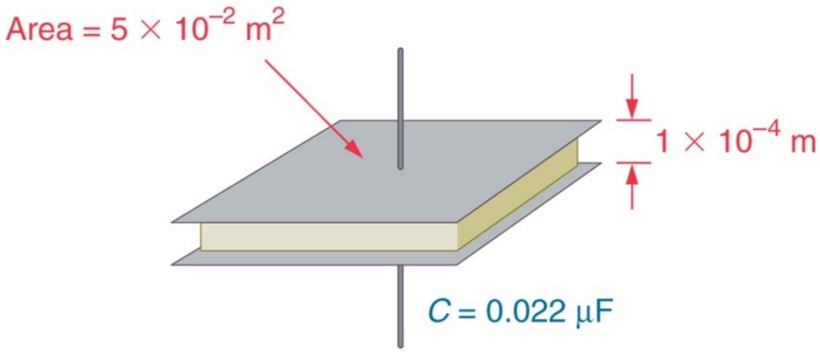
UKE 5

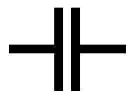
- Kondensatorer, kap. 12, s. 364-382
- RC – kretser, kap. 13, s. 389-413
- Frekvensfilter, kap. 15, s. 462-500 og kap. 16, s. 510-528
- Spoler, kap. 10, s. 289-304

Kondensator

Kondensator (Capacitor) er en komponent som kan lagre elektrisk energi form av et elektrisk felt. Den består av to plater av ledende materiale med isolasjon imellom platene.



Symbol



Når elektronene strømmer til den ene platen vil den bli negativt ladet og tilsvarende vil elektroner strømme bort fra den andre platen og den vil bli positivt ladet. Mellom disse to motsatt ladet platene dannes det et elektrisk felt.

Vi kan si at ”kapasiteten” beskriver evnen komponenten har til å lagre energi. Kapasiteten (C - capacity) til en kondensator måles i **Farad**.

Kondensator

Ladningen som lagres på en kondensator er proporsjonal med kapasiteten C og spenningen mellom platene.

$$Q = C \cdot V$$

$$Kapasitet, C = \frac{Ladning, Q(Coulomb)}{Spenning, V(Volt)}$$

En kondensator på 1 Farad kan lagre 1 coulomb (6,25 x 10^{18} elektroner) når spenningen mellom platene er 1 volt.

Kondensator

Spenningen over en motstand er direkte proporsjonal med strømmen.

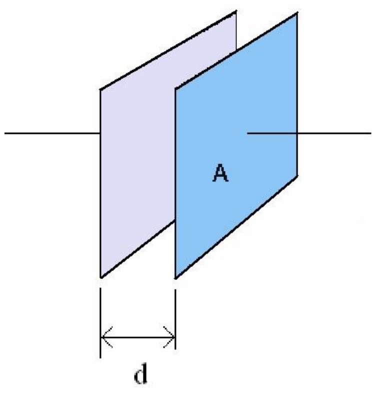
$$V = R \cdot I \; (Ohms \; lov)$$

Spenningen over en kondensator finner vi ved å integrere opp strømmen.

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int I \, dt$$

Det betyr at spenningen over en kondensator bare kan endre seg som en tidskontinuerlig funksjon, uten sprang.
Et sprang fra en spenningsverdi til en annen spenningsverdi ville kreve en uendelig stor strøm.

Kondensator



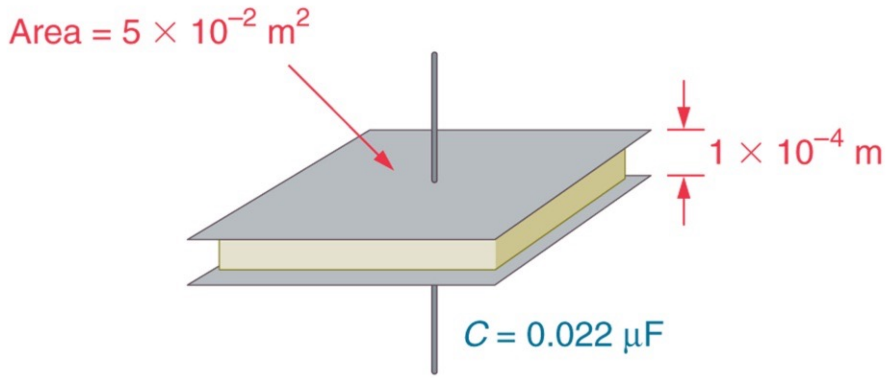
Kapasiteten C uttrykt ved fysiske parametere :

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

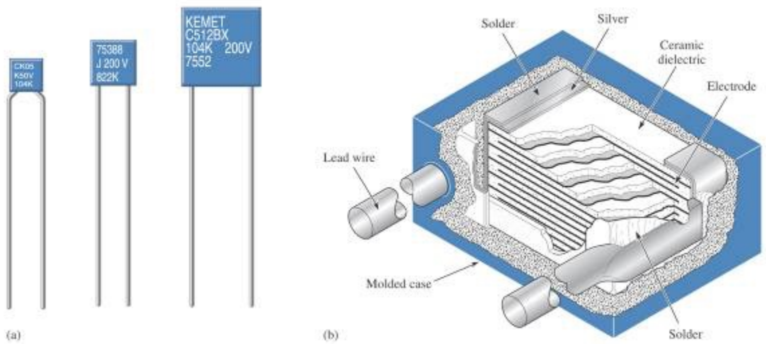
C = kapasiteten i Farad
ε_0 = 8,85 $\cdot 10^{-12}$ = permittiviteten i vakuum
ε_r = den relative permittiviteten til dielektrikumet
A = overflaten til platene i m^2
d = avstanden mellom platene i meter

