

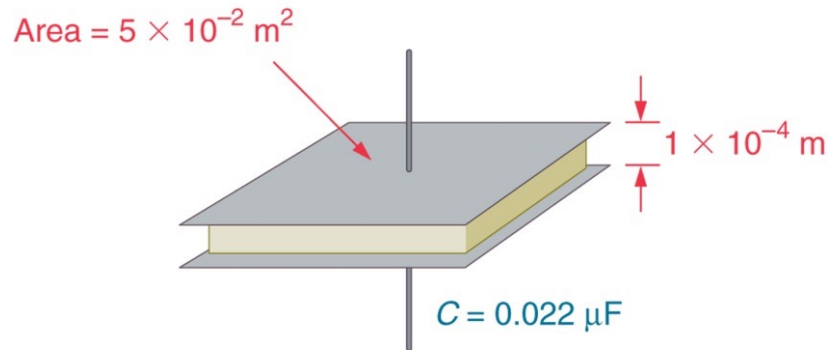
UKE 5

- Kondensatorer, kap. 12, s. 364-382
- RC – kretser, kap. 13, s. 389-413
- Frekvensfilter, kap. 15, s. 462-500 og kap. 16, s. 510-528
- Spoler, kap. 10, s. 289-304

Kondensator

Lindem 22. jan. 2012

Kondensator (Capacitor) er en komponent som kan lagre elektrisk energi form av et elektrisk felt. Den består av to plater av ledende materiale med isolasjon imellom platene.



Symbol



Når elektronene strømmer til den ene platen vil den bli negativt ladet og tilsvarende vil elektroner strømme bort fra den andre platen og den vil bli positivt ladet. Mellom disse to motsatt ladet platene dannes det et elektrisk felt.

Vi kan si at "kapasiteten" beskriver evnen komponenten har til å lagre energi. Kapasiteten (C - capacity) til en kondensator måles i **Farad**.

Kondensator

Ladningen som lagres på en kondensator er proporsjonal med kapasiteten C og spenningen mellom platene.

$$Q = C \cdot V$$

$$\text{Kapasitet, } C = \frac{\text{Ladning, } Q(\text{Coulomb})}{\text{Spenning, } V(\text{Volt})}$$



En kondensator på 1 Farad kan lagre 1 coulomb ($6,25 \times 10^{18}$ elektroner) når spenningen mellom platene er 1 volt.

Kondensator

Spenningen over en motstand er direkte proporsjonal med strømmen.

$$V = R \cdot I \text{ (Ohms lov)}$$

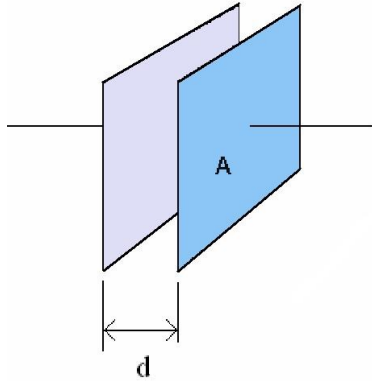
Spenningen over en kondensator finner vi ved å integrere opp strømmen.

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt$$

Det betyr at spenningen over en kondensator bare kan endre seg som en tidskontinuerlig funksjon, uten sprang.

Et sprang fra en spenningsverdi til en annen spenningsverdi ville kreve en uendelig stor strøm.

Kondensator



Kapasiteten C uttrykt ved fysiske parametere :

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

C = kapasiteten i Farad

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ = permittiviteten i vakuum

ϵ_r = den relative permittiviteten til dielektrikumet

A = overflaten til platene i m^2

d = avstanden mellom platene i meter

ϵ_r for noen materialer:

Luft = 1 Olje = 4

Teflon = 2 Glass = 7,5

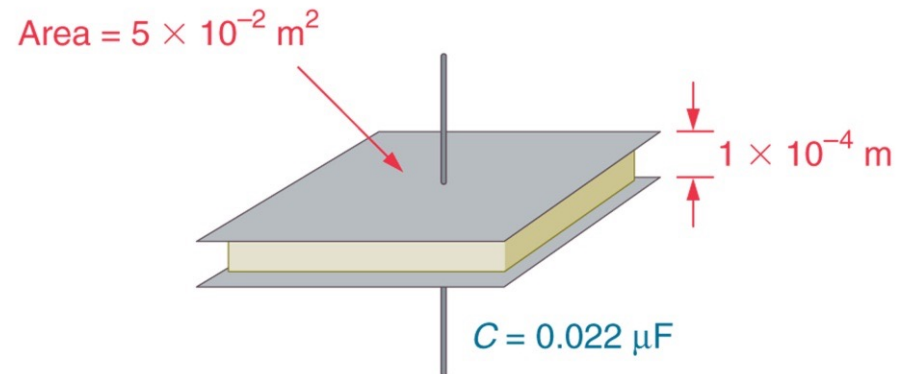
Keramikk = 1200

Aktuelle størrelser på kondensatorer :

