

# FYS1210 Løsningsforslag Eksamen V2015

K. Spildrejorde, M. Elvegård

Juni 2015

## 1 Oppgave 1: Frekvensfilter

Frekvensfilteret har følgende verdier:

- $C1 = 1nF$
- $C2 = 100nF$
- $R1 = 10k\Omega$
- $R2 = 10k\Omega$

### 1A

Filteret er et lavpassfilter med to poler (to RC-ledd). Knekkfrekvensen i punkt punkt A finner vi ved følgende formel:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (1)$$

Dette gir oss følgende utregning for knekkfrekvensen:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot 10k\Omega \cdot 1nF} = 15915Hz = 15.915kHz \quad (2)$$

Faseforskjellen i knekkfrekvensen er **45 grader**. Faseskiftet starter en dekad for knekkfrekvensen og fortsetter til en dekad etter, før det flater ut. Totalt sett altså 90 grader.

### 1B

Dersom vi endrer på plasseringen av komponentene får vi et høypassfilter. Kondensatoren har en reaktans gitt av uttrykket:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad (3)$$

Som vi ser av dette, vil reaktansen avta for økende frekvens. Med andre ord vil kondensatoren sperre for lave frekvenser og slippe gjennom høyere frekvenser, da reaktansen går mot uendelig når frekvensen går mot 0. I et lavpassfilter er kondensatoren avkoblet til jord. Etter hvert som frekvensen øker vil kondensatoren slippe gjennom mer av signalet og vi får en demping på utgangen som følge av dette. Likeledes vil å bytte plassering på resistor og kondensator føre til at for høye frekvenser slipper signalet ut til utgangen, mens det for lave frekvenser blokkeres.

## 1C

Vi endrer plassering på R1 og C1 og får et båndpassfilter, ikke ulikt det som ble benyttet i lab 2. **Faseskiftet for midlere frekvenser er 0 grader.**

## 1D

For å finne båndbredden må vi først finne begge knekkfrekvensene til filteret. Vi har allerede funnet knekkfrekvensen i punkt A i oppgave 1A og trenger derfor kun å finne knekkfrekvensen til R2 og C2:

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10k\Omega \cdot 100nF} = 159.15Hz \quad (4)$$

Vi har dermed to knekkfrekvenser:

- $f_L = 159.15 \text{ Hz}$
- $f_U = 15.915 \text{ kHz}$

Båndbredden er definert som differansen mellom de to knekkfrekvensene:

$$BW = f_U - f_L \quad (5)$$

Dette gir følgende utregning:

$$BW = 15.915kHz - 159.15Hz = 15755.85Hz \approx 15.755kHz \quad (6)$$

## 1E

Se figur 1 for skisse av hvordan frekvensresponsen vil se ut.

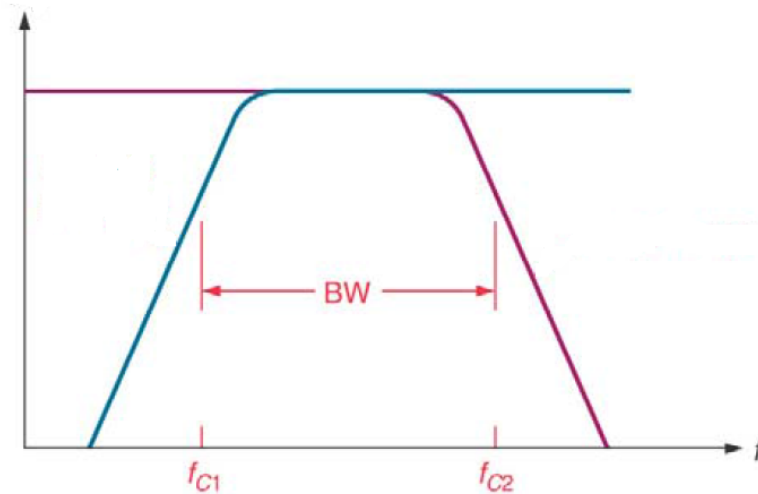


Figure 1: Skisse av løsning til 1E. I tillegg må også -3dB punkter, samt skalering på aksene være med for å få full uttelling.

