $J_s$ .

**PRELAB-Oppgave 2.1:** Vis at  $J_s$  er identisk med magnetiseringen,  $M$ , definert som magnetisk moment per volumenhett.

Vi skal bestemme magnetiseringen i en sylindrisk permanent-magnet ved å måle feltet langs symmetriaksen. Vi trenger derfor å utlede en formel for magnetfeltet langs aksene som funksjon av avstanden  $h$  fra overflaten.

**PRELAB-Oppgave 2.2:** Vis ved å integrere opp overflatestrømmen, som illustrert i figur 3, at magnetfeltet kan skrives

$$B_x(h) = \frac{\mu_0}{2} J_s \left[ \frac{h+t}{\sqrt{(h+t)^2 + a^2}} - \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right]. \quad (5)$$

**PRELAB-Oppgave 2.3:** Lag et skript som viser  $B_x(h)$  i likning 5 sammenlignet med 5-6 datapunkter (som du finner opp selv for å teste koden). Bruk  $t=35\text{mm}$  og  $a=20\text{mm}$  når du tester koden din.

**PRELAB-Oppgave 2.4:** I følge formel 5, hva er B-feltet midt på topp (bunn)-flaten av magneten? Hva er svaret i grensen  $t \rightarrow \infty$ ? Hva er da B-feltet midt i sylinderen?

**Oppgave 2.1:** Mål  $a$ ,  $t$  og  $B_x(h)$  i et utvalg avstander fra overflaten (dvs. 5-10 punkter med  $h = 0 - 10$  cm). Bruk skriptet du utviklet i prelab-oppgaven for å lage en graf som viser datapunktene og sammenligning med den utlede formelen (5). Ta hensyn til måleinstrumentets nullpunkt.

**Oppgave 2.2:** Hva blir verdien for  $\mu_0 j$ ? Dette er en størrelse som kalles remanent induksjon ( $B_r$ ), og er den sentrale parameteren som karakteriserer permanent-magneter. F.eks. magneter laget av NdFeB har remanent induksjon på ca. 1.2 T. Vi måler  $B_r$  for en ringformet jernprøve i del 3 av Øvelse 2 (med en annen metode som utnytter Faradays induksjonslov).

## 3. Måle B-feltet fra en sylindrisk elektromagnet med Hall-sonde

Formelen (5) ble utledet ved å integrere opp B-feltet fra en sylindrisk overflatestrøm. Med en elektromagnet med luft innenfor spolene er det mulig å måle B-feltet både utenfor og innenfor sylinderen.

**Oppgave 3:** Mål  $B_x(h)$  for den sylindriske elektromagneten som er satt opp i et utvalg avstander fra overflaten (dvs. 5-10 punkter med  $h = 0 - 10$  cm) og et punkt midt i sylinderen, for  $I = 5$  A. Lag en graf som viser datapunktene, og sammenlign med formelen (5). Hvilket enkelt uttrykk for  $J_s$  for elektromagneten brukte du (en funksjon av  $N$ ,  $I$ ,  $t$ )?

<sup>1</sup> J. Skaar, *Elektromagnetisme*, 2017 (semestersiden for FYS1120/H17).