

Oblig 1
«Basillarmembranen»
FYS2130
Svingninger og bølger

Sigurd Elias Stette
Studieprogram for Fysikk, Astronomi og Meteorologi
UiO

9. februar 2009

1 Kvalitetsfaktoren for svingninger i basillarmembranen

1.1 Bakgrunn

Oppfatning av lyd kan sees på som tvungne svingninger av basillarmembranen på ført av en lydbølge. (se f.eks Wikipedia under «Basilar membrane», eller «Neuroscience»¹).

Vi kjenner til fra teorien om tvungne svingninger at et system kan karakteriseres på responstiden ved hjelp av en «kvalitetsfaktor» Q , hvor $Q = \omega_0\tau$. Hvor ω_0 er vinkelfrekvensen til svingningen og τ er tidskonstanten til systemet. Dersom systemet settes i vibrasjon vil τ være tiden det tar til svingeamplituden har blitt redusert med en faktor $1/e$.² Amplituden avtar altså eksponensielt. Den vil altså aldri innta en konstant verdi, men nærme seg en grense når tiden går mot uendelig. Om slike systemer kan en ofte grovt si at det har «stabilisert seg» etter tiden $t = 2\tau$.³

Øret er en sensor for lyd. Lydbølgene er i rommet rundt oss, men vi oppfatter de selvsagt dårlig med andre deler av kroppen enn øret. Øret har den egenskapen at den forsterker all lyd i sitt aktive frekvensområder og representerer de ved nervesignaler til hjernen. For å få til denne forsterkningen er basillarmembranen slik at den gir resonans for alle (hørbare) frekvenser. Forskjellige frekvenser gir resonans på forskjellige deler av membranen. Som vi ser av figur 1 er «basen» i membranen «stemt» for høye frekvenser, denne delen er stivere⁴, mens den øvre enden («apex») er mykere og er «stemt» lave frekvenser. I mange resonansbånd på hele membranen er det resonans for forskjellige frekvenser. Dette gir en «topografisk representasjon av frekvenser (dvs en *tonotopi*)». (Dalve Purves 2004 s.293.) Fra Wikipedia om Q -verdi⁵, kjenner vi også til at et system sin resonansrespons på et harmonisk påtrykk «sterkt avhenger av systemets Q -verdi».

Bredden til et resonansbånd er gitt ved:»

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (1)$$

Hvor f_0 er resonansfrekvensen.

Denne bakgrunnen gir oss forståelsen av at Q -verdien til basillarmembranen bestemmer både responstiden øret vårt har på en lydbølge og frekvensfølsomheten—det er fordi bredden på et frekvensbånd på membranen ikke kan være tykkere enn frekvensfølsomheten, dette ville gitt oss en overlapp av frekvenser slik at vi til slutt ikke hørte forskjell på frekvenser. Vi kan bruke frekvensfølsomheten som en noe grov tilnærming til båndbredden til et resonansbånd, Δf (også gitt i oppgaveteksten, feilen vi her gjør er for meg uvisst).

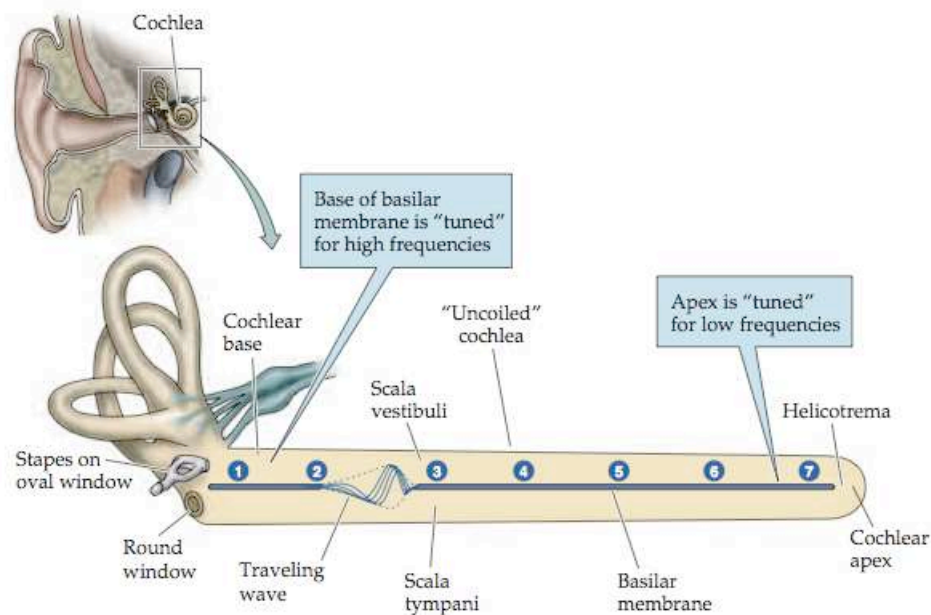
¹Dalve Purves m.fl. red. 2004. Publishers Sunderland.