## 2 Oppgave 2: Operasjonsforsterker

### 2A

Vi ønsker her en krets hvor utgangen er i fase med inngangen, det vil si at vi ønsker en ikke-inverterende forsterker. Det matematiske uttrykket for forsterkningen til en slik krets er som følger:

$$A_v = \frac{R_f}{R_s} + 1 \quad (7)$$

Et forslag til krets er vist i figur XX. For å få 100 ganger forsterkning, kan vi for eksempel sette inn en  $1k\Omega$  motstand som seriemotstand ( $R_s$ ) og en  $99k\Omega$  motstand som tilbakekoblingsmotstand  $R_f$ . Som vi ser i figur 2 blir utgangsspenningen da 100 ganger større enn inngangsspenningen.

### 2B

Vi har  $GBW = 1 \text{ MHz}$ . Regner så ut knekkfrekvensen til forsterkeren:

$$GBW = A_v \cdot f_c \quad (8)$$

Dette gir oss:

$$1MHz = 100 \cdot f_c \Rightarrow f_c = \frac{1MHz}{100} = 10kHz \quad (9)$$

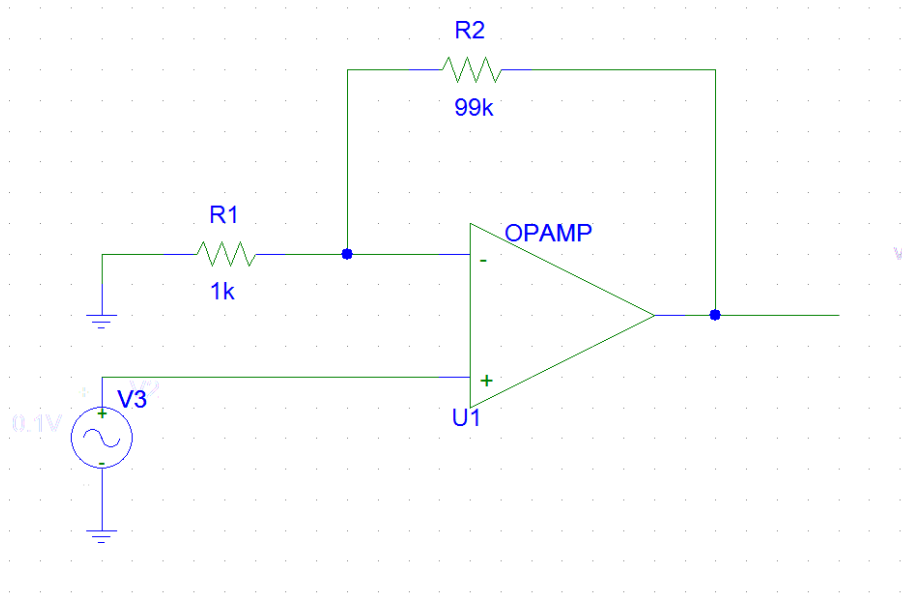


Figure 2: Eksempel på løsning av kretstegning i oppg 2A

## 2C

Vi vet at ved knekkfrekvensen har vi 45 graders faseskift. Et HiFi-anlegg må som angitt ha lineær fasegang i området 20 Hz til 20 kHz. Det vil si at vi trenger en forsterker med knekkfrekvens på minimum 200 kHz for å unngå faseskift i det frekvensområdet. **Vår forsterker kan dermed IKKE brukes i et HiFi-anlegg.**

## 2D

Et eksempel på en krets er vist i figur 3.

For å oppfylle kriteriene er det her nødvendig å benytte seg av to seriekoblede operasjonsforsterkere, en inverterende og en ikke-inverterende. Rekkefølgen er i denne sammenheng irrelevant.