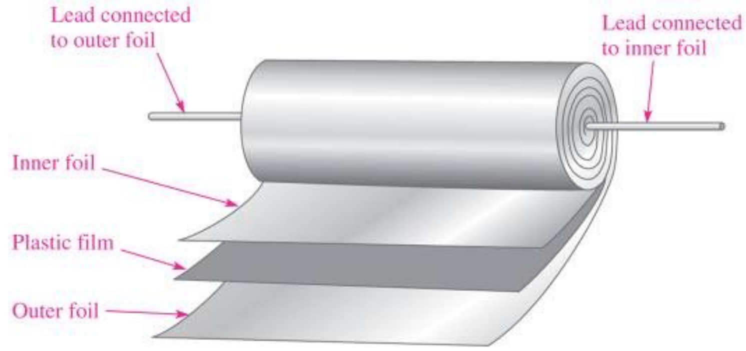
ε_r for noen materialer:
Luft = 1 Olje = 4
Teflon = 2 Glass = 7,5
Keramikk = 1200

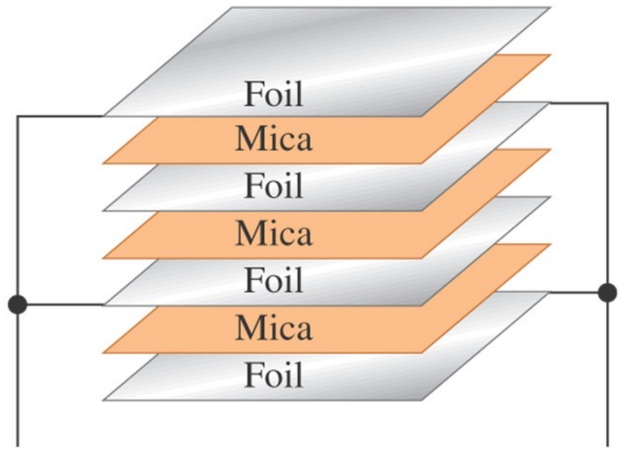
Aktuelle størrelser på kondensatorer :
mikro Farad (μF = 10^{-6} F)
nano Farad (nF = 10^{-9} F)
pico Farad (pF = 10^{-12} F)



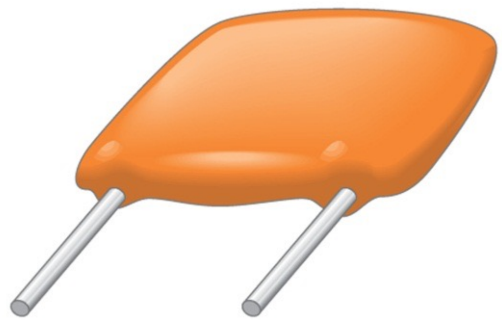
Kondensator







(a) Stacked layer arrangement



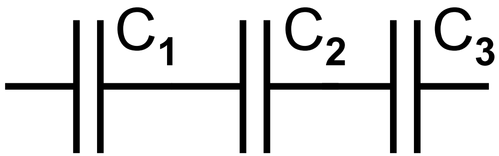
(b) Layers are pressed together and encapsulated.

Kondensator

Kondensator

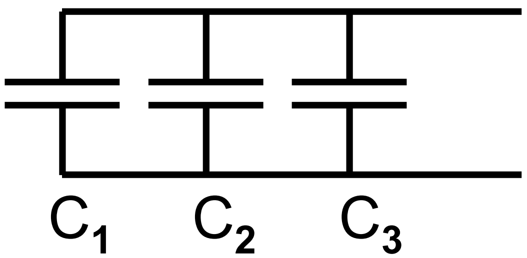
Hvordan beregne verdien av flere kondensatorer koblet sammen:

Seriekobling



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

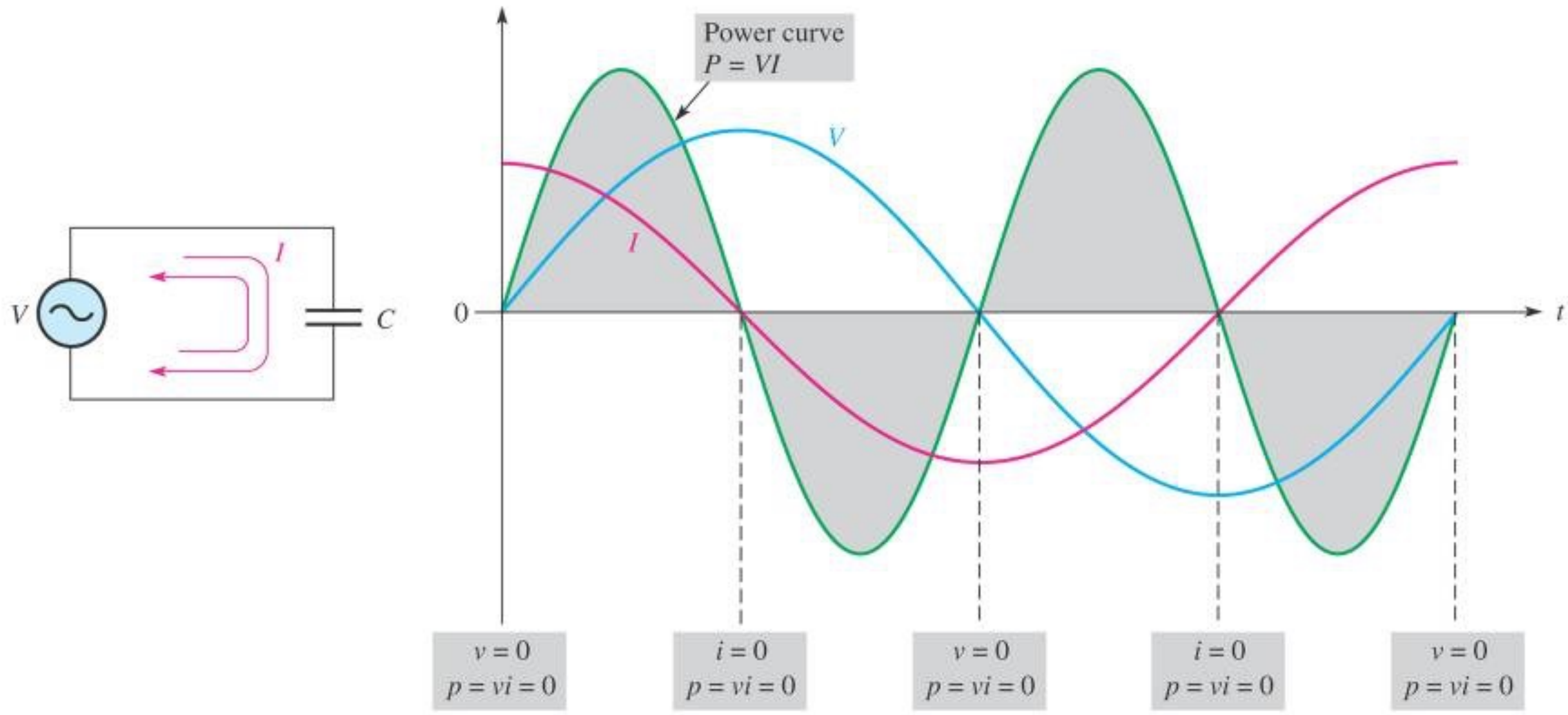
Parallellkobling



$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

Kondensator

Vi kopler en vekselspenningsgenerator inn på en kondensator ligger strømmen 90 grader foran spenningen. Strømmen til kondensatoren er størst når spenningen over kondensatoren er "0" volt



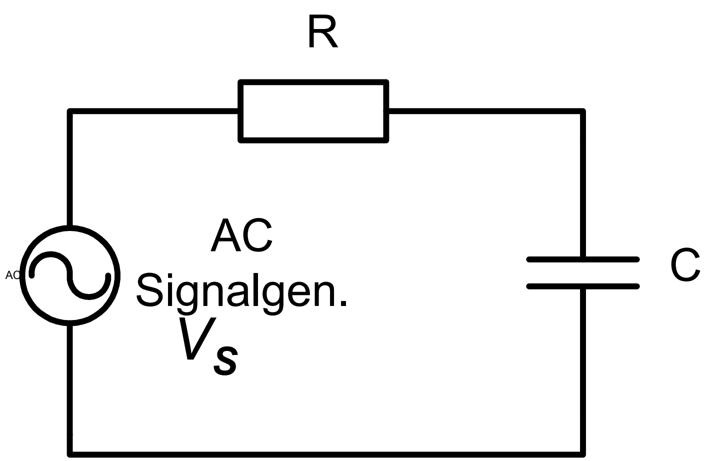
Serie RC kretser

Spenning

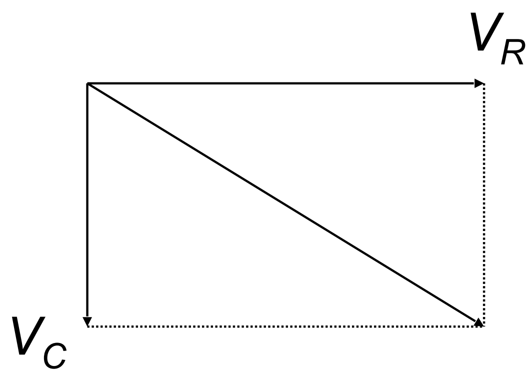
I en motstand ***R*** vil strømmen ***I*** og spenningen $\boldsymbol{V_R}$ være i fase.

I en kondensator vil strømmen ***I*** ligge 90 grader
foran spenningen $\boldsymbol{V_C}$.

Signalspenningen $\boldsymbol{V_S}$ vil iht. Kirchhoff være summen av spenningsfallene $\boldsymbol{V_R}$ og $\boldsymbol{V_C}$.



$$V_S = \sqrt{V_R^{\,2} + V_C^{\,2}} \quad \text{(Pytagoras)}$$



Reaktans

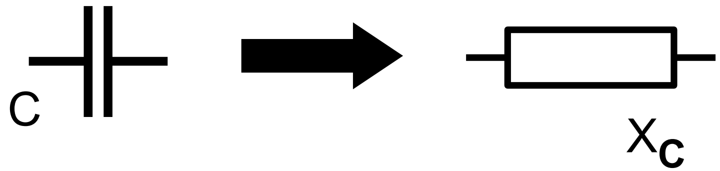
Kondensatorer stopper likestrøm, DC, men den virker som en frekvensavhengig motstand $X_C(f)$ for vekselstrøm, AC. Dette kaller vi **reaktanse**.

Reaktansen X_C (motstanden) til en kondensator er gitt av formelen:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad \text{(ohm)}$$

Xc avtar når frekvensen øker. Lav frekvens = stor motstand

For AC- signaler kan vi erstatte kondensatorsymbolet med en motstand X_C

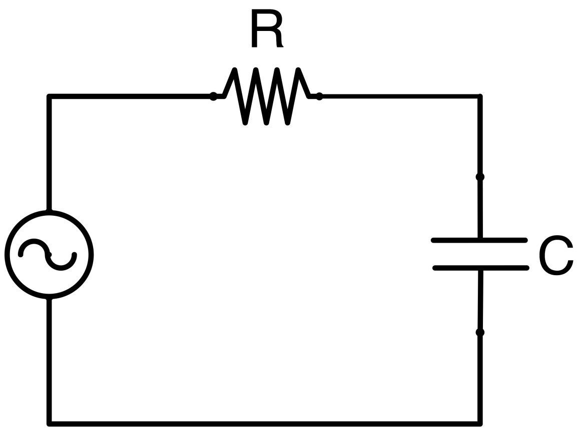


Eksempel:
Hvor stor er X_C når C = 1µF   f = 1000 Hz (1 kHz)

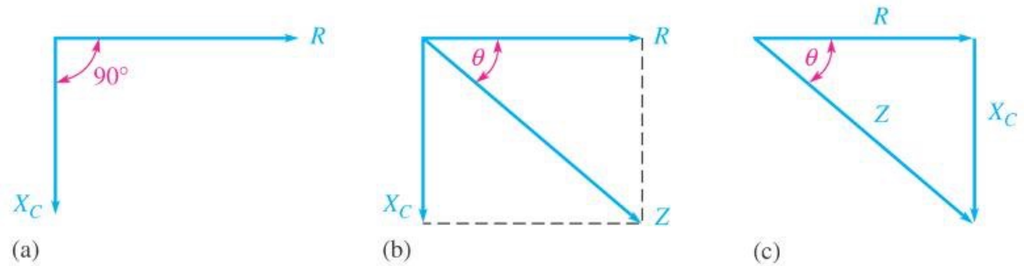
$$X_C = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}} = 159\ \Omega$$