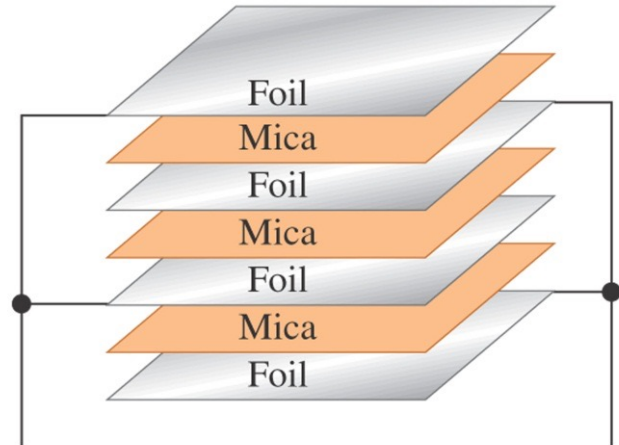
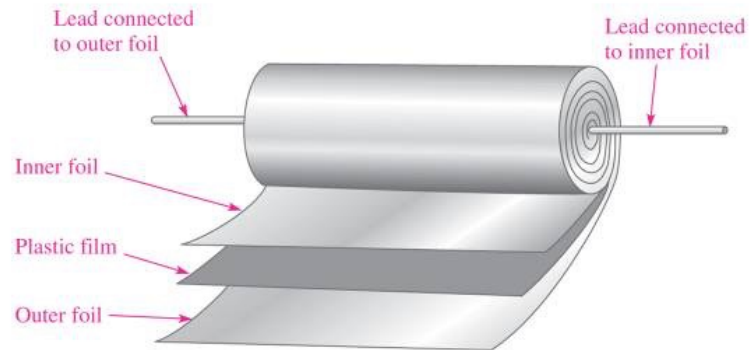
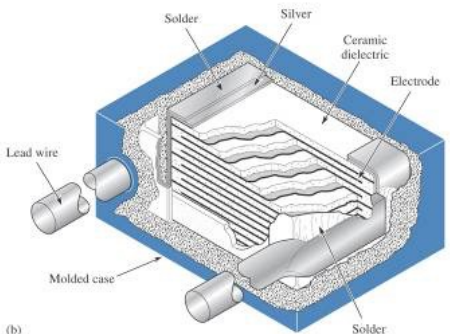
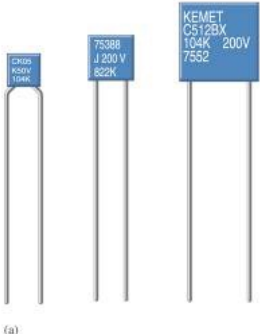
mikro Farad ($\mu F = 10^{-6} F$)

nano Farad ($nF = 10^{-9} F$)

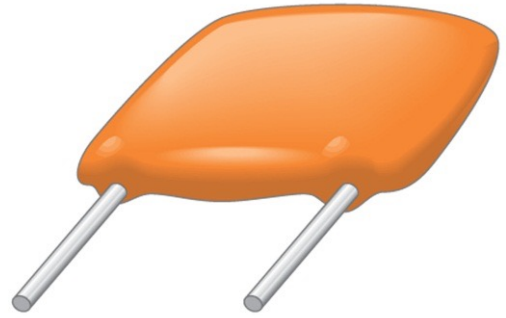
pico Farad ($pF = 10^{-12} F$)



Kondensator



(a) Stacked layer arrangement



(b) Layers are pressed together and encapsulated.

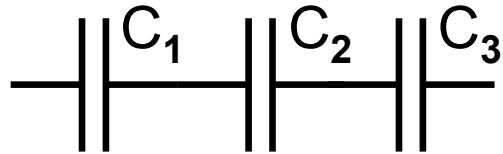
Kondensator



Kondensator

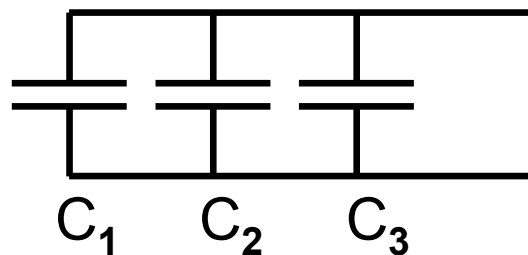
Hvordan beregne verdien av flere kondensatorer koblet sammen:

Seriekobling



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

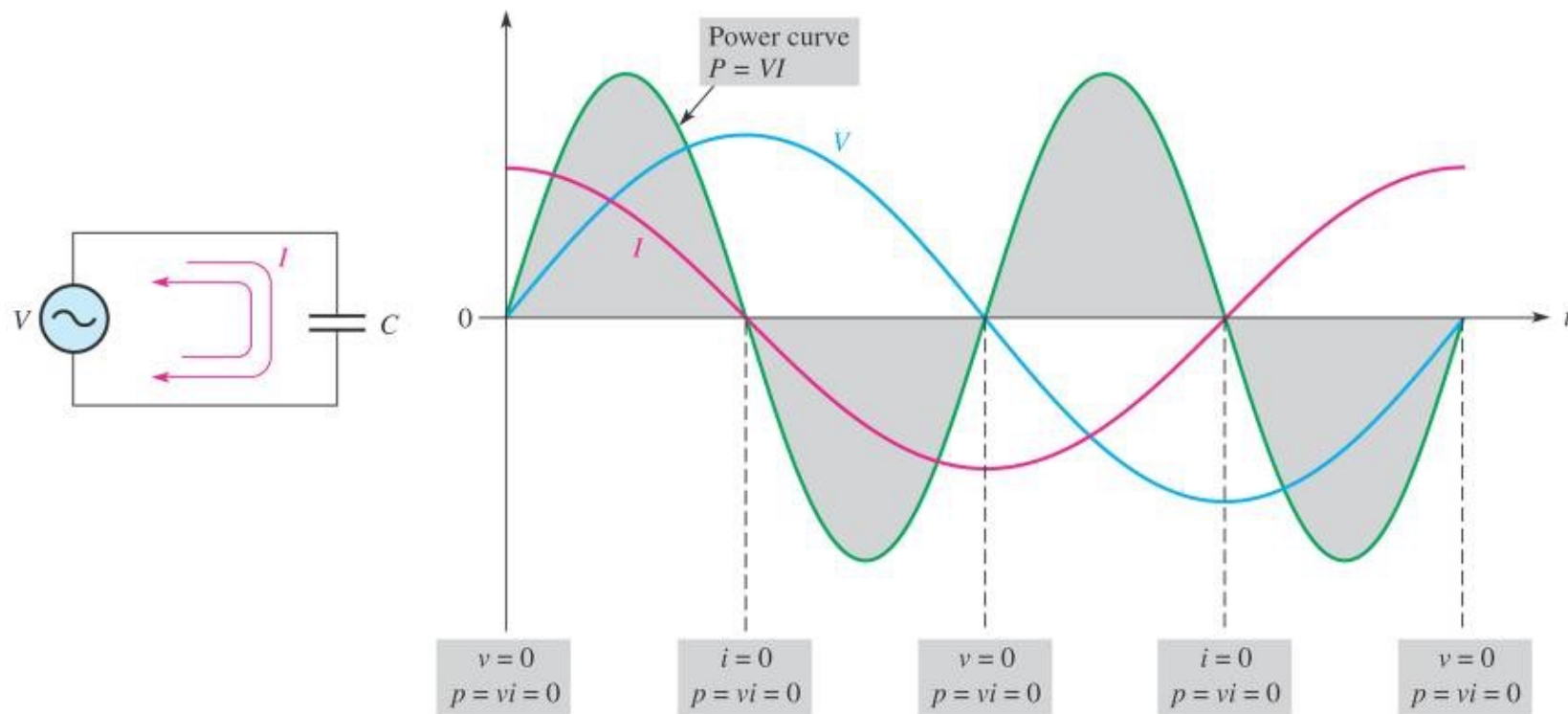
Parallellkobling



$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

Kondensator

Vi kopler en vekselspenningsgenerator inn på en kondensator ligger strømmen 90 grader foran spenningen. Strømmen til kondensatoren er størst når spenningen over kondensatoren er "0" volt