Eksempelet her har benyttet seg av et inverterende førstetrinn, med et ikke-inverterende andre trinn. Motstandsverdiene til første trinn er basert på uttrykket:

$$A_v = \frac{R_f}{R_{in}} \quad (10)$$

I dette tilfellet gir feedbackmotstanden på 100kΩ og inngangsmotstanden på 10kΩ en forsterkning på 10, med invertert utgangssignal. Knekkfrekvensen vil

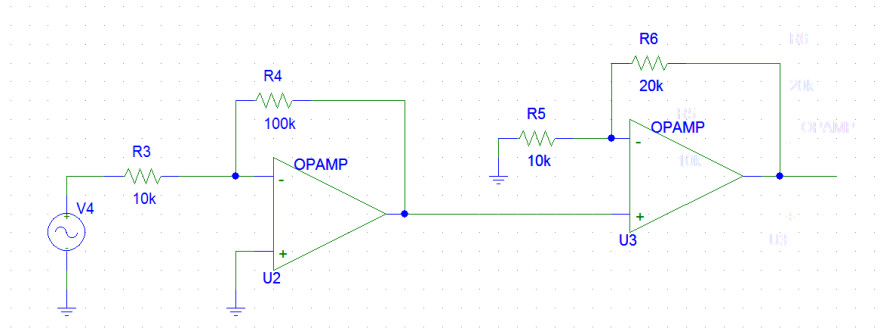


Figure 3: Eksempel på løsning til oppgave 2D

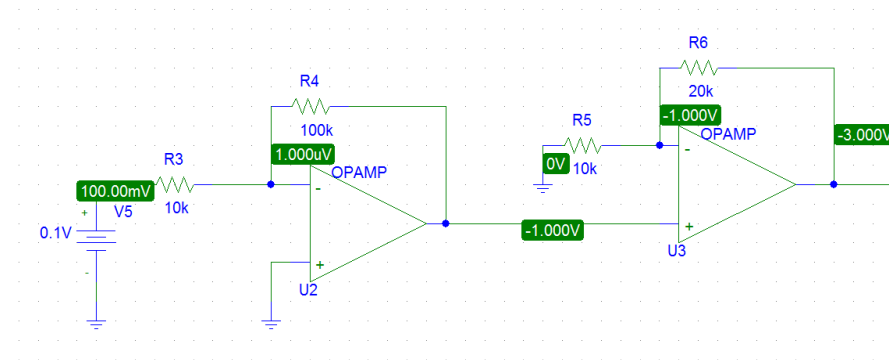


Figure 4: PSPice simulering av 2D

fra denne forsterkeren da være 100kHz, basert på uttrykket vi brukte i oppgave 2C.

Det andre forsterkertrinnet består av en ikke-inverterende forsterker. Da vi allerede har forsterket signalet med en faktor 10, trenger vi her kun en forsterkning på 3 for å oppnå målet om 30 ganger forsterkning.

Vi kjenner fra før uttrykket for forsterkning i en ikke-inverterende forsterker. Motstandene på  $20\text{k}\Omega$  og  $10\text{k}\Omega$  gir derfor følgende forsterkning:

$$\frac{20k}{10k} + 1 = 3 \quad (11)$$

Totalt sett med de to forsterkertrinnene får vi da en forsterkning på 30, som var det vi ønsket. Se forøvrig figur 4 for simulering fra PSpice.

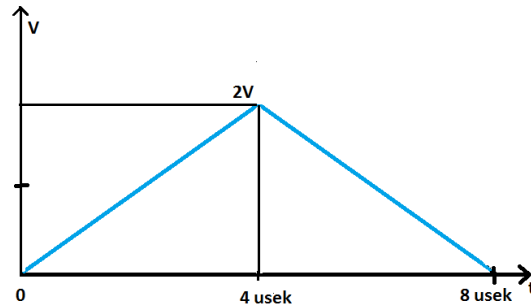


Figure 5: Skisse av utgangssignal i 2E.