Impedans

I en serie RC - krets må den totale impedansen være vektorsummen av R og jX_C



$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^{\ 2}} \qquad tg(\theta) = \frac{X_C}{R}$$



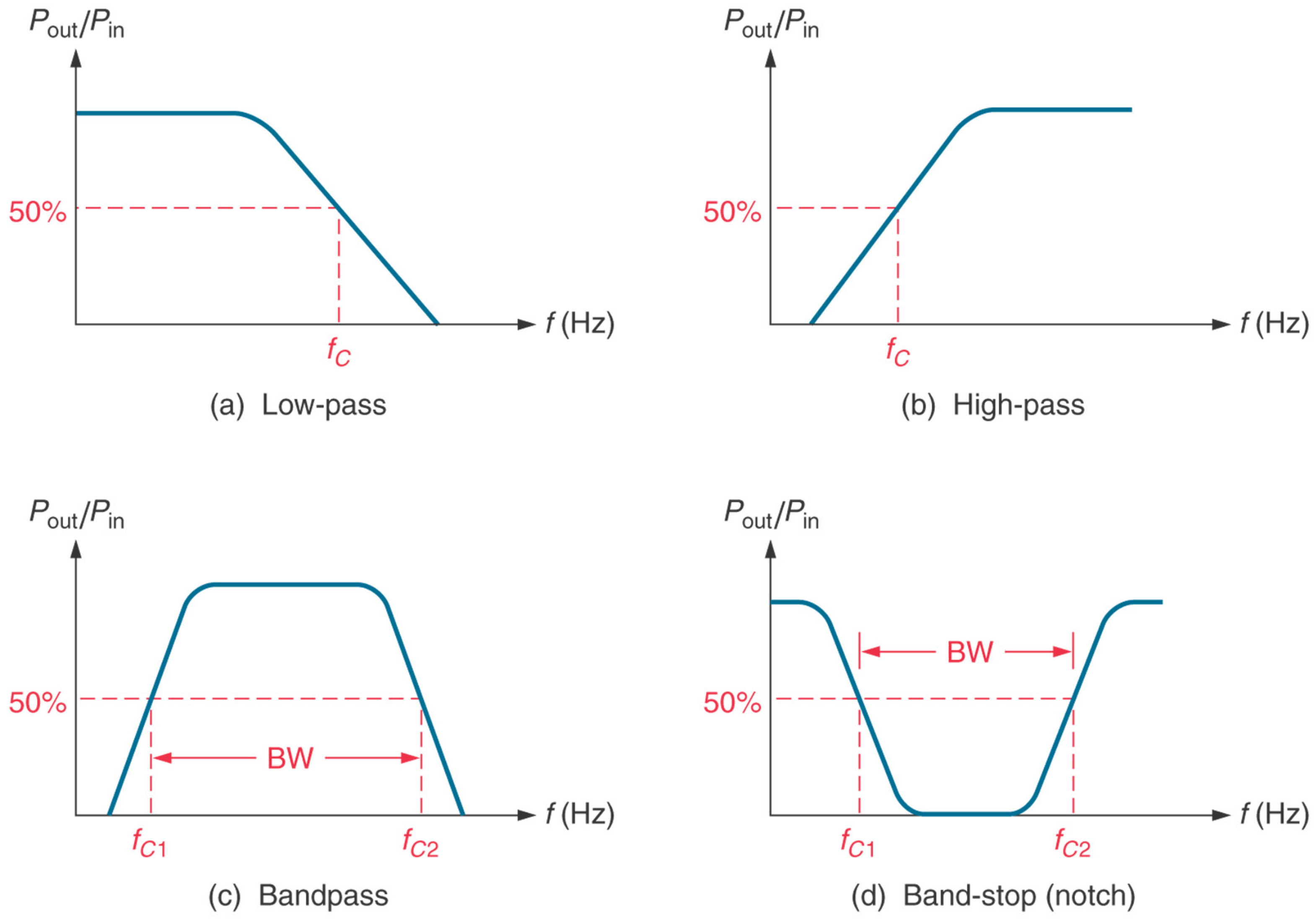
Eksempel:
Hva blir den totale impedansen Z til en RC - seriekopling når R = 27 kΩ , C = 5 nF og frekvensen f = 1 kHz ?

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 31{,}8\ k\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^{\ 2}} = \sqrt{(27 \cdot 10^3)^2 + (31{,}8 \cdot 10^3)^2} = 41{,}7\ k\Omega$$

