

Alternativ måte å beregne/betrakte Morlet-wavelets i FYS2130

En Morlet wavelet kan angis på en ganske rett fram måte, slik:

$$\Psi = C1 * \exp(i * \omega_{\text{analyse}} * (t-t')) * \exp(- (\omega_{\text{analyse}} * (t-t')) / (2 * K))^2$$

$$\text{hvor } C1 = (\pi)^{0.25} * \text{sqrt}((\omega_{\text{analyse}} / (f_{\text{sampl}} * K)))$$

ω_{analyse} er vinkelfrekvensen som vi vil analysere for i et eller annet signal,

K er en reell konstant som karakteriserer waveleten (svarer til w i læreboka). Vanligvis bør K være 6 eller større, og angir omtrentlig antall bølgelengder innenfor den gaussiske omhyllingskurven i waveleten.

$(t-t')$ antyder at Ψ kan beregnes slik at waveletens maksimum ligger på et hvilket som helst valgt tidspunkt t' innenfor det tidsvinduet vi beskriver.

Merk at Ψ er kompleks siden det inngår uttrykk av typen $e^{(i \omega t)}$.

Vær sikker på at du gjennomskuer hvordan waveleten dannes, nemlig som en gaussisk konvoluttering av en kompleks harmonisk funksjon.

Merk at uttrykket for Ψ i utgangspunktet er helt generelt, men så snart vi skal implementere uttrykket i en datamaskin, må vi velge en basis samplingsfrekvens, f_{sampl} , og denne kommer inn i normeringskonstanten $C1$.

Så snart vi skal gjøre en analyse i praksis, har vi et signal samplet med en samplingsfrekvens f_{sampl} i N punkter alt i alt. Da er den totale tiden samplingen foregikk lik:

$$T = N / f_{\text{sampl}}$$

Vi velger å beskrive Morlet waveleten ved hjelp av en array med samme samplingsfrekvens og med samme lengde på arrayen som det eksperimentelle signalet. Vi kommer tilbake til uttrykket for selve waveletanalysen av det eksperimentelle signalet.

OPPGAVE 13.7 og 8, justert etter notasjonen ovenfor:

13.7 Beregn Morlet waveleter i et tilfelle der vi ønsker å analysere en datafil med 2048 punkter samplet med samplingsfrekvensen 1000 Hz. Anta at vi ønsker å analysere 50 Hz innholdet i det aktuelle signalet, og at vi gjerne vil prøve tre ulike waveleter: $K=6, 12$ og 24 . La gjerne tiden være symmetrisk omkring null med waveletens maksimum nettopp i $t=0$. Plot waveletene (få med både realdel og imaginærdel).

13.8 a) Fourieromvend den komplekse Morlet-waveleten, og betrakt resultatet i HELE frekvensintervallet (inkludert foldingsområdet). Forsøk så å fourieromvende for eksempel realdelen av Morlet-waveleten, og betrakt igjen resultatet. Gjør samme analyse av den kompleks konjugerte av den komplekse Morlet-waveleten.

b) Bestem omtrentlig bredden for Morlet-waveleten i tidsbildet for $K = 6$, og bestem også bredden for absoluttverdien av den fourieromvendte av waveleten (dvs bredden i frekvensbildet). Gjennomfør det samme for $K=12$ og $K=24$. Finner du noe lovmessighet i resultatene?

c) Gjennomfør punkt b) også når du velger analysefrekvensen 100 Hz og 200 Hz i Morlet-waveleten du starter ut med. Ser du noen sammenhenger mellom bredder i tids- og frekvensbildet når både analysefrekvensen og K varieres?