²Frech A.P 1971. W.W Norton & Company Inc. s 62-67

³Dette er en verdi jeg har møtt i FYS1120 og GEF1000 for analoge systemer.

⁴*Neuroscience*. Dalve Purves m.fl. re. 2004. Publishers Sunderland.

⁵http://en.wikipedia.org/wiki/Q_factor



Figur 1: Basillarmembranen. Figuren er hentet fra Dalve Purves «Neuroscience» 2004. s.293.

1.2 Litt intervallteori

Før jeg presenterer min eksperimentelle fastsetting av Q -verdien vil jeg si litt om intervaller og tonehøyde. De fleste fysikere ville beskrevet en lydølge ved hjelp av «tonens» frekvens, og forsøkt å tallfeste Q -verdien ved å finne en Δf , dvs en hørbar frekvensforskjell. Musikkere pleier sjelden å karakterisere tonehøyde med frekvensen, men med tonenavn, «noter». Den minste forskjellen i tonehøyde som brukes i vestlig musikk er det lille sekundet. Man sier at B er et lite sekund høyere enn A dersom frekvensen til B , $f_B = (16/15)f_A$ ⁶ Hvor f_A er frekvensen til A . Det vil si at opplevd toneforskjell ikke er en forskjell i absolutt frekvens, men i relativ frekvens. Dobles frekvensen gir dette et intervall som kalles en *oktav*. Toner med en oktav forskjell oppfattes som «samme» tone, med forskjellig tonehøyde⁷. Toner med en oktav forskjell kalles med samme tonenavn.

I første oktav har vi $f_A = 440$ Hz, og $f_b = 466.2$ Hz. Her oppfattes $\Delta f = 26.2$ Hz som et lite sekund. Oktaverer vi har vi: $f_A = 880$ Hz og $f_B \approx 932.4$ Hz. Her oppfattes $\Delta f = 52.4$ Hz som et lite sekund. Med dette musikalske bakteppet vil jeg bestemme Q -verdien ikke ved å finne en minste hørbar frekvens forskjell Δf fordi denne er relativ, men jeg vil finne en k slik at $f = f_0(1 + k)$ gir en hørbar toneforskjell.

⁶en.wikipedia.org. *Semitone*

⁷Når en (vanlig) mann og en (vanlig) kvinne synger «unisont», dvs at de synger samme toner, så gjør de i realiteten ikke det. De synger med en toneforskjell på en oktav, men det oppfattes å være de samme tonene.

1.3 Eksperimentell bestemmelse av Q -verdien

⁸ Følgende m-kode er benyttet for å bestemme k slik at $f = f_0(1 + k)$ gir en hørbar forskjell mellom f og f_0 .

```
Fs = 22050;% Hz samplingsfrekvens
tV = 1.0; %varighet per tone
f = random('unif',3000,10000);
k = 1/210; %hores for alle f i 3000,10000
y = [];
for i = [1,2,3]
    %gar i løkke og forandrer f for
    %gjennomloeping.
    x = lyd(f,tV);
    df = k*f;
    f = f+df;
    y = [y x];
end
y = unwrap(y); %eliminerer fasen
sound(y,Fs)
```

Framgangsmåten var i dette eksperimentet å kjøre m-filen med forskjellige verdier av k helt til jeg fant en som gav hørbare resultater for alle frekvenser i valgt område $f \in [3000, 10000]$ Hz. Nærmere bestemt har jeg benyttet en «halveringsmetode» hvor jeg har peilet meg inn på en verdi for k ved å ekskludere høyere og lavere verdier på en systematisk måte. Jeg lot også Matlab bare trekke verdier fra $f \in [3000, 4000]$ Hz eller $f \in [8000, 10000]$ Hz for ikke å utelukke at k er en funksjon av f .

Denne fremgangsmåten bestemte $k = 1/210 \pm 1/20$. Dette gir for Δf :

$$\Delta f \in [3000/210, 10000/210] \text{ Hz} \quad (2)$$

$$\Delta f \in [15 \pm 2, 50 \pm 5] \text{ Hz} \quad (3)$$

Fra likning 1 har vi da at:

$$Q = \frac{f}{\Delta f} \quad (4)$$

$$Q = \frac{f}{kf} \quad (5)$$

$$Q = \frac{1}{k} \quad (6)$$

$$Q = 210 \pm 20 \quad (7)$$

⁸Eksperimentene er gjort på meg. Jeg er på ingen måte en uavhengig forsøksperson i forhold til eksperimentet. Jeg fant det også spesielt utfordrene å jobbe med frekvenser mellom 3000 Hz og 5000 Hz fordi de fleste frekvenser her er uten for det sangbare, og er derfor vanskeligere å jobbe med. Det var derfor vanskelig å overføre vanlig musikalsk intervall lytting til dette eksperimentet. Dette tilfører forsøket en stor grad av usikkerhet.