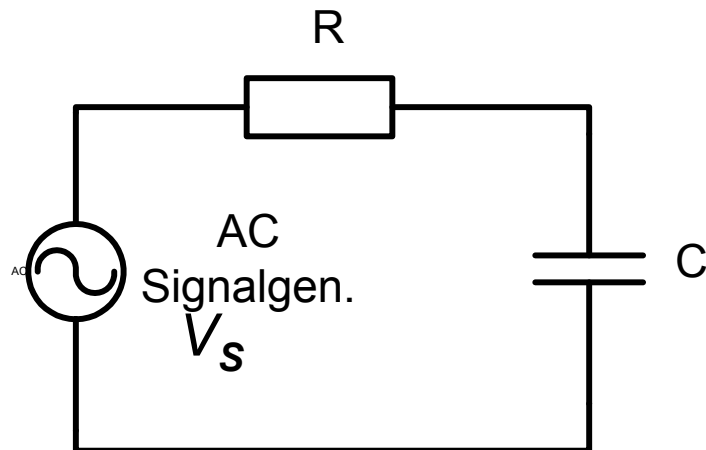
Serie RC kretser

Spenning

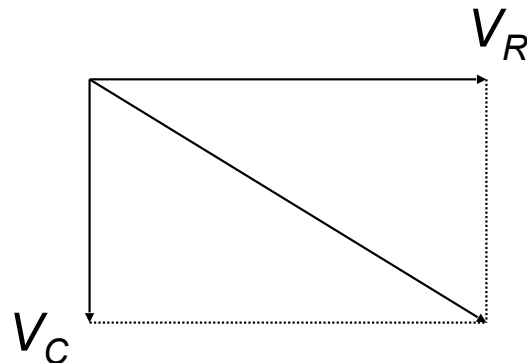
I en motstand R vil strømmen I og spenningen V_R være i fase.

I en kondensator vil strømmen I ligge 90 grader foran spenningen V_C .

Signalspenningen V_S vil iht. Kirchhoff være summen av spenningsfallene V_R og V_C .



$$V_S = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \quad (\text{Pytagoras})$$



Reaktans

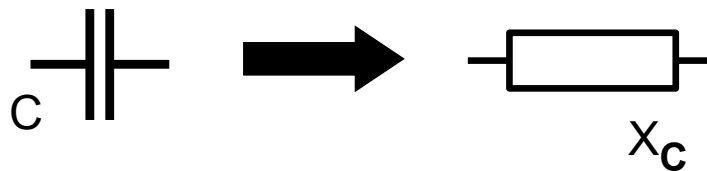
Kondensatorer stopper likestrøm, DC, men den virker som en frekvensavhengig motstand $X_C(f)$ for vekselstrøm, AC. Dette kaller vi **reaktanse**.

Reaktansen X_C (motstanden) til en kondensator er gitt av formelen:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad (\text{ohm})$$

X_C avtar når frekvensen øker. Lav frekvens = stor motstand

For AC- signaler kan vi erstatte kondensatorsymbolet med en motstand X_C



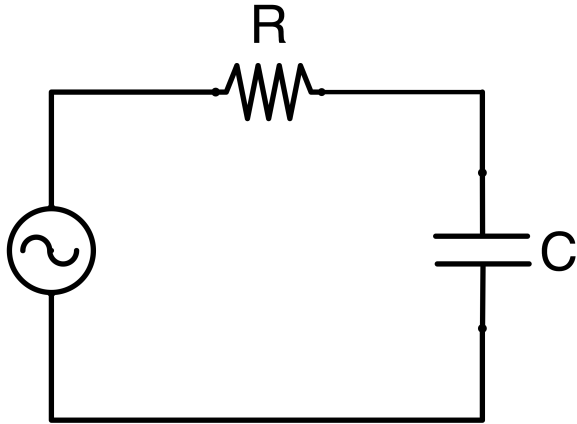
Eksempel:

Hvor stor er X_C når $C = 1\mu\text{F}$ $f = 1000\text{ Hz}$ (1 kHz)

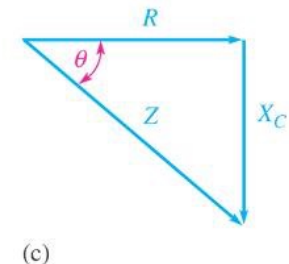
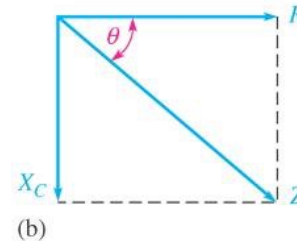
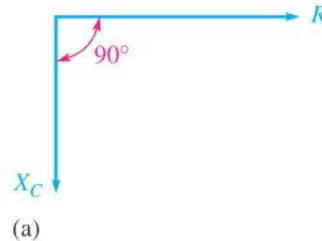
$$X_C = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}} = 159 \Omega$$

Impedans

I en serie RC - krets må den totale impedansen være vektorsummen av R og jX_C



$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad \text{tg}(\theta) = \frac{X_C}{R}$$



Eksempel:

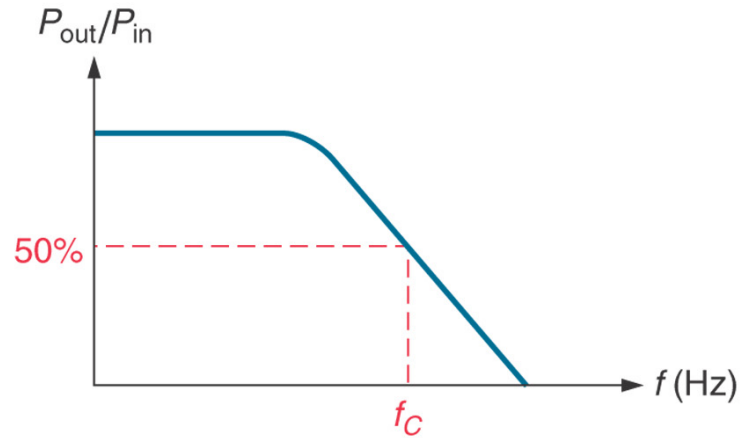
Hva blir den totale impedansen Z til en RC - seriekopling når $R = 27 \text{ k}\Omega$, $C = 5 \text{ nF}$ og frekvensen $f = 1 \text{ kHz}$?

