

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS 2130 Svingninger og bølger.

Eksamensdag: 4. juni 2009.

Tid for eksamen: Kl 14:30 - 17:30.

Oppgavesettet er på 5 sider.

Vedlegg: Ingen (men Maxwells ligninger er gitt på siste side).

Tillatte hjelpemidler: Øgrim/Angell og Lian