## 2E

Maks frekvens forsterkeren klarer å gjengi uforvrenget følger av uttrykket for slew rate, og gir følgende utregning:

$$f_{max} = \frac{0.5V/\mu sec}{2\pi 4V} = \frac{0.5V \cdot 10^6}{2\pi 4V} = 19894.4Hz \approx 19.9kHz \quad (12)$$

Ved å sende inn en firkantpuls med amplitude  $V(\text{peak})$  på 4V og varighet på  $4\mu s$ , blir utgangen lik signalet vist i figur 5. Med en slew rate på  $0.5V/\mu s$  vil få et signal som når en peak-verdi på 2V etter  $4\mu s$ . Da firkantpulsene går lav, vil utgangssignalet synke, og nå 0V etter nye  $4\mu s$ .

## 3 Oppgave 3: Sensorer/ADC/DAC

### 3A

En Linear Variable Differential Transformer er en sensortype som måler forskyvning/posisjonsendring i forhold til et referansepunkt. Sensoren består av tre spoler som er viklet rundt en jernkjerne. Den midtre spolen, senter spolen, fungerer som primærspole, mens spolene på hver side av denne er sekundærspoler, som også er koblet sammen (Se figur 6). Objektet vi måler på kobles til den bevegelige jernkjernen, som forflytter seg langs aksene til spolene.

En vekselspanning driver primærspolen. Dette setter opp et magnetfelt som igjen vil indukere en spenning i sekundærspolene, proporsjonal med hvor stor del av jernkjernen som dekker spolen. En forskyvning vil endre induksjonsforholdet til sekundærspolene. Ved sentrert jernkjerne vil det indukeres like mye spenning i begge spoler. Da disse er koblet så spenningen blir i motfase vil disse spennin-gene kansellere hverandre, og differansen (derav differential i navnet), vil være 0V. Ved forskyvning ut fra senter vil den ene spolen få en høyere spenning enn

den andre. Fasen på signalet vil fortelle oss hvilken retning kjernen er forskjøvet.

LVDT-sensorer er veldig robuste og holdbar og "husker" også plasseringen sin fra gang til gang. Det vil si at om man kobler ned systemet vil man få samme informasjon ut ved ny oppstart, da dette kun avhenger av plasseringen til jernkjernen. Sensorer av denne typen er ofte brukt i servomekanismer.

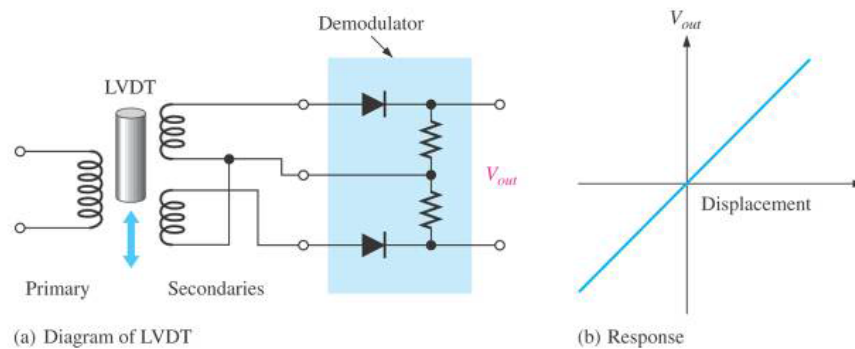


Figure 6: Figuren viser en skisse av en LVDT-sensor.

### 3B

Her er det flere rette svar. Eksempler er:

Counting AD-converter:

- Binærteller tilkoblet et R-2R-nettverk
- Komparator sammenligner spenningen fra nettverket med analogspenningen som skal digitaliseres. Når spenningen fra R-2R nettverket overstiger signalspenningen skifter komparatorens utgang fra "1" til "0". AND-gaten (se figur ??) stenger for flere klokkepulser inn til telleren. Telleren stopper - og vi kan avlese en digitalverdi på utgangen. Denne verdien representerer analogspenningen på inngangen.
- **FORDELER:** Enkel å implementer, rimelig, muligheter for veldig god oppløsning
- **ULEMPER:** I et n-bit system trenger vi  $2^n$  klokkepulser før konverteringen er ferdig. For 8 bit, altså 256 klokkepulser (vi sier konverteren er "langsom")

Flash AD-converter:

- Signalet tilføres samtidig til en rekke komparatorer, hver med en fast referansespenning. Komparatorene er tilkoblet en enkoder. Vi får en instantan konvertering fra analog til digital verdi, kun begrenset av forsinkelsen i enkoderen.
- **FORDELER:** Meget rask, hastighet kun begrenset av enkoderen.
- **ULEMPER:** Kostbar og tar mye plass. For en 8 bit flash-ADC trenger vi 255 komparatorer, ( $2^n - 1$  komparatorer for en verdi på  $n$  bit).