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 31,8 \text{ k}\Omega$$

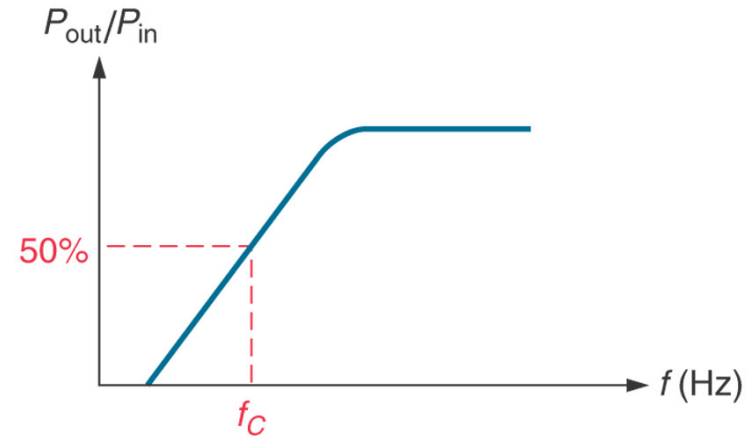
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(27 \cdot 10^3)^2 + (31,8 \cdot 10^3)^2} = 41,7 \text{ k}\Omega$$

Serie RC kretser

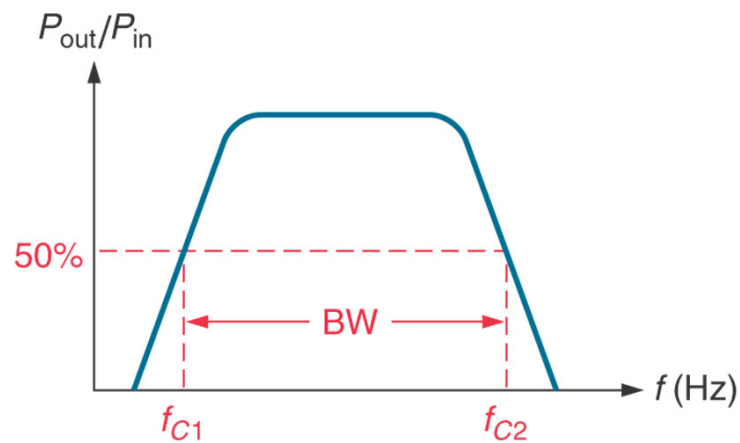
- Frekvensfilter



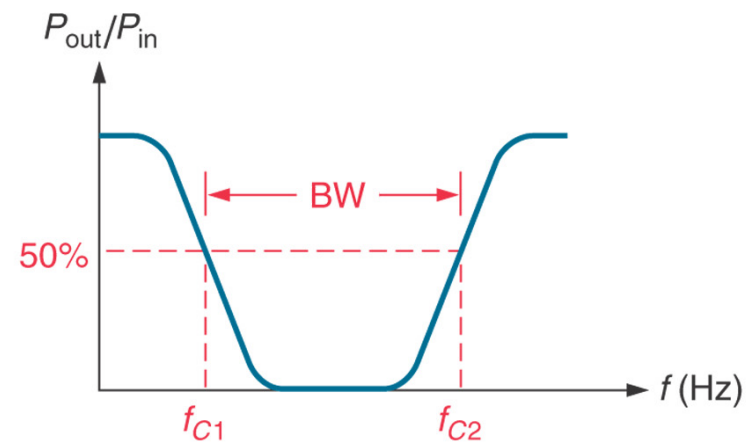
(a) Low-pass



(b) High-pass



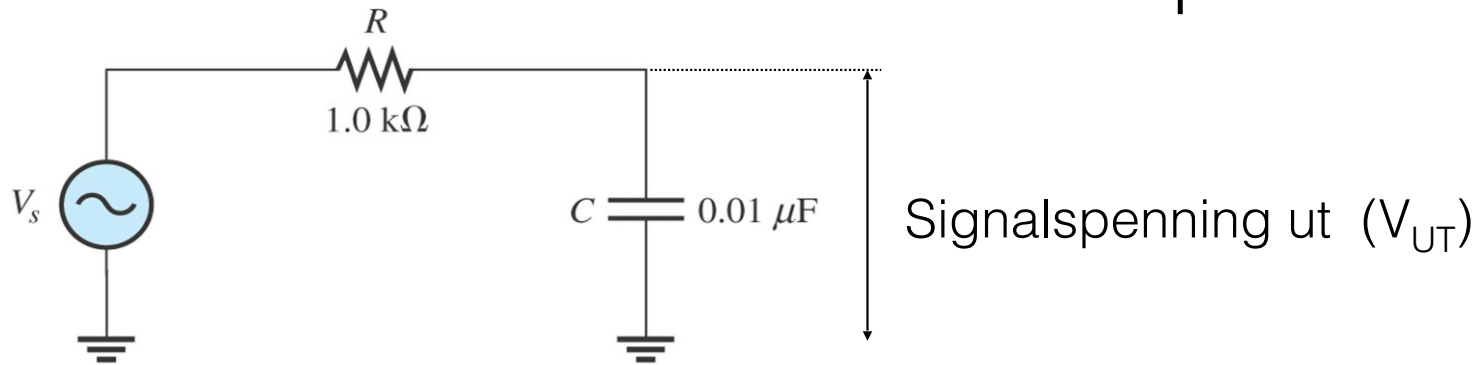
(c) Bandpass



(d) Band-stop (notch)