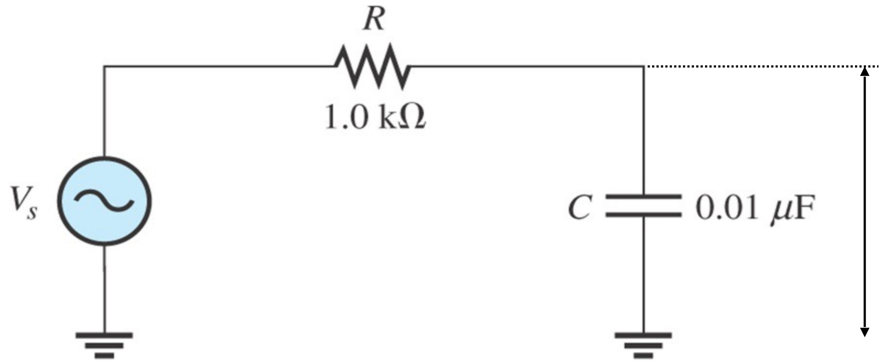
Serie RC kretser

- Frekvensfilter



Serie RC kretser

Frekvensfilter - lavpass

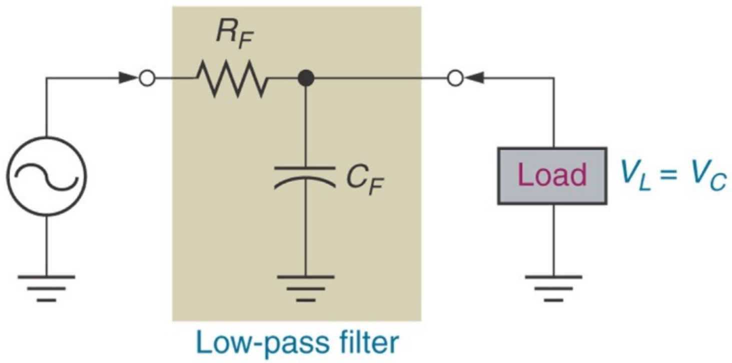


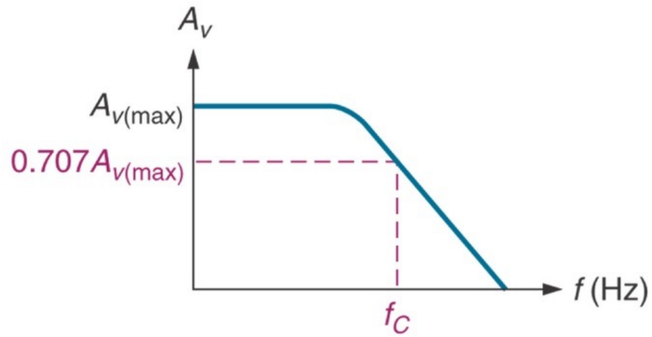
Signalspenning ut (V_{UT})

Signalspenningen V_S vil deles over de to motstandene R og X_C

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

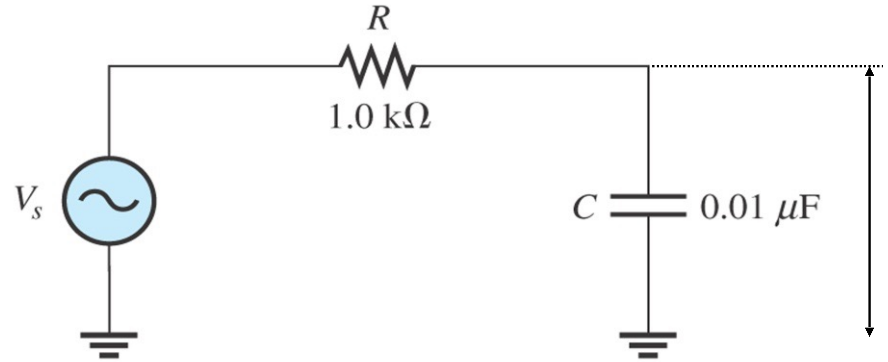
Reaktansen X_C (motstanden i kondensatoren) er frekvensavhengig. X_C vil avta med økende frekvens. Resultatet blir at signalspenningen V_{UT} avtar med frekvensen. Dette er et ***lavpass-filter***





Serie RC kretser

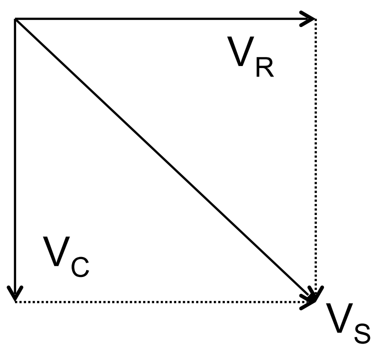
Frekvensfilter og grensefrekvens



Signalspenning ut (V_{out})

$$V_{out} = \left(\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right) V_{in}$$

Den frekvensen som gir Xc = R kaller vi filtrets ***grensefrekvens*** f_g.
Det ligger nå like stor spenning over C og R. (- men ikke Vs/2)
Husk, vi har en faseforskyvningen på 90^0 mellom spenningene.



$V_C = V_R$ hvis V_S = 1volt ser vi at

$$V_C = V_R = \frac{1}{\sqrt{2}} V_S = 0.707 \cdot V_S$$

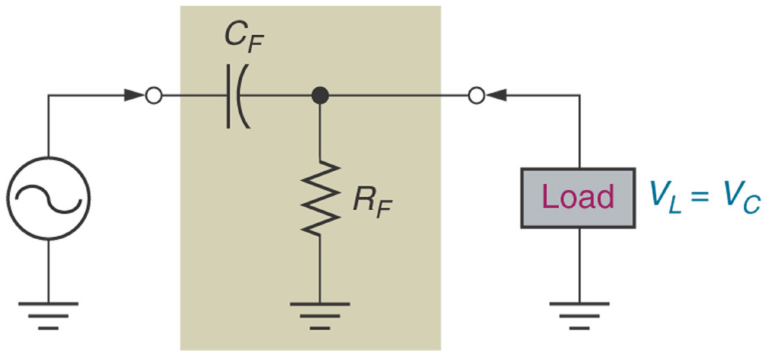
Grensefrekvensen f_g :

$$R = X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad \Rightarrow \quad f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

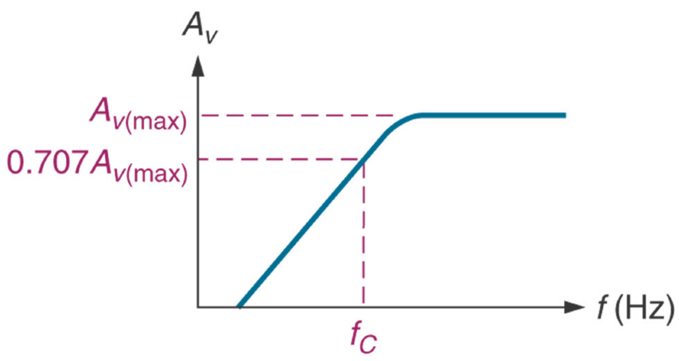
Serie RC kretser

Frekvensfilter høypass

Signalspenningen V_S vil deles over de to motstandene R og X_C



High-pass filter



Reaktansen X_C (motstanden i kondensatoren) er frekvensavhengig

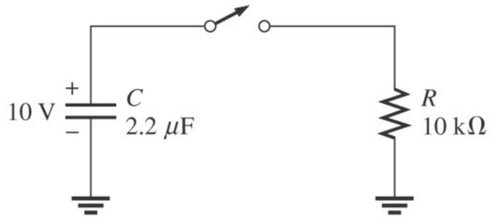
$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

X_C vil avta med økende frekvens. Resultatet blir at signalspenningen V_{UT} øker med frekvensen.