Andre gyldige svar er eksempelvis Successive Approximation og Sigma-Delta ADC.

### 3C

Også her finnes flere gyldige svar. Et greit svar er en enkel summasjonsforsterker. I figur 7 er en slik krets vist, for et 4-bits input signal. Inngangsmotstanden for hvert bit doubles fra bit til bit, slik at utgangen blir en vektet sum av de digitale inputene. A vil her representere LSB, mens D er MSB:

$$V_{ut} = -R_f \left( \frac{V_D}{R} + \frac{V_C}{2R} + \frac{V_B}{4R} + \frac{V_A}{8R} \right) \quad (13)$$

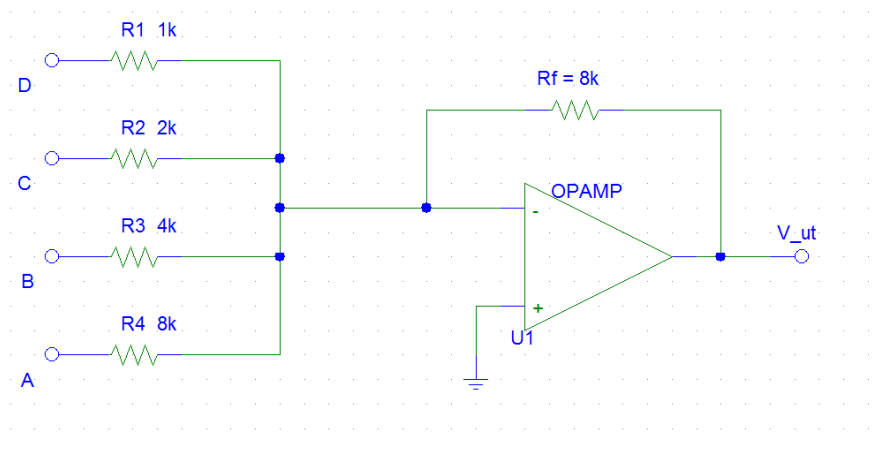


Figure 7: Eksempel på løsning i oppgave 3C



## 4 Oppgave 4: Transistorforsterker

### 4A

$$\begin{aligned} V_{Th} &= (V_{CC} - V_D) \cdot \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} \\ &= 11.3V \cdot \frac{43k\Omega}{(100k + 43k)\Omega} = 3.39V \approx 3.4V \end{aligned} \quad (14)$$

Regner så ut Thevenin-motstanden ( $R_{Th}$ ).

$$\frac{R_{B1} \cdot R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = \frac{100k\Omega \cdot 43k\Omega}{100k\Omega + 43k\Omega} = 30070\Omega \approx 30k\Omega \quad (15)$$

### 4B

Beregning av kollektorstrøm:

$$I_C = \frac{V_{RC}}{R_C} = \frac{V_{CC} - V_D - V_{CE} - V_E}{2.2k\Omega} = \frac{5V}{2.2k\Omega} = 2.27mA \quad (16)$$

### 4C

Ved beregning av basestrøm kan svaret i oppgave 4B brukes. Formelen for kollektorstrøm:

$$I_C = \beta \cdot I_B \quad (17)$$

Løser for  $I_B$  og setter inn verdiene for  $\beta$  og kollektorstrøm:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{2.27mA}{200} = 11.3\mu A \quad (18)$$

### 4D

Beregning av transkonduktans:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{2.27mA}{25mV} = 90.8mS \quad (19)$$