Serie RC kretser

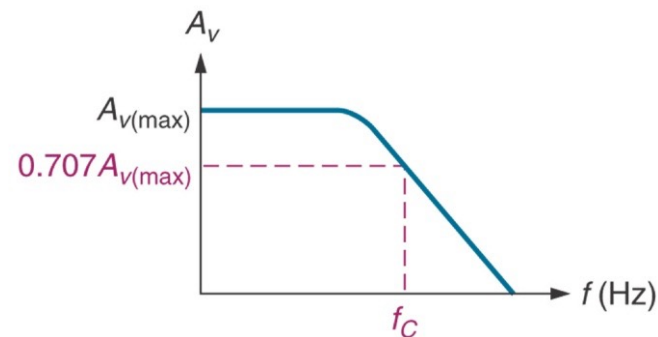
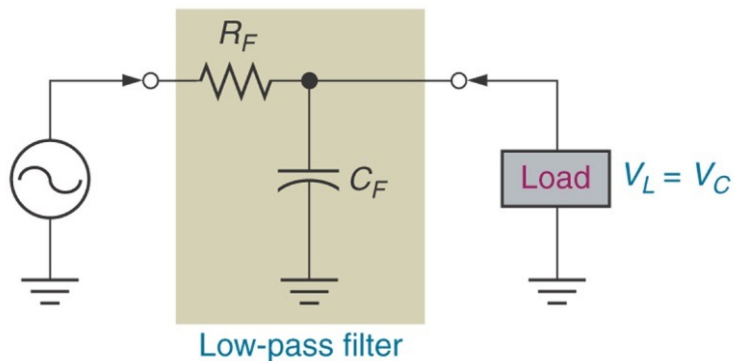
Frekvensfilter - lavpass



Signalspenningen V_S vil deles over de to motstandene R og X_C

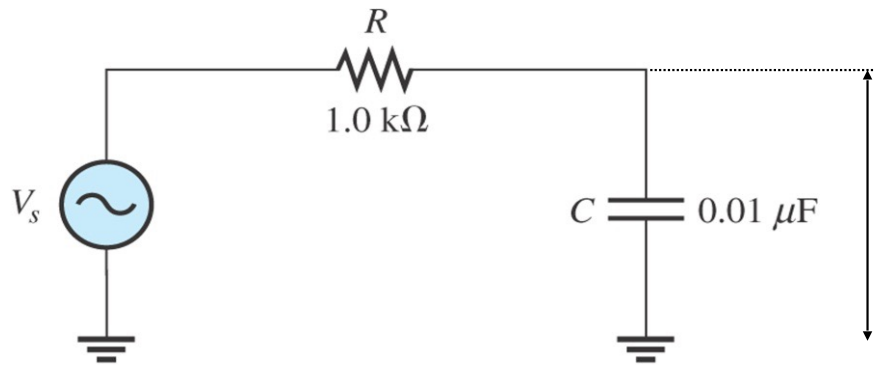
$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

Reaktansen X_C (motstanden i kondensatoren) er frekvensavhengig. X_C vil avta med økende frekvens. Resultatet blir at signalspenningen V_{UT} avtar med frekvensen. Dette er et **lavpass-filter**



Serie RC kretser

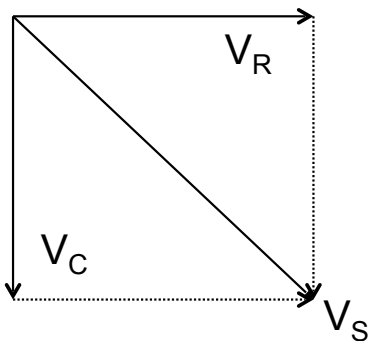
Frekvensfilter og grensefrekvens



Signalspenning ut (V_{out})

$$V_{out} = \left(\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \right) V_{in}$$

Den frekvensen som gir $X_C = R$ kaller vi filtrets **grensefrekvens** f_g .
Det ligger nå like stor spenning over C og R. (- men ikke $V_S/2$)
Husk, vi har en faseforskyvningen på 90° mellom spenningene.



$V_C = V_R$ hvis $V_S = 1$ volt ser vi at

$$V_C = V_R = \frac{1}{\sqrt{2}} V_S = 0.707 \cdot V_S$$

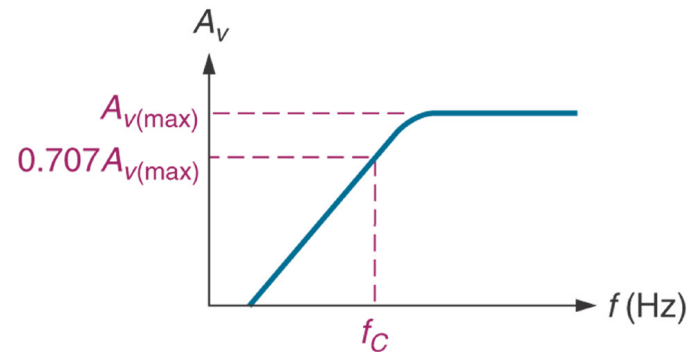
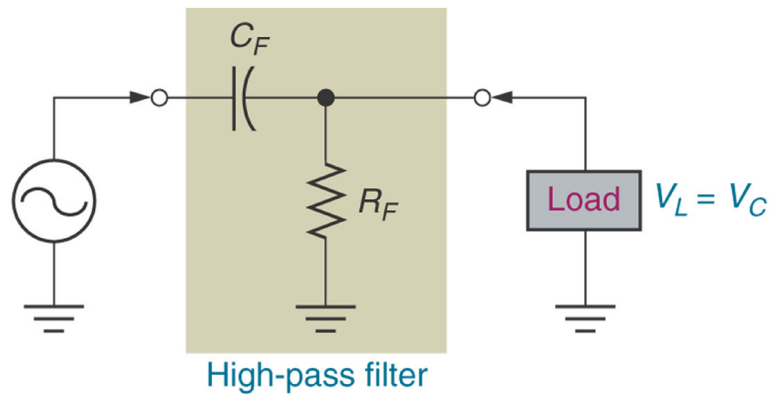
Grensefrekvensen f_g :

$$R = X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad \longrightarrow \quad f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

Serie RC kretser

Frekvensfilter høypass

Signalspenningen V_S vil deles over de to motstandene R og X_C



Reaktansen X_C (motstanden i kondensatoren) er frekvensavhengig

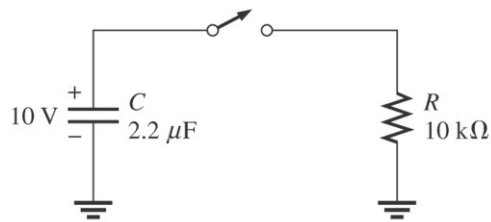
$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

X_C vil avta med økende frekvens. Resultatet blir at signalspenningen V_{UT} øker med frekvensen.

