

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Midtveiseeksamen i: FYS1120 – Elektromagnetisme

Eksamensdag: 8. oktober 2012

Tid for eksamen: 15:00 – 18:00

Oppgavesettet er på 2 sider

Vedlegg: Formelark (2 sider)

Tillatte hjelpemidler: Utdelt formelark og kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

To like store ladninger befinner seg i ro på x-aksen og i avstand a på hver side av origo.

- a) Hvor stor kraft virker på hver av ladningene når ladningene har størrelse $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C og avstanden $a = 0,37 \cdot 10^{-10}$ m? Tomromspermittiviteten $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C²/Nm².

$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{(2a)^2} \approx 4,2 \cdot 10^{-8} \text{ N} \quad \text{hvor } F_x \text{ er kraften i positiv x-retning på ladningen}$$

som ligger i $(a,0)$. Kraften på ladningen i $(-a,0)$ er $-F_x$.

- b) Ladningene sitter på partikler med masse $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg (protoner). Hvor stor blir akselerasjonen i første øyeblikk dersom partiklene slippes fri?

$$F_x = m \cdot a_x \Rightarrow a_x = \frac{F_x}{m} \approx 2,5 \cdot 10^{19} \text{ m/s}^2$$

- c) Vi tenker oss igjen at ladningene ligger i ro slik som i første del av oppgaven. To like, men negative ladninger med samme absolutte størrelse som de positive ladningene befinner seg i ro i punktene $(0,y)$ og $(0,-y)$ på y-aksen (de positive ladningene er fortsatt der). Hvor stor kraft virker på hver av partiklene uttrykt ved størrelsene e , a og y ?

På grunn av symmetrien blir det bare en kraft langs y-aksen på de negative ladningene. Hvis avstanden mellom en positiv og en negativ ladning er

$r = \sqrt{a^2 + y^2}$, blir kraften på ladningen i $(0,-y)$:

$$F_y = \left(\frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2 y}{r^2 r} \right) - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{(2y)^2} \right) \quad \text{og} \quad F_x = 0$$

og så helt tilsvarende for de andre tre ladningene.

- d) Forklar med ord hvordan kraften på de negative ladningene varierer når ladningene føres utover fra en avstand $y \ll a$ til $y \gg a$. Forklar at det må være en verdi for y hvor kraften på de negative ladningene er null, og regn ut hvor dette punktet er uttrykt ved størrelsen a .

Når $y \ll a$ domineres kreftene av frastøting mellom de negative ladningene og $F_y < 0$. Når $y \gg a$ "ser" de negative ladningene i hovedsak de to positive ladningene og $F_y > 0$. Siden kraften varierer kontinuerlig må det være et punkt hvor $F_y = 0$.

Fra c) følger at $F_y = 0$ når:

$$\frac{2y}{r^3} = \frac{1}{(2y)^2} \Rightarrow 8y^3 = r^3 \Rightarrow 2y = r \Rightarrow 4y^2 = a^2 + y^2 \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}a$$

Oppgave 2

Ved tiden $t = 0$ har et proton en avstand på 0,360 m fra en tilnærmet uendelig stor isolerende flate med uniform overflateladningstetthet på $2,34 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$. Protonet beveger seg parallelt med flaten med en hastighet på $9,70 \cdot 10^2 \text{ m/s}$. Bruk Gauss lov til å finne det elektriske feltet protonet beveger seg gjennom og regn ut den totale hastigheten (absoluttverdien) til protonet ved $t = 5,00 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

Det elektriske feltet er: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ og kraften på protonet er $F = eE$.