### 4E

Se figur 8

### 4F

Lastmotstanden blir parallellkobling av  $R_C$   $R_4$ :

$$R_L = R_C || R_4 = \frac{2.2k\Omega \cdot 10k\Omega}{12.2k\Omega} = 1.803k\Omega \quad (20)$$

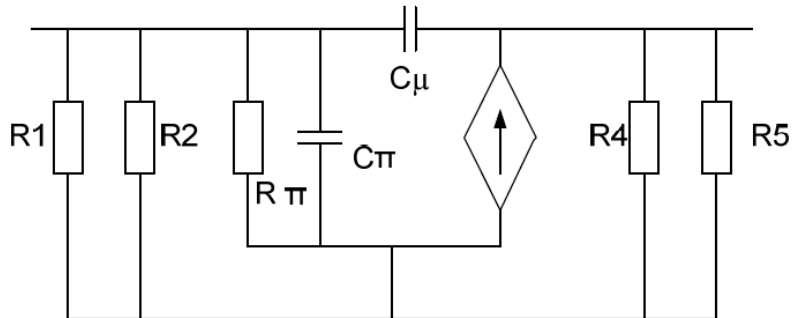


Figure 8: Småsignalekvivalent for høye frekvenser, for kretsen i oppgave 4.

$$A_M = -g_m \cdot R_L = -90.8mS \cdot 1.803k\Omega = -163.71 \quad (21)$$

Regner så ut forsterkning UTEN emitterkondensator:

$$A_U = -\frac{R_C || R_4}{R_E} = \frac{1.803k\Omega}{1k\Omega} = -1.803 \quad (22)$$

Fortegnet kommer av 180 graders faseendring på utgangssignalet.

## 4G

På grunn av forsterkningen av signalet fra basis til kollektor vil kapasitansen  $C_\mu$  opptre forsterket på inngangen, og vi får:

$$C_M = (1 + A_v) \cdot C_\mu \quad (23)$$

Hvor  $C_M$  er i parallell med  $C_\pi$ . Se figur 9. Dette betyr: Stor forsterkning i transistoren gir dårlig frekvensrespons for høye frekvenser.

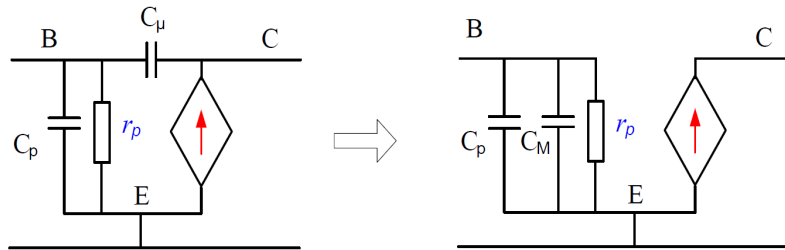


Figure 9: Millereffekt, vi ser her at  $C_\mu$  opptrer forsterket på inngangen som  $C_M$ .

## 4H

### Med kondensator

Vi leser av plottet en forsterkning på ca 43 dB. For å finne knekkfrekvensen går vi 3dB ned i forsterkning, til ca 40 dB. Leser av x-aksen og ser at knekkfrekvensen befinner seg om lag 47.5 MHz. Se figur 10

### Uten kondensator

Forsterkningen er opprinnelig rett under 5dB. Går 3 dB ned og leser av frekvensen på x-aksen. Denne er omtrent 150 MHz. Se figur 11.