RC kretser

Tidskonstant - $\tau = RC$

Når vi lukker bryteren vil kondensatoren lade seg ut gjennom motstanden. Restspenningen over kondensatoren følger en kurve som vist i Fig.1



Vi bruker Kirchhoffs lov om spenninger i en lukket sløyfe:

$$i \cdot R + v = 0$$

Spenningen over motstanden R må være lik restspenningen V over kondensatoren C

Strømmen er definert som

Vi får :

$$C \cdot R \cdot \frac{dv}{dt} + v = 0$$

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

Vi løser denne likningen – V_i er spenningen på kondensatoren før bryteren lukkes :

$$v_C(t) = V_i \cdot e^{-t/RC} = V_i \cdot e^{-t/\tau}$$

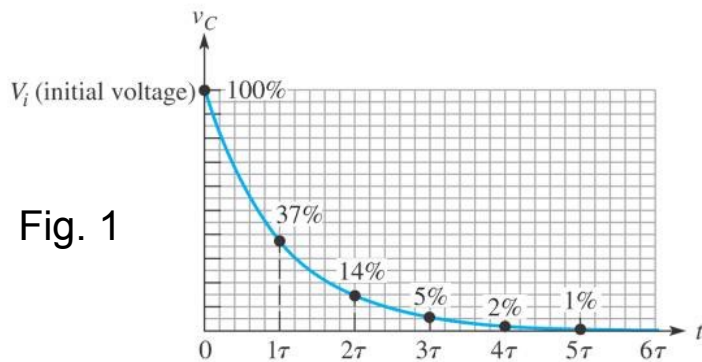


Fig. 1

(b) Discharging curve with percentages of initial voltage

Vi kaller τ tidskonstanten = RC Kondensatoren lader seg ut til 37% av initialverdien V_i i løpet av en tidskonstant. Vi regner kondensatoren som utladet etter 5 RC (1 %)

RC kretser

– tidskonstant - $\tau = RC$

Tidskonstanten til en serie RC-krets er tidsintervallet som er gitt av produktet R og C. Enheten er sekunder - når motstanden er gitt i Ohm og kapasiteten i Farad.

$$\tau = R \cdot C$$

I løpet av tidskonstanten vil ladningen på kondensatoren endre seg ca. 63%
Etter tiden 5 RC regnes kondensatoren som fullt opp / ut-ladet

Eksempel :

Tidskonstante for R = 1M Ω og C = 5 μ F

RC = (1 \cdot 10⁶) (5 \cdot 10⁻⁶) = 5 sek.

Det generelle uttrykket for spenningen over kondensatoren er gitt av uttrykket :

$$v_C(t) = V_F + (V_i - V_F)e^{-t/\tau}$$

Hvor V_F er sluttverdien V_i er initialverdien (startverdien). Liten v er spenningen over kondensatoren ved tiden t

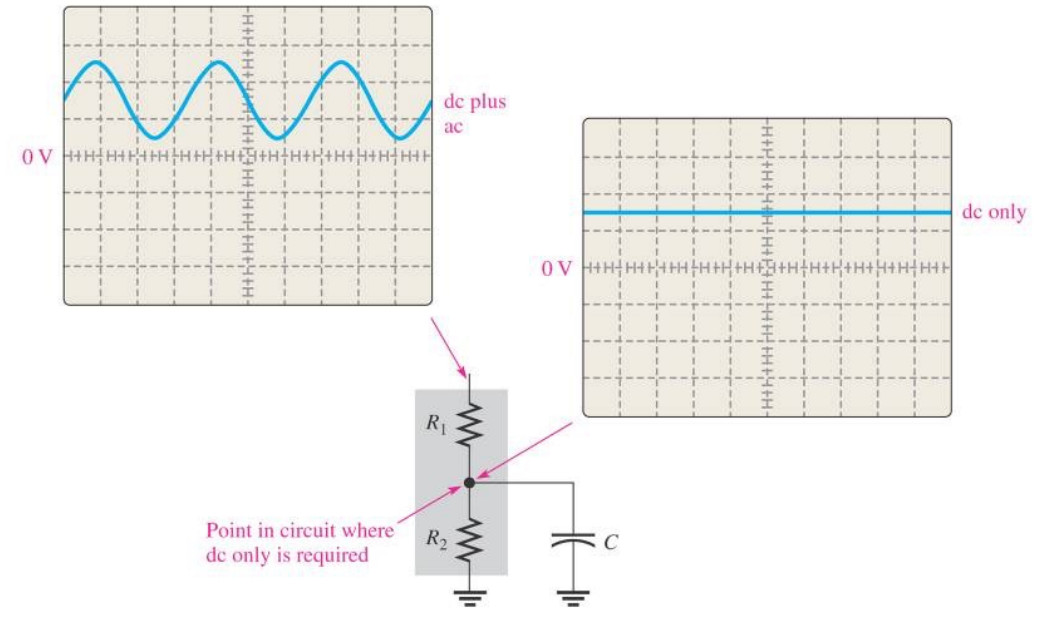
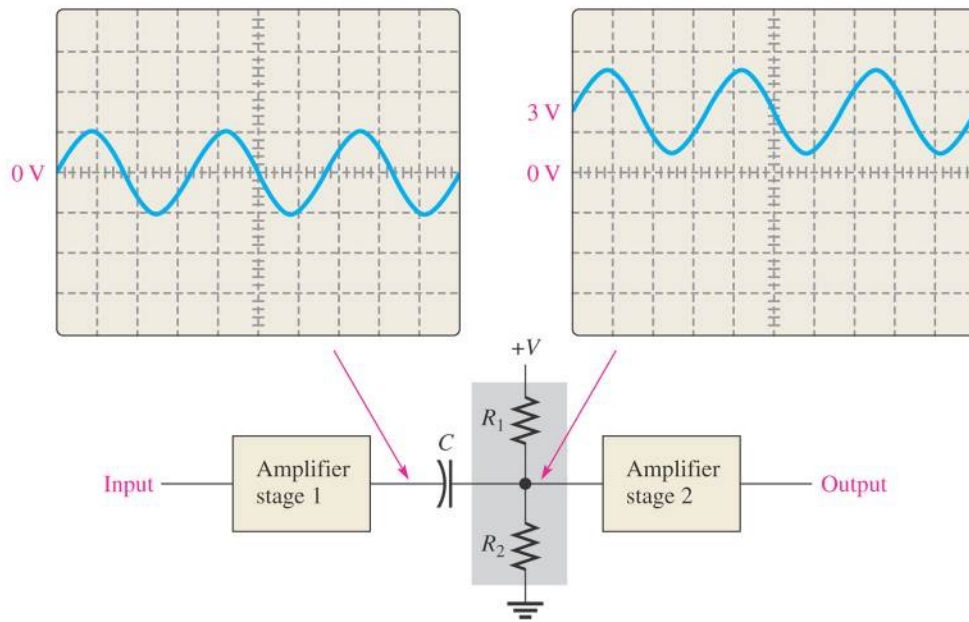
RC kretser