2 Tidsfølsomhet

2.1 Bakgrunn

Læreboken «Neuroscience»⁹ beskriver hvordan en akustisk stimuli initierer en bølge som brer seg på basillarmembranen, fra «basen» og henimot «apexen». Når den kommer til det punktet på membranen med resonansfrekvens svarende til lydbølgens frekvens er amplituden på et maksimum og bølgen stopper. Tiden det tar for bølgen å bevege seg fra «basen» og til resonanspunktet kan tenkes å være den tiden det tar fra vi hører en tone til vi klarer å oppfatte hvilken tone det er. Eller hvor lang tid vi må høre en tone for at vi skal oppfatte den, altså Δt . Denne tiden er relatert til tidskonstanten til systemet τ . Jeg gjettet i avsnitt 1.1 på at $\Delta t \approx 2\tau$.

«Neuroscience»¹⁰ formulerte det hele så lærerikt at jeg gjengir det her:

Frequency tuning within the inner ear is attributable in part to the geometry of the basilar membrane, which is wider and more flexible at the apical end and narrower and stiffer at the basal end. One feature of such a system is that regardless of where energy is supplied to it, movement always begins at the stiff end (i.e., the base), and then propagates to the more flexible end (i.e., the apex). Georg von Békésy, working at Harvard University, showed that a membrane that varies systematically in its width and flexibility vibrates maximally at different positions as a function of the stimulus frequency [Figur 1]. Using tubular models and human cochleas taken from cadavers, he found that an acoustical stimulus initiates a traveling wave of the same frequency in the cochlea, which propagates from the base toward the apex of the basilar membrane, growing in amplitude and slowing in velocity until a point of maximum displacement is reached. This point of maximal displacement is determined by the sound frequency. The points responding to high frequencies are at the base of the basilar membrane where it is stiffer, and the points responding to low frequencies are at the apex, giving rise to a topographical mapping of frequency (that is, to tonotopy).

2.2 Eksperimentell bestemmelse av Δt

¹¹ For å bestemme hvor lang varighet en tone må ha for at jeg skal kunne bestemme tonehøyden brukte jeg følgende Matlab-skript.

```
function [f] = varighet(t_steg)
%trekker frekvensen fra definisjonsområde
%oppgitt i oppgaveteksten
f = random('unif',3000,10000);
t0= 0.004;
for dt = [t0:t_steg:(t0+t_steg*5)]
```

⁹Dalve Purves m.fl. red. 2004. Publishers Sunderland. s. 292-293

¹⁰Dalve Purves m.fl. red. 2004. Publishers Sunderland. s. 292-293

¹¹Det gjelder også her, og særlig her at det var utfordrende at tonene jeg jobbet med for det meste ikke var sangbare. Det var derfor vanskelig å kontrollere om jeg hadde hørt tonen korrekt ved å synge den, slik man i musikk ofte gjør. Resultatene er derfor usikre.

| $\Delta t, [s]$ | n |
|-----------------|-----|
| 0.004 | 0 |
| 0.005 | 0 |
| 0.006 | 10 |
| 0.007 | 32 |
| 0.008 | 31 |
| 0.009 | 11 |

Tabell 1: Eksperimentell fastsetting av “responstiden” til øret. I testen blei det undersøkt etter hvor lang tid Δt jeg kunne oppfatte tonehøyden. Til venstre er de Δt som jeg forsøkte med. Til høyre er en tellekollonne—antall ganger n jeg oppfattet tonehøyden etter Δt sekunder.

```

    'Varigheten er:', dt
    spill_av(f,dt);
    pause
    spill_av(f,dt);
    pause
end
spill_av(f,2);
end

```

Jeg gjennomførte testen ved å kjøre m-filen $N = 74$ ganger etter hverandre med $t_0 = 0.004$ og $t_{\text{steg}} = 0.001$ og satte tellestreker ved $dt = [0.004, 0.005, 0.006, 0.007, 0.008, 0.009]$ ettersom hvilke Δt som gav meg oppfattelsen av bestemt tonehøyde. For små Δt oppfattet jeg bare et *klkk*, men for større dt hørte jeg en bestemt tone. Dette er resultatet av testen: Regner vi ut forventet verdi av tabell 1 finner vi at $\Delta t = 0.008 \pm 0.001s^{12}$. Avviket eller feilen er funnet ved inspeksjon.