$$\text{Altså: } E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{2,34 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2}{2(8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2))} = 132,1 \text{ N/C.}$$

$$\text{Newtons andre lov gir: } a_y = \frac{Eq}{m} = \frac{(132,1 \text{ N/C})(1,602 \times 10^{-19} \text{ C})}{1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 1,265 \times 10^{10} \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Dette gir: } v_y = v_{0y} + a_y t = (1,265 \times 10^{10} \text{ m/s}^2)(5,00 \times 10^{-8} \text{ s}) = 632,7 \text{ m/s.}$$

$$\text{Total hastighet blir da } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(9,70 \times 10^2 \text{ m/s})^2 + (632,7 \text{ m/s})^2} = 1,16 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

Oppgave 3

En parallell-plate-kondensator i vakuum lagrer en energi på 8,38 J. Avstanden mellom platene er 2,30 mm. Denne avstanden reduseres så til 1,15 mm.

- a) Hvor stor er nå lagret energi hvis spenningskilden kobles fra kondensatoren før platene flyttes?

Hvis avstanden halveres mens ladningen holdes constant, så dobles kapasitansen og den lagrede energien, som var 8,38 J, synker siden $U = Q^2/2C$. Den nye energien

blir da 4.19 J.

- b) Hvor stor er lagret energi hvis spenningskilden ikke kobles fra før platene flyttes?

Hvis spenningen holdes konstant mens avstanden halveres, så vil doblingen av kapasitansen medføre en dobling av den lagrede energien til 16.8 J, ifølge

$$U = CV^2/2, \text{ hvor } V \text{ holdes konstant.}$$

Oppgave 4

I kretsen til høyre er både voltmeteret og amperemeteret ideelle instrumenter, og batteriet har ingen intern resistans av betydning.

Amperemeteret viser 1,25 A.

- a) Hva viser voltmeteret?

Potensialfallet over motstanden på 25.0Ω er

$$V_{25} = (25.0 \Omega)(1.25 \text{ A}) = 31.25 \text{ V.}$$

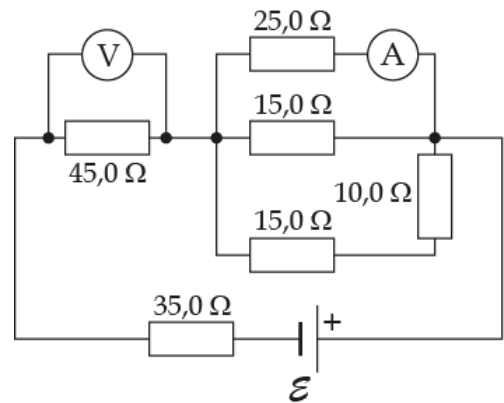
Potensialfallet over hver av parallel-grenene er 31.25 V.

For motstanden på 15.0Ω : $I_{15} = (31.25 \text{ V}) / (15.0 \Omega) = 2.083 \text{ A}$.

Motstanden til $10.0 \Omega + 15.0 \Omega$ kombinasjonen er 25.0Ω , så strømmen gjennom den må være den samme som gjennom den øvre 25.0Ω motstanden: $I_{10+15} = 1.25 \text{ A}$.

Summen av strømmene i parallellkoblingen må være lik strømmen gjennom motstanden på 45.0Ω . $I_{\text{Total}} = 1.25 \text{ A} + 2.083 \text{ A} + 1.25 \text{ A} = 4.58 \text{ A}$

Ohms lov brukt på motstanden på 45.0Ω gir: $V_{45} = (4.58 \text{ A})(45.0 \Omega) = 206 \text{ V}$



- b) Hva er batteriets elektromotoriske spenning \mathcal{E} ?

Resistansen til parallellkoblingen er: $1/R = 1/(25.0 \Omega) + 1/(15.0 \Omega) + 1/(25.0 \Omega)$, så

$$R = 6.82 \Omega. \text{ Kretsens ekvivalente resistans er } 6.82 \Omega + 45.0 \Omega + 35.00 \Omega = 86.82 \Omega.$$

Ohms lov gir $V_{\text{Bat}} = (86.62 \Omega)(4.58 \text{ A}) = 398 \text{ V}$.