– Kondensator

Hvor og hvordan bruker vi kondensatorer ?

Kondensator stopper DC og slipper AC-signaler igjennom

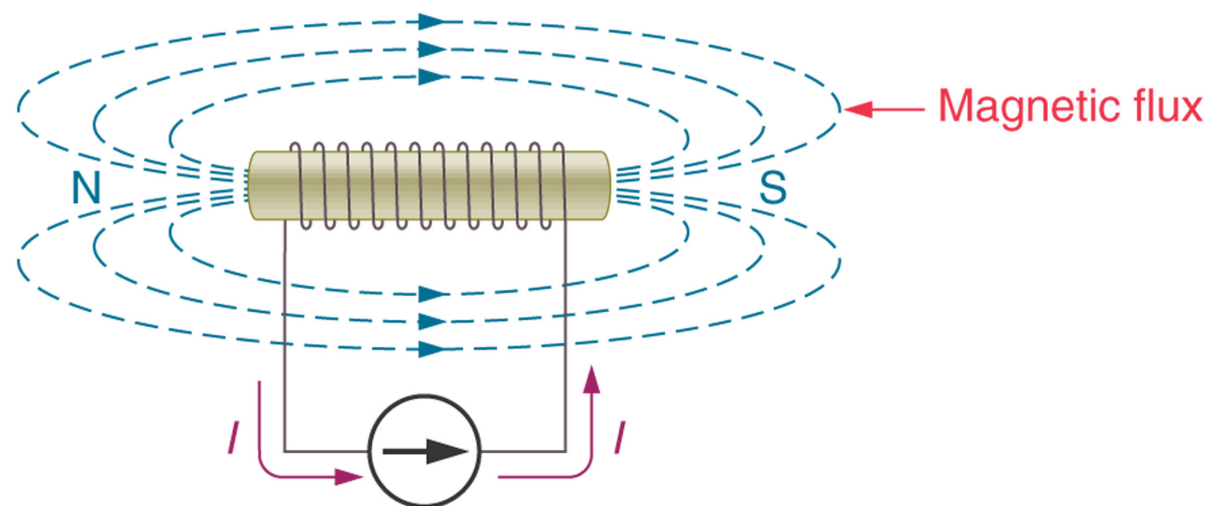
Kondensator kan brukes som filter og fjerne AC-signaler fra en DC-spenning



Spole

Inductor, coil

En spole (inductor) er en komponent som kan lagre elektrisk energi i et magnetfelt. Den er laget av leder som er viklet rundt en kjerne.

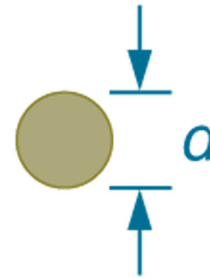
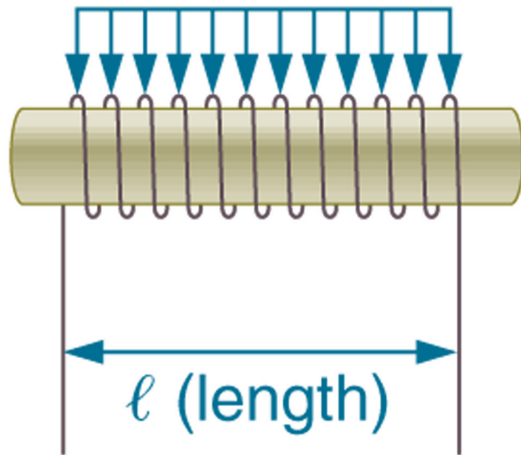


Magnetfeltet induserer en elektrisk spenning som motarbeider endringer i strømmer gjennom spolen. Lenz lov. Vi måler Induktans i Henry.

Spole

En spoles induktans

N (number of turns)



$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

L = Induktansen målt i Henry

N = Antall viklinger

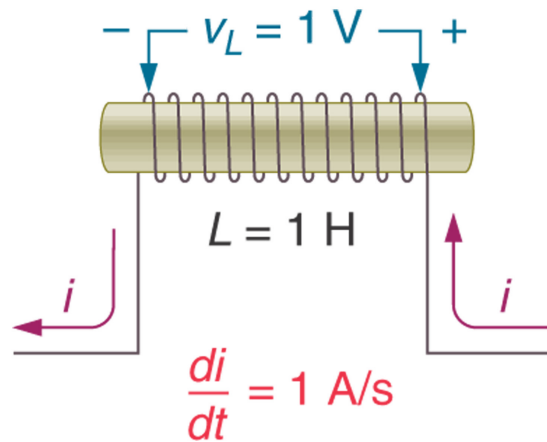
μ_r = den magnetiske permeabiliteten kjernen

A = Arealet av tverrsnittet av kjernen

d = Diameteren til kjernen

Spole

Spenningen over spolen er proporsjonal med endring i strømmen.