2.3 Δt og Δf

¹³ Vi har allerede referert til Q -verdien som både: (i) $Q = 2\pi f_0 \tau$ og (ii) $Q = f_0 / \Delta f$. Dette kan vi relatere på følgende måte:

$$2\pi f_0 \tau = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (8)$$

Bruker estimatet $\Delta t \approx 2\tau$ og forkorter f_0

$$\pi \Delta t \approx \frac{1}{\Delta f} \quad (9)$$

$$\Delta t \Delta f \approx \frac{1}{\pi} \quad (10)$$

$1/\pi$ kan vi grovt tilnærme som en tredjedel:

$$\Delta t \Delta f \approx \frac{1}{3} \quad (11)$$

¹²Her runder jeg av til nærmeste diskrete verdi som var del i testen, istedet for bare å ta gjennomsnittet.

¹³Inspirert av forelesning om «Uskarpheitsrelasjon» av A.I Vistnes

Dette er et estimat for den teoretiske sammenhengen mellom den Δt og den Δf jeg har funnet ved eksperiment i denne oppgaven. Vi forventer at for mindre verdier av Δf trenger man lengre tid for å bestemme tonehøyden. I min estimering av Δf (for mitt øre) hevdet jeg at Δf skulle være relativ til frekvensen. Med forholdet:

$$\frac{\Delta f}{f} = k \quad (12)$$

Jeg testet ut denne relasjonen etter at den var fastsatt også for andre frekvensområder. Jeg forventer imidlertid forskjellige verdier for k for forskjellige frekvensområder. (Jeg forsøkte med $k = 1/30$ for $f \approx 50$ Hz.) Δf var mitt beste estimat for hørbar frekvensforskjell i høyt register. Setter man inn tilsvarende estimat i likning 11, for andre frekvenser kan en uttrykke Δt som funksjon av frekvensen.

$$\Delta t f k(f) \approx \frac{1}{3} \quad (13)$$

$$\Delta t(f) \approx \frac{1}{3 f k(f)} \quad (14)$$

$$\Delta t(f) \approx \frac{Q(f)}{3 f} \quad (15)$$

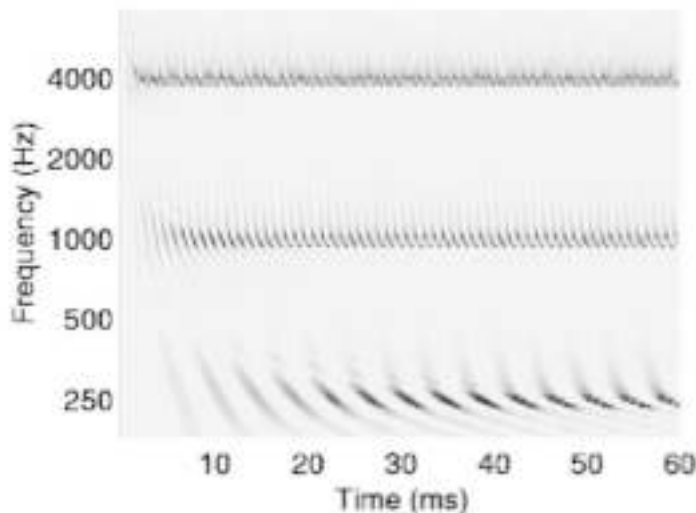
Av denne relasjonen ser vi at Δt forventes å være mindre for høyere frekvenser—én klarer etter relativt kortere tid å fastslå tonehøyden ved høye frekvenser enn ved lavere. På den andre side klarer man å høre forskjeller på relativt mindre Δf ved lavere frekvenser. I figur 2.3 kan vi studere tidsresponsen på basillarmembranen ved forskjellige frekvenser. Figuren er hentet fra en artikkel i *Acoustical Society of America* fra 2005.¹⁴ Av figuren ser vi hvordan det tar reaktivt lengre tid til responsen på membranen har instillt seg ved lave frekvenser enn ved høye. Dette kan vi jamføre med uttrykket over for sammenhengen mellom Δt og f og med teorien fra «Neuroscience» hvor det blei beskrevet at alle utslag initierte en bølge som brer seg fra området med resonans for høye frekvenser mot området som gir resonans for lavere frekvenser. Bølgen har lengre vei å gå på membranen for lavere frekvenser. Derfor blir Δt større.

Dersom vi går til det dype bassspekteret, for eksempel $f = 50$ Hz ser vi at $\Delta f \approx 2$ Hz. (Her har jeg brukt at $k = 1/30$, som jeg lekte meg med å undersøke). Vi kan nærmest høre forskjell på herzen! For høye frekvenser ($f \in [3000, 1000]$) trengte øret en frekvensforskjell $\Delta f \approx 30$ Hz for å oppfatte en forskjell.

Det virker som om tids- og frekvensfølsomhet er konkurrerende størrelser, og at vår følsomhet er et naturens kompromiss evolusjonert fram for både å kunne høre hele frekvensspekteret (fra de dype brøl fra kommende snøskred til de høye skrik fra truende dyr), óg å kunne ha en tidsoppløsning som gjør at vi blant annet kan oppfatte konsonanter.

En annen måte å se for seg hvordan dette kompromisset er tvunget fram av en konkurranse mellom å høre tids- og frekvensoppløsning er å se for seg en trommeslager. Du ber ham tromme i vei på sin tromme med gradvis økende frekvens. I begynnelsen hører du klart diskrete trommeslag. Det går raskere

¹⁴Taishih Chi, Powen Ru, og Shihab A. Shammac 2005. *Acoustical Society of America*. Title: *Multiresolution spectrotemporal analysis of complex sounds*. DOI: 10.1121/1.1945807 <http://www.engr.washington.edu/epp/iwaenc2008/proceedings/contents/papers/CorticalModel.pdf>



Figur 2: Figuren viser tidsresponsen på basillarmembranen for $f = [250 \text{ Hz}, 1000 \text{ Hz}, 4000 \text{ Hz}]$ (dersom jeg har forstått artikkelen rett). Y-aksen er logaritmisk. Vi observerer at det tar 20–40 ms før 250 Hz-signalet har stabilisert seg, mens det tar 1–5 Hz før 4000 Hz-signalet har stabilisert seg på membranen.

og raskere, en trent trommeslager vil til slutt sitte å tromme en virvel—et jevnt brus av trommeslag, en har ikke lenger en klar oppfatning av diskrete trommeslag. Jeg vil gjette (uten at jeg har noen kilde på det) at dette er mellom 10 og 20 slag i sekundet, noe som er fort for å være menneske. En «trommemaskin» vil imidlertid kunne øke takten ytterligere. Til slutt vil en ikke lenger oppfatte trommeslag i det heletatt—i stedet hører vi en jevn tone! (Jeg og min musikalske bror har begge fått denne lærdommen fra musikalske miljøer og tror dette skjer ved et sted mellom 20 og 40 slag i sekundet, men har dessverre ikke kunnet bekrefte det i litteratur innenfor tidsrammene av denne oppgaven.)

Dette kan gi oss en intuitiv forståelse av at dersom vi skulle hatt bedre tidsoppløsning ville vi ikke hørt toner. En bølgetopp i lydbølgen ville bare oppfattes som en trykkfortetning som pisker mot trommehinnen. På tilsvarende måte er tidsoppløsning avhengig av at vi ikke hører «bittesmå» frekvensforskjeller. Konsonantene i et ord ville i stedet for å være konsonanter blitt oppfattet som forvirrende toner.

2.4 $\Delta t \cdot \Delta f$

La oss sette inn de eksperimentelt beregnede verdiene for Δt og Δf i likning 11 og undersøke om dette gir oss noe i nærheten av teorien. Vi har at $\Delta t \approx 0.008 \pm 0.001$ og $\Delta f \in [15 \pm 2, 50 \pm 5]$.

$$\Delta f \Delta t = 0.3 \pm 0.2 \quad (16)$$

Vi observerer at vi har en relativ feil på mer enn 50%. Det er først og fremst det store spekteret på Δf som bidrar til denne feilen. Dersom tiden hadde strukket til burde jeg forsøkt å finne et frekvensavhengig uttrykk for tiden slik at jeg kunne funnet et produkt både for nedre og øvre grense for Δf . Vi ser jo at Δf varierer mye for $f = [3000, 10000]$ Hz. Ut fra refleksjonene hadde vi ventet en tilsvarende variasjon i Δt . Hadde vi funnet denne kunne vi beregnet et «nedre» og et «øvre» produkt, da ville vi fått en mindre usikkerhet.

Videre observerer vi at vi ikke har med noen feilestimat for evt systematiske feil grunnet grovheten i antagelsen om Δf , eller grovheten i antagelsen om at $\Delta t = 2\tau$.

Til tross for disse unøyaktighetene (og følgende systematiske feil) og den store relative feilen observerer vi likevel at det teoretiske anslaget for produktet $\Delta f \Delta t$ passer forunderlig godt med mitt eksperimentelle estimat.