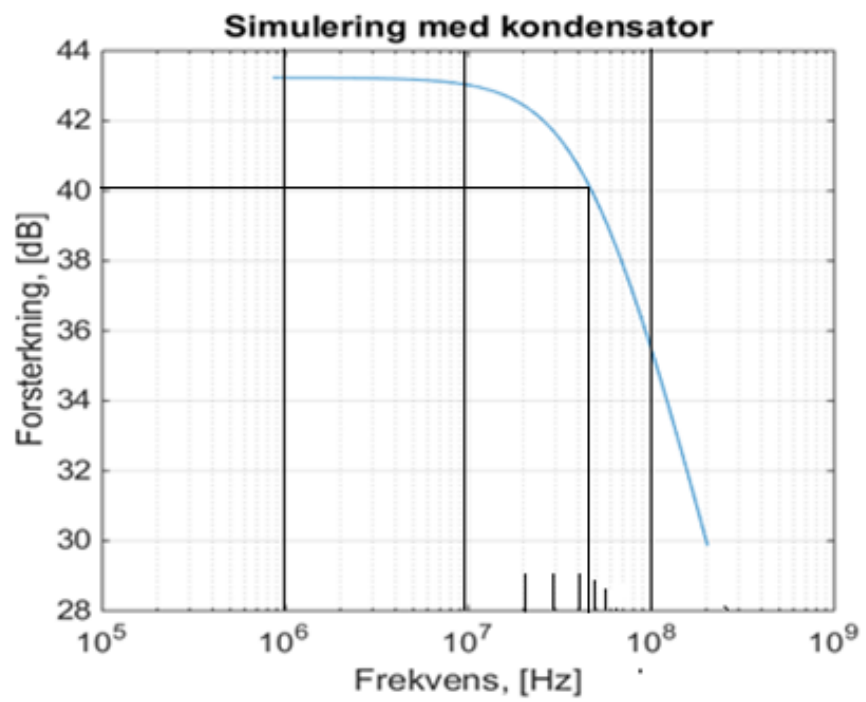


Figure 10: Eksempel på løsning i oppgave 3C

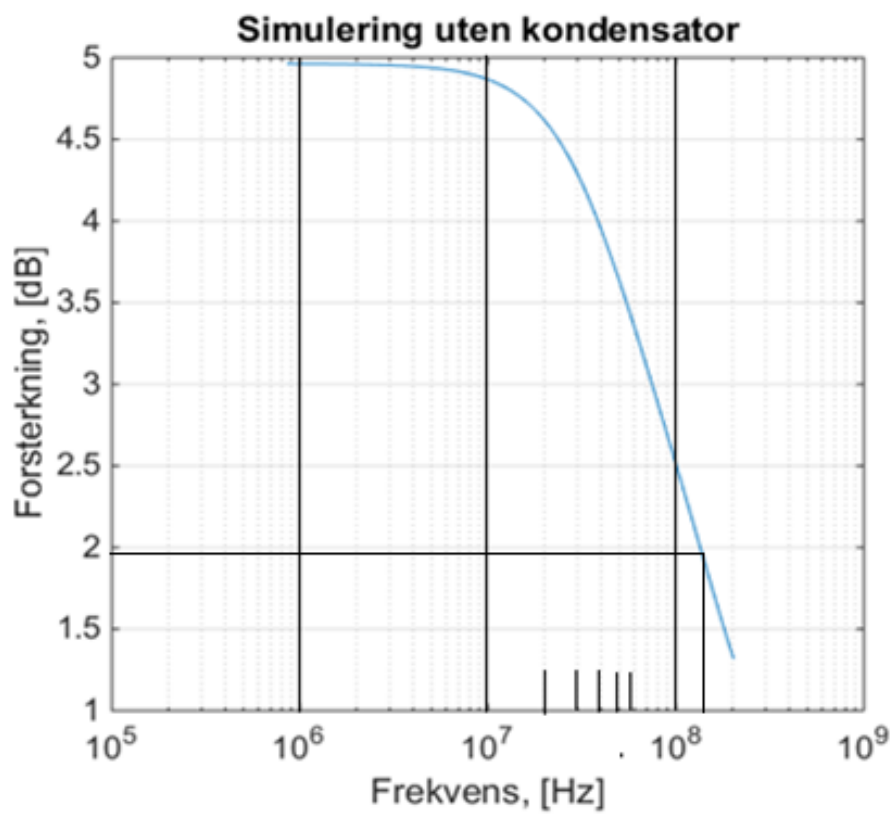


Figure 11: Eksempel på løsning i oppgave 3C