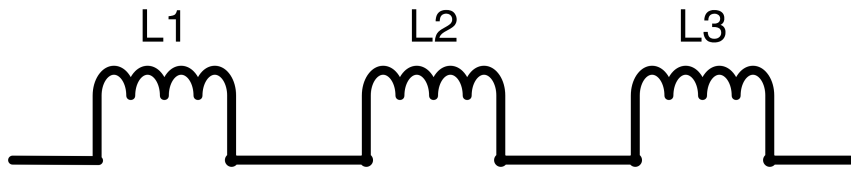
$$V = L \frac{di}{dt}$$

dt/di er et uttrykk for det instantane endringen i strøm **A/s**

Spoler

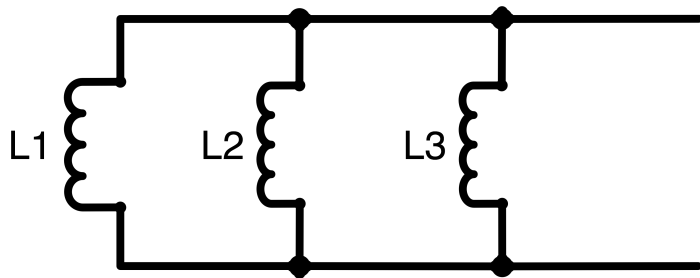
Hvordan beregne verdien av flere spoler koblet sammen:

Seriekobling



$$L_t = L_1 + L_2 + L_3$$

Parallellkobling



$$\frac{1}{L_t} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

Induktiv reaktanse

Spoler har ingen motstand ved likestrøm, DC, men den virker som en frekvens-avhengig motstand $X_L(f)$ for vekselstrøm, AC. Dette kaller vi **induktiv reaktanse**.

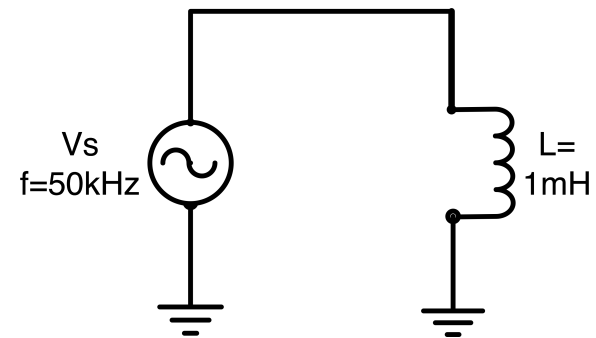
Reaktansen X_C (motstanden) til en kondensator er gitt av formelen:

$$X_L = 2\pi fL \text{ (Ohm)}$$

Eksempel:

Hvor stor er X_L når $L = 1\text{mH}$ $f = 50\text{kHz}$

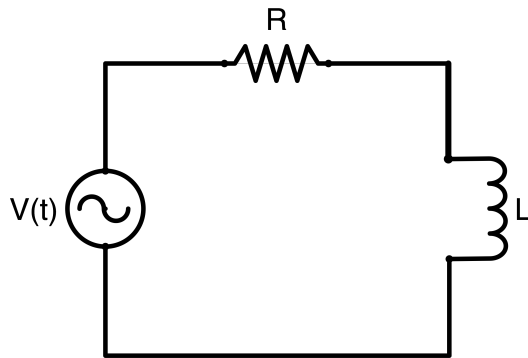
$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(50\text{kHz})(1\text{mH}) = 314 \text{ Ohm}$$



RL kretser

RL-tidskonstanten

Tidskonstanten angir hvor fort strømmen kan endre seg i en spole:
Jo større induktans, desto lengre tid tar det å endre strømmen



Vi bruker Kirchhoffs lov om spenninger i en lukket sløyfe og får følgende differensiallikning:

$$V_s = IR + L \frac{di}{dt}$$

Løser vi denne i forhold til strømmen

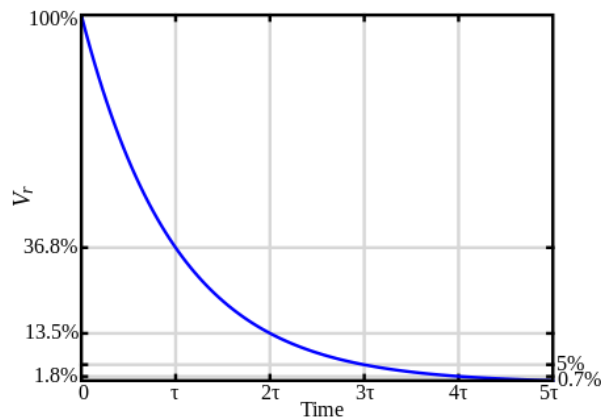
$$I(t) = \frac{V_s}{R} (1 - e^{-Rt/L})$$

og spenningen over spolen er gitt:




$$V_L = V_s e^{-Rt/L}$$

På samme måte som for kondensatorer har vi en tidskonstant :

$$\tau = \frac{L}{R}$$



Passive komponenter

	Motstand 	Kondensator 	Spole 
SI	Resistanse Ohm(Ω)	Kapasitans Farad (F)	Induktanse Henry(H)
Strøm (I)	$I = \frac{V}{R}$	$I = C \frac{dV}{dt}$	$I = \frac{1}{L} \int_t V dt$
Spenning (V)	$V = IR$	$V = \frac{1}{C} \int_t I dt$	$V = L \frac{di}{dt}$
Frekvens- avhengighet	Ingen	Reaktansen avtar med frekvensen. Blokkerer DC $X_c = \frac{1}{2\pi fC}$ (Ohm)	Reaktansen øker med frekvensen. Ingen DC motstand $X_L = 2\pi fL$ (Ohm)
Seriekobling	$R_t = R_1 + R_2 + R_3$	$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$	$L_t = L_1 + L_2 + L_3$
Parallellkobling	$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$	$C_t = C_1 + C_2 + C_3$	$\frac{1}{L_t} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$