3 Faseinformasjon

Fra lineær algebra (MAT1120) kjenner vi til at enhver funksjon på et intervall kan representeres ved hjelp av en basis av sin og cos på intervallet. Vi har til nå i obliken fokusert på frekvensinformasjon i lyd. Men hvordan spiller fasen inn? Vi skal se på to lydsnutter. Vi skal fjerne faseinformasjon i snuttene og studere resultatet. Den første lysnutt vi skal studere er opptaket av en obo-melodi med en lang tone akkompagnert av strykere som spiller pizzicato (strykerne «plukker» på strengene og spiller korte toner). Lydsnutt nummer to er opptaket av en skarptromme som spiller begynnelsen på en slags trommemarsj, eller slik. Matlab-funksjonen som følger leser inn en valgt lydsnutt. Koden er kommentert underveis.

```
function fase(filnavn)
y = wavread(filnavn);
y = y(:,1); %stereo->mono
Fs = 44100; %Hz samplingsfrekvens
%velger et utsnitt som lar seg raskt
%fourieromvende
N = 2^floor(log(length(y))/log(2));
y = y(1:N);
%spiller av utsnittet
%sound(y,Fs)
%varigheten T til utsnittet
T = N/Fs;
%plotter tidssignalet
figure(1)
hold('off')
t = linspace(0,T,N);
plot(t,y);
title('Orginalsignalet')
xlabel('t')
ylabel('Relativt signal')

%fourier analyse
g = fft(y,N);
R = abs(g);
f_max = Fs;

%plotter frekvensspekteret
```

```

figure(2)
hold('off')
f = linspace(0,f_max,N);
plot(f,R);
title('Fourier-spekteret (amplitude for hver frekvens)')
xlabel('Frekvens (Hz)')
ylabel('Relativ styrke')

%tilbaketransformerer
theta = unwrap(angle(g)); %bergener fase
R = abs(g);
Z = R.*exp(i*theta);
x = real(iff(Z,N));
%lytter til tilbaketransformert
%signal, for å forsikre om at det er likt
%sound(x,Fs);
pause
%randomiserer fasen
%passer på at at punktene Z2(i) speiles
% til Z2(N+2-i) med fortegnsbytte på
%imaginærdelen
phi = random('unif',-pi,pi,N/2+1,1);
Z2 = [R(1:N/2+1).*exp(i*phi(1:N/2+1))
flipud(R(2:N/2).*exp(-i*phi(2:N/2)))]];

%transformerer til tidssignal og spiller av
x2 = real(iff(Z2,N));
%sound(x2,Fs);
%plotter signal med randomisert fase
figure(3)
hold('off')
plot(t,x2)
title('Randomisert fase')
xlabel('t')
ylabel('Relativ styrke')
pause
%"nullstiller" fasen
Z3 = [R(1:N/2+1).*exp(i
        flipud(R(2:N/2).*exp(-i)))]];
figure(4)
%plotter fourierspekteret for nullsilt fase
%for å kontrollerer at det er uforandret
plot(f,abs(Z3))
title('Fourierspekteret for nullstilt fase')
xlabel('f')
ylabel('Relativ styrke')

%transponerer til tidssignal
x3 = real(iff(Z3,N));
figure(5)
hold('off')
plot(t,x3)
xlabel('t')
ylabel('Relativ styrke')
%spiller av lyden (dempet)
sound(0.2.*x3,Fs);
end

```

Resultatet av kjøringene med både tromme-signalet og obo-signalet ser vi av figurene. Fra og med figur 3. Det er interessant å se på figur 4 at frekvensbildet ikke endrer seg selvom vi endrer faseinformasjonen. Dette er som ventet. Ser vi

derimot på tidssignalet av lyden etter randomisering av fasen, ser vi at lyden har endret seg veldig mye. Tidssignalet er nesten ikke til å kjenne igjen i figuren. Det som er igjen etter faseendring på trommesignalet er bare støy. Det minner veldig om hvit støy—slik hører det også ut. Som om vi har satt på radioen uten å ha tilkoblet antenne.

La oss lytte litt til obo-signalet etter faseendring. Vi hører at oboen klinger like klart og fint gjennom intervallet, som før randomisering av fasen. Men denne gangen hører vi ikke strykerne plukke på strengene. I stedet hører vi en sus av strykeinstrumenter under oboen.

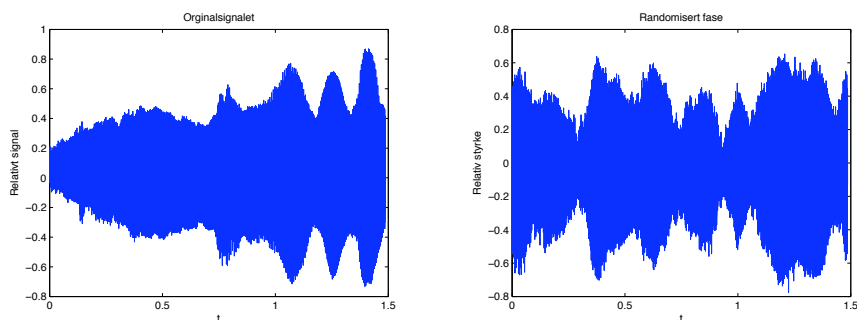
Når vi representerer oboens lange klare tone er dette lett å representere med en velvalgt sinus eller cosinus. Den klinger gjennom hele tidsintervallet. Men en representasjon av pizzicato spillet til strykerne er «vanskeligere». De skal representeres av sinuser og cosinuser på hele intervallet, men har jo bare utslag på korte diskrete tidspunkter. Når de har utslag må frekvensen være fininstill slik at vi hører frekvensene som hører med. Denne representasjonen trenger veldig mange superponerte harmoniske svingninger. De må lages slik at de kansellerer hverandre i hele intervallet med unntak av ved de diskrete tidspunktene hvor strykerne høres. Dette gjøres med fininstillinger av fasen. (Frekvensen er jo determinert av tonehøyden.) Av dette er det opplagt at en randomisering av fasen fører til at vi ikke lenger har tidsoppløsningen på strykespillet. I stedet for i diskrete tidspunkter er pizzicato-tonene strøket jevnt utover hele intervallet med en urolig tone som skyldes den randomiserte fasen. Her er det imidlertid verdt å legge merke til at vi hører akkord-tonene fra strykerne selv etter randomisering. Disse er det jo frekvensene som bestemmer!

En liknende argumentasjon gjelder for trommesnutten. Med fourier-analysen representerer vi signalet som en superposisjon av cosinuser og sinuser med forskjellig frekvenser. (Teorien sier jo at alle signaler kan representers på denne måten.) Dette frekvensbildet som vi kan studere i en av figurene er imidlertid et sammensurium av frekvenser—vi hører ingen toner. Jf. figure 2.3 et lydsignal vil gi respons på et bredt frekvensbånd. Først etter at signalet har vedvart en stund vil vi høre frekvensen. Med trommer genereres det imidlertid aldri vedvarende signaler. Både i øret vårt å i andre digitale representasjoner trenger man da utslag på et bredt frekvensbånd i kort tid for å representere signalet. For å få til representasjonene av tidsoppløsningen må en imidlertid igjen (som med pizzicato-tonene) benytte fasene for å få utslaget akkurat «timet» i signalet. (Trenger konstruktiv interferens ved rette øyeblikk, jf. tidsplottet av trommesignalet.)

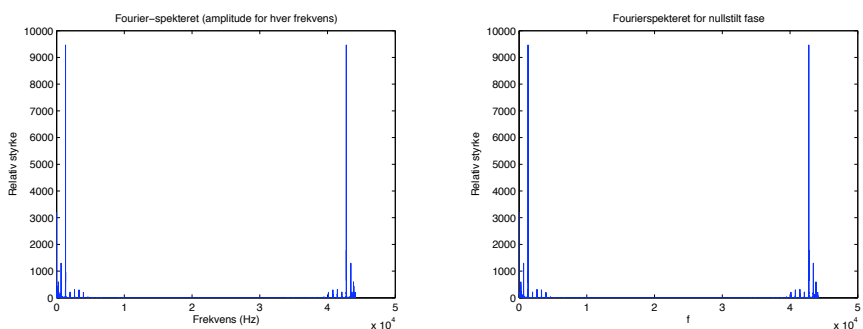
Når vi nå randomiserer fasen lar vi dette store sammensurium av frekvenser spille gjennom hele intervallet uten destruktiv interferens annet enn ved tilfeldigheter—det er opplagt at dette blir støy.

Vi kan oppsummerer dette kort ved å si at frekvensene koder tonehøyden, og fasen koder tidsoppløsningen.

Nulltilling av fasen Når det gjelder nullstillingen av fasen frykter jeg at dette ikke blir gjort helt tilfredstillende av m-koden. Vi ser av figur 5 at vi får en sommerfugl tilbake etter omvendt fourier transformasjon. Dette er et typisk kjennetegn på at noe har gått litt galt i omvendingen. Det samme gjelder tromme-signalet. Det vi likevel kan se, særlig av figur 5 er at etter at fasen er nullstilt så har jo alle cosinuser et maksimum ved tiden $t = 0$. Dette fører til



Figur 3: Figuren viser (til venstre) det opprinnelige obo-signalet. Og (til høyre) det samme signalet med randomisert fase.