RC kretser

Tidskonstant - τ = RC

Når vi lukker bryteren vil kondensatoren lade seg ut gjennom motstanden. Restspenningen over kondensatoren følger en kurve som vist i Fig.1



Vi bruker Kirchhoffs lov om spenninger i en lukket sløyfe:

$$i \cdot R + v = 0$$

Spenningen over motstanden R må være lik restspenningen V over kondensatoren C

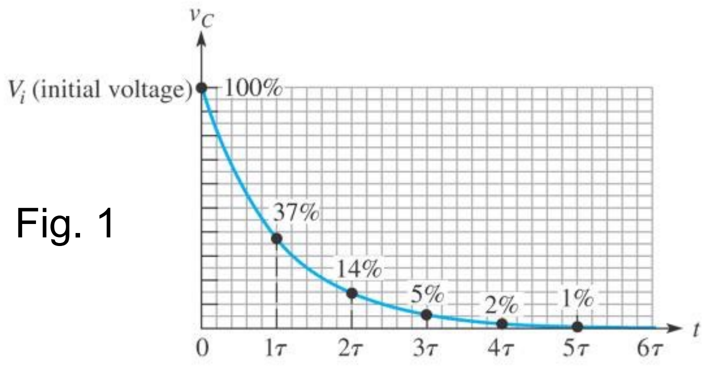
Strømmen er definert som

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

Vi får :

$$C \cdot R \cdot \frac{dv}{dt} + v = 0$$

Fig. 1



(b) Discharging curve with percentages of initial voltage

Vi løser denne likningen – V_i er spenningen på kondensatoren før bryteren lukkes :

$$v_C(t) = V_i \cdot e^{-t/RC} = V_i \cdot e^{-t/\tau}$$

Vi kaller τ tidskonstanten = RC Kondensatoren lader seg ut til 37% av initialverdien V_i i løpet av en tidskonstant. Vi regner kondensatoren som utladet etter 5 RC (1 %)

RC kretser
– tidskonstant - τ = RC

Tidskonstanten til en serie RC-krets er tidsintervallet som er gitt av produktet R og C. Enheten er sekunder - når motstanden er gitt i Ohm og kapasiteten i Farad.

$$\tau = R \cdot C$$

I løpet av tidskonstanten vil ladningen på kondensatoren endre seg ca. 63%
Etter tiden 5 RC regnes kondensatoren som fult opp / ut -ladet

Eksempel :
Tidskonstante for R = 1MΩ og C = 5μF
RC = $(1\cdot10^{6})$ $(5\cdot10^{-6})$ = 5 sek.

Det generelle uttrykket for spenningen over kondensatoren er gitt av uttrykket :

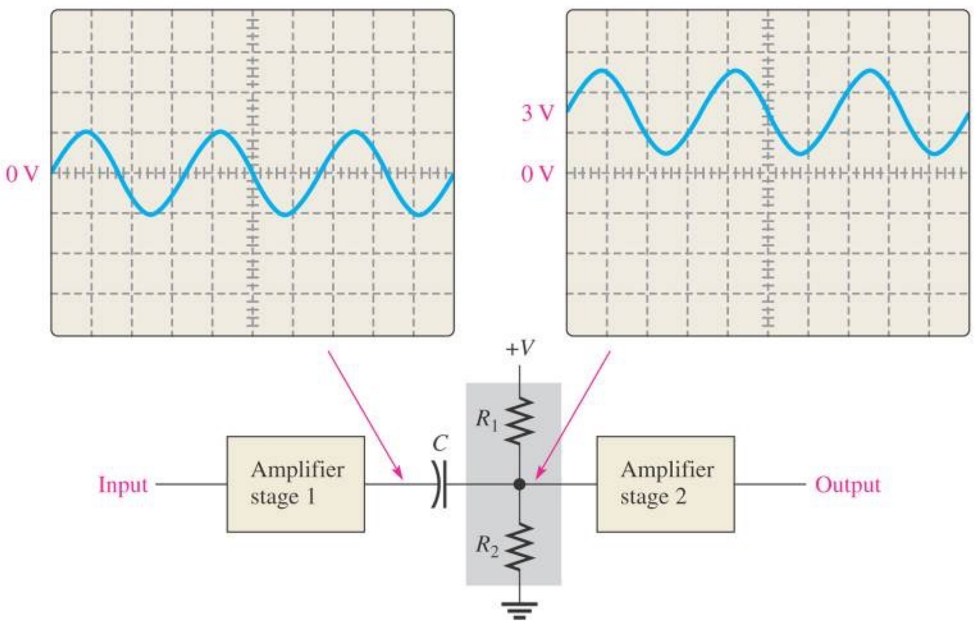
$$v_C(t) = V_F + (V_i - V_F)e^{-t/\tau}$$

Hvor V_F er sluttverdien V_i er initialverdier (startverdien). Liten v er spenningen over kondensatoren ved tiden t

