Løsningsforslag. Midtermineksamen FYS 2130. 29. april 2004

Oppgave 1

a) Systemets naturlige svingefrekvens er $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{60\,N/m}{2.0\,kg}} = \underline{\underline{0.87\,Hz}}$

b) Vi antar at den dempende kraften, F_d er proporsjonal med hastigheten, v : $F_d = b \cdot v$ der b er en konstant. $b = \frac{F_d}{v}$

Med dempning blir frekvensen redusert og er:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{F_d/v}{2m}\right)^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{60}{2.0} - \left(\frac{9/0.6}{2\cdot 2.0}\right)^2}\,Hz = \underline{\underline{0.64\,Hz}}$$

c) Når systemet er dempet kan amplituden ved tiden t skrives som: $A(t) = A_0 \cdot e^{-b\cdot t/2m}$ der A_0 er den opprinnelige amplituden ved $t = 0$. Vi kan fra dette skrive:

$$t = -\frac{2\cdot m}{b}\ln\left[\frac{A(t)}{A_0}\right] = -\frac{2\cdot 2.0}{9/0.6}\ln(0.05)\,s = \underline{\underline{0.80\,s}}$$

Oppgave 2

a) Den midlere intensiteten i avstand $r = 1$ m fra kilden er:

$$<I> = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{100\,W}{4\pi \cdot 1m^2} = \underline{\underline{7.96\,W/m^2}}$$

b) Den tidsavhengige intensiteten $I(t)$ kan skrives som $I(t) = \frac{1}{\mu_0}\cdot E \cdot B$ der E er den elektriske feltstyrken og B er magnetfeltet. Siden $B = E/c$ (vakuum) er $I(t) = \frac{1}{\mu_0 c}\cdot E^2$

Hvis amplituden av E-feltet er E_0 er tidsmiddelet $<E^2> = \frac{1}{2}E_0^2$. Da er

$$<I> = \frac{1}{2\mu_0 c}\cdot E_0^2, \text{ som gir } E_0 = \sqrt{2\mu_0 c <I>} = \sqrt{2\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 3\cdot 10^8 \cdot 7.96}\,V/m = \underline{\underline{77.5\,V/m}}$$

c) Brytningsindeksen for luft er 1.0. Innfallsvinkelen er $\theta_1 = 60^\circ$. Fra Snells lov finnes brytningsvinkelen θ_2: $\sin\theta_1 = n\cdot\sin\theta_2$ som gir $\theta_2 = 30^\circ$. Da er $\theta_1+\theta_2=90^\circ$ og er *Brewstervinkelen*. Siden **B**-feltet til den innfallende strålingen er parallell med grenseflaten er **E**-feltet parallelt med innfallsplanet (siden **E** $\perp$ **B**). Når dette er oppfylt får vi ingen reflektert bølge og følgelig er E-feltamplituden til den reflekterte bølgen 0 V/m.

Oppgave 3

a) Vi har et konvekst sfæriske speil og krumningsradien er R = -20 cm (negativt fortegn!). Vi finner uttrykk for bildeavstanden s′ fra speilformelen:
$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$. Multiplikasjon med s' og bruk av uttrykket for forstørrelsen $m=-\frac{s'}{s}$ gir
$s'=f(1-m)$. Avstanden mellom bildet og objektet er

$$s-s'=-\frac{s'}{m}-s'=-s'(\frac{1}{m}+1)=-f(1-m)(\frac{1}{m}+1)=-\frac{R}{2}(1-m)(\frac{1}{m}+1)=\underline{\underline{37.5\ cm}}$$

b) Linsemakerformelen er $\frac{1}{f}=(n_2-n_1)\cdot(\frac{1}{R_a}-\frac{1}{R_b})$.

Hvis linseflaten med krumningsradius R_b er plan kan vi sette $R_b = \infty$. Luft har brytningsindeks n_1=1. Med $R_a = R$ kan linsemakerformelen skrives som
$\frac{1}{f}=(n_2-1)\cdot\frac{1}{R}$.

Hvis lysstrålene fra lyskilden skal komme ut parallelle etter å ha passert linsen må lyskilden være plassert i fokalpunket slik at objektavstanden = f. Krumningsradien til den krumme linsflaten er

$$R=f(n_2-1)=0.20\cdot(1.33-1)\ m=\underline{\underline{1.65\ m}}$$

c) Personen skal med kontaktlinser se et objekt i avstand s = 0.30 m skarpt. Objektet skal avbildes i avstanden s’ = -1.0m. (Bildeavstanden er negativ fordi bildet er virtuelt.) Fra linseformelen $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$ får vi

$$f=\frac{s\cdot s'}{s+s'}=\frac{0.30\cdot(-1.0)}{0.30-1.0}\ m=\underline{\underline{0.43\ m}}$$

Oppgave 4

a) Den harmoniske bølgen kan skrives på formen

$y=y_0\sin(kx+\omega t+\varphi)$ der er en fasevinkel. For x = x_1 skal

$$y_0\sin(kx_1+\omega t+\varphi)=y_0\sin(a+\omega t)$$

og da er

$$kx_1+\omega t+\varphi=a+\omega t$$

Når x_1 = 0 er a = 0 og dette gir φ = 0. Da er $a=kx_1$.
For x_1 = 2.0m er a = 2:

$k = \frac{a}{x_1} = \frac{3}{2} m^{-1}$ og bølgelengden blir $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{4\pi}{3} m = \underline{\underline{4.2\ m}}$

b) Vi kan bestemme strekket i strengen, S, fra uttrykket for fasehastigheten:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

Fasehastigheten $v = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$ som settes inn i uttrykket over

$\lambda \frac{\omega}{2\pi} = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$ som gir

$$S = \frac{\mu \lambda^2 \omega^2}{4\pi^2} = \underline{\underline{1.3\ N}}$$

c) Hvert punkt på strengen har kun vertikalhastighet:

$$u = \frac{dy}{dt} = y_0 \omega \cos(kx + \omega t)$$

For x =0 og t = 0 er $u = y_0 \omega = \underline{\underline{0.40\ m/s}}$