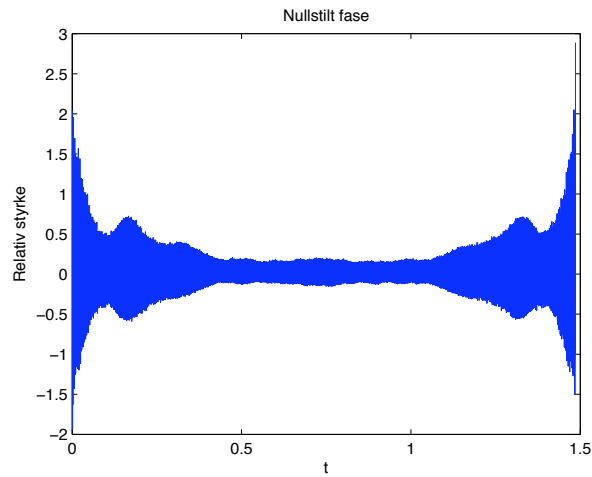
Figur 4: Figuren viser (til venstre) frekvensspekteret til originalsignalet, og (til høyre) frekvensspekteret til signalet etter at fasen har blitt nullstilt. Vi observerer at de to plottene er identiske.

at vi har veldig sterkt utslag ved tiden $t = 0$, som vi tydelig ser av figuren. Dette utslaget speiles også om midtpunktet. I trommesignalet med nullstilt fase kan vi se en topp til i forhold til signalet fra den omvendttransponerte av obo-spekteret. Det er altså to tydelige topper som begge er foldet rundt midtpunktet. Den andre toppen kan jo tenkes å være et sinus-maksimum for mange bølger med omtrent samme frekvens.

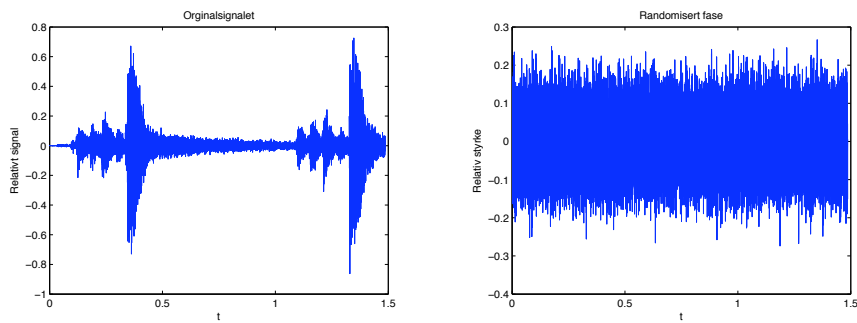
3.1 Ørets oppfatning av fase

Vi så i forrige avsnitt at når vi endret fasen til en lyd som hadde kort tidsvarighet fikk dette stort utslag for øret vårt. Lyden hørtes helt annerledes ut etter randomisering av fasen. Den hadde helt endret karakter i tiden. De tydelige tidsdiskrete utslagene var blitt endret til tilfeldige, varige oscillasjoner gjennom hele intervallet.

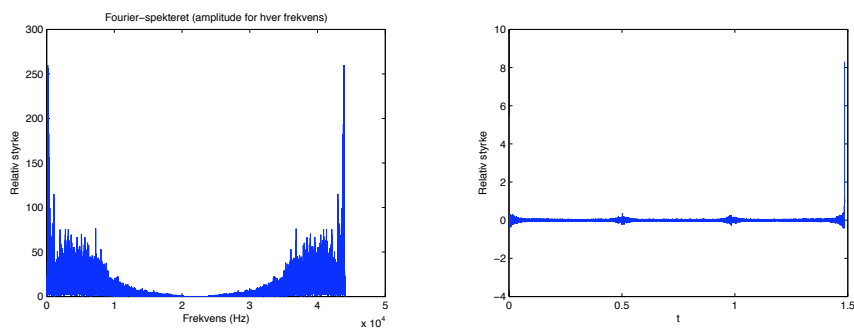
Vi kommenterte også at for den rene obo-lyden lot det seg ikke gjøre å høre noen forskjell etter randomisering av fasen. Dette er intuitivt lett å forstå. Obo-tonen var ren gjennom hele intervallet. Dersom vi ser på frekvens plottet i figur 4 ser vi tydelig det sterke utslaget på obo-tonens frekvens (og svakere



Figur 5: Figuren viser tidssignalet til obo-sekvensen etter at fasen er nullstilt. Vi observerer at signalet ser ut som en sommerfugl. Dette kan bety at noe har gått galt i forbindelse med fourier-analysen. Vi observerer også at signalet er sterkest ved tiden $t = 0$ s.



Figur 6: Figuren viser hvordan randomisering av trommesignalet (til venstre) resulterer i bare støy (til høyre).



Figur 7: Vi ser (til venstre) hvordan frekvensspekteret til trommesignalet er sammensatt av et mylder av forskjellige like og ulike signaler. (Til høyre) ser vi hvordan vi igjen får en speiling signalet med den nullstilte fasen.

på dens overtoner). Men om vi hører en bølgetopp eller bølgebunn ved tiden $t = 0$ er det rakende likegyldig for øret vårt. Som vi så i oppgave 2 har vi ikke god nok tidsopløsning til å merke forskjell. Og hadde vi hatt det hadde vi ikke kunnet oppfatte tonen, men bare hørt piskende trykkfortetninger mot trommehinnen/basillarmembranen.