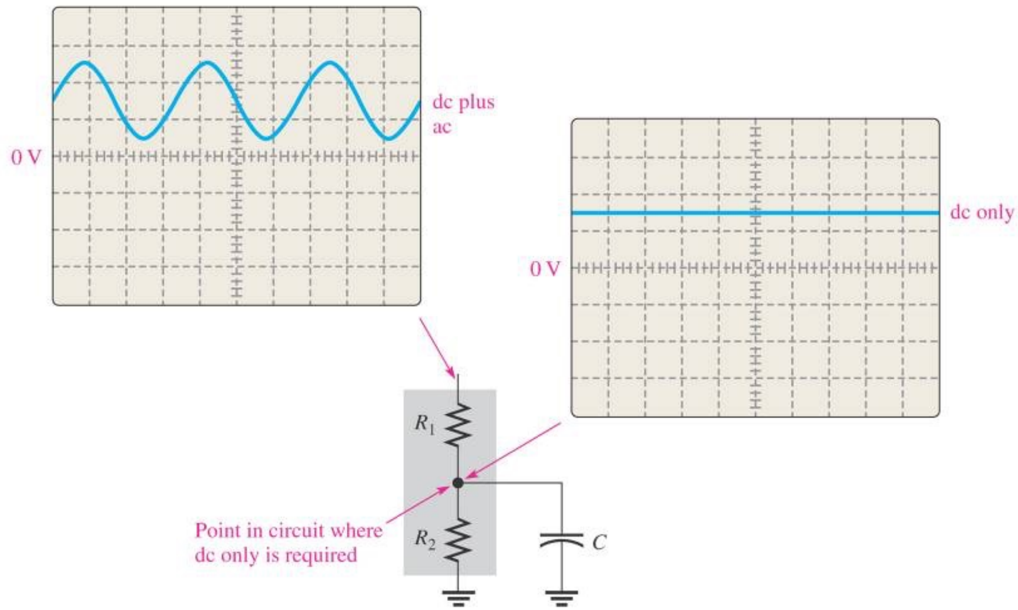
RC kretser
– Kondensator

Hvor og hvordan bruker vi kondensatorer ?

Kondensator stopper DC
og slipper AC-signaler igjennom



Kondensator kan brukes som filter
og fjerne AC-signaler fra en DC-spenning

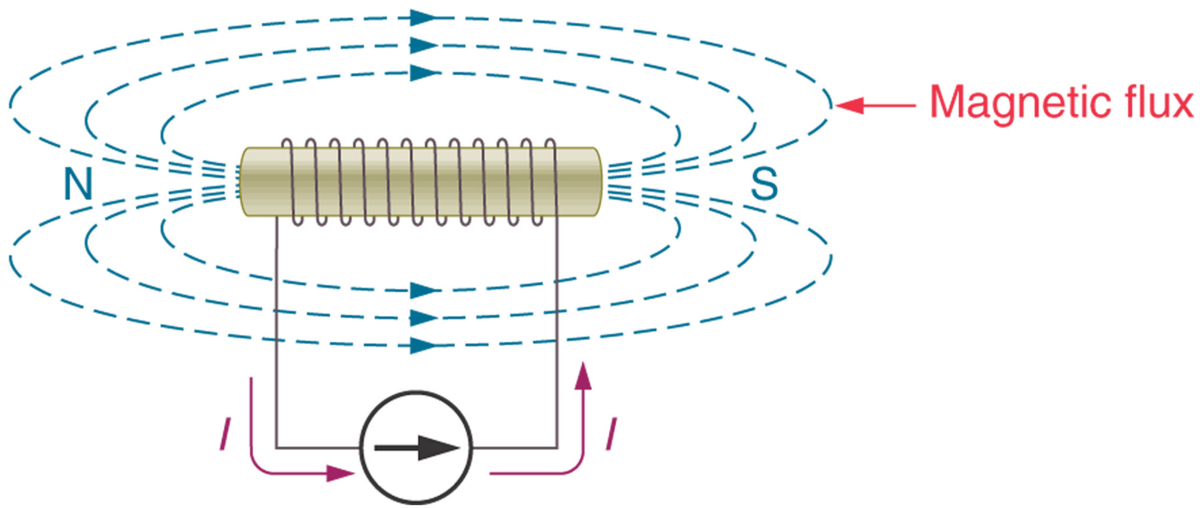


END C

Spole

Inductor,coil

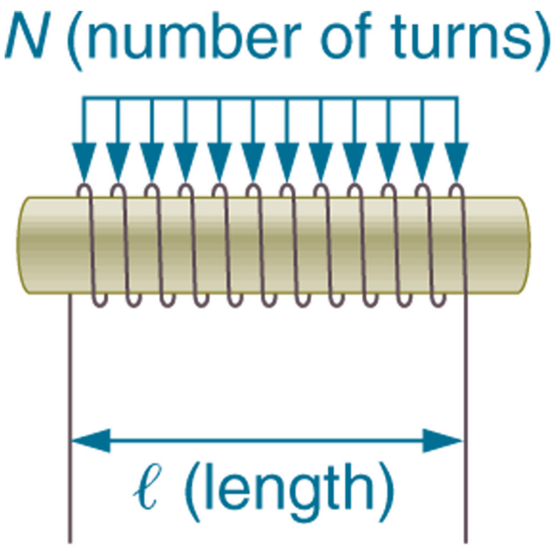
En spole (inductor) er en komponent som kan lagre elektrisk energi i et magnetfelt. Den er laget av leder som er viklet rundt en kjerne.

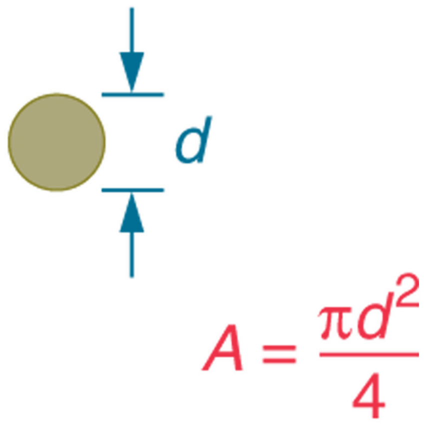


Magnetfeltet induserer en elektrisk spenning som motarbeider endringer i strømmer gjennom spolen. Lenz lov. Vi måler Induktans i Henry.

Spole

En spoles induktans



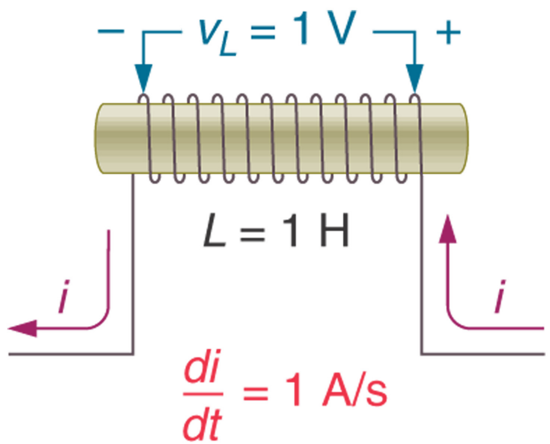


$$L = \frac{N^2 \mu A}{I}$$

L = Induktansen målt i Henry
N = Antall viklinger
u_r = den magnetiske permeabiliteten kjernen
A = Arealet av tverrsnittet av kjernen
d = Diameteren til kjernen

Spole

Spenningen over spolen er proporsjonal med endring i strømmen.



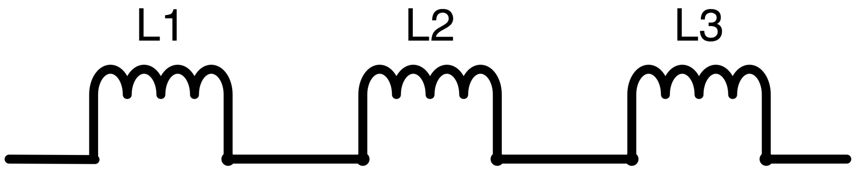
$$V = L\frac{di}{dt}$$

dt/di er et uttrykk for det instantane endringen i strøm ***A/s***

Spoler

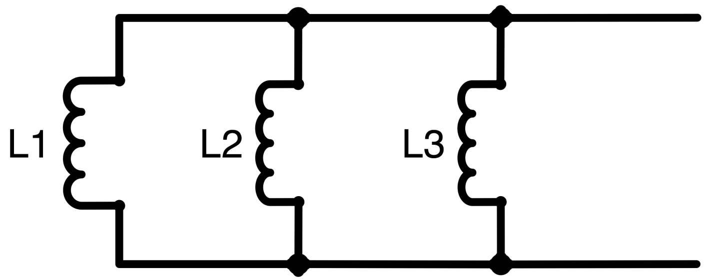
Hvordan beregne verdien av flere spoler koblet sammen:

Seriekobling



$$L_t = L_1 + L_2 + L_3$$

Parallellkobling



$$\frac{1}{L_t} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

Induktiv reaktanse

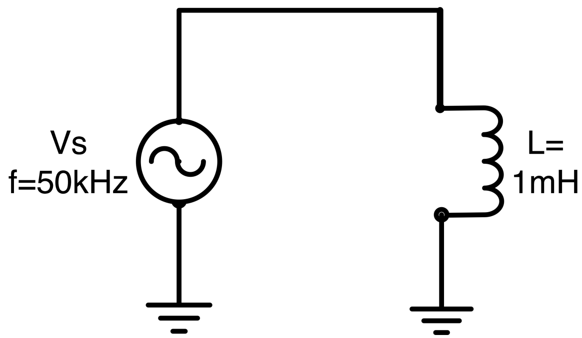
Spoler har ingen motstand ved likestrøm, DC, men den virker som en frekvens-avhengig motstand $X_L(f)$ for vekselstrøm, AC. Dette kaller vi ***induktiv reaktanse***.

Reaktansen X_C (motstanden) til en kondensator er gitt av formelen:

$$X_L = 2\pi f L \; (Ohm)$$

Eksempel:

Hvor stor er X_L når L = 1mH   f = 50 kHz

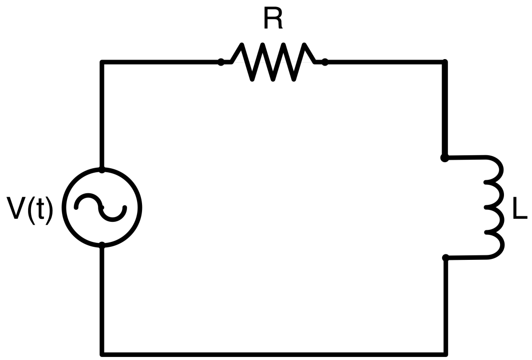


$$X_L = 2\pi f L = 2\pi(50kHz)(1mH) = 314 \; Ohm$$

RL kretser

RL-tidskonstanten

Tidskonstanten angir hvor fort strømmen kan endre seg i en spole:
Jo større induktans, desto lengre tid tar det å endre strømmen

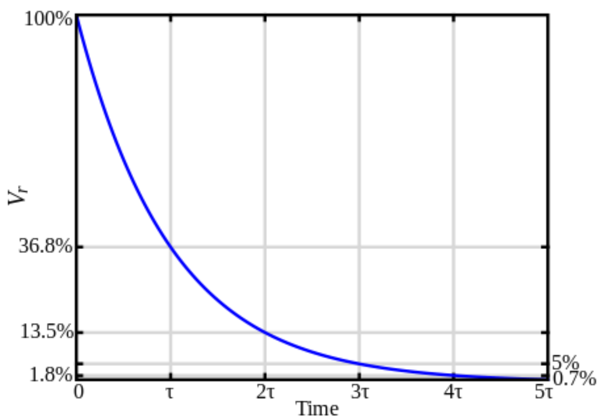


Vi bruker Kirchhoffs lov om spenninger i en lukket sløyfe og får følgende differensiallikning:

$$V_s = IR + L\frac{di}{dt}$$

Løser vi denne i forhold til strømmen

$$I(t) = \frac{V_s}{R}(1 - e^{-Rt/L})$$



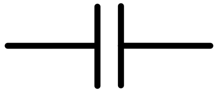
og spenningen over spolen er gitt:

$$V_L = V_s e^{-Rt/L}$$

På samme måte som for kondensatorer har vi en tidskonstant :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Passive komponenter

	Motstand 	Kondensator 	Spole 
SI	Resistanse Ohm(Ω)	Kapasitans Farad (F)	Induktanse Henry(H)
Strøm (I)	$I = \frac{V}{R}$	$I = C\frac{dV}{dt}$	$I = \frac{1}{L}\int_t V dt$
Spenning (V)	$V = IR$	$V = \frac{1}{C}\int_t I dt$	$V = L\frac{di}{dt}$
Frekvens-avgenhgihet	Ingen	Reaktansen avtar med frekvensen. Blokkerer DC $X_c = \frac{1}{2\pi f C}\ (Ohm)$	Reaktansen øker med frekvensen. Ingen DC motstand $X_L = 2\pi f L\ (Ohm)$
Seriekobling	$R_t = R_1 + R_2 + R_3$	$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$	$L_t = L_1 + L_2 + L_3$
Parallellkobling	$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$	$C_t = C_1 + C_2 + C_3$	$\frac{1}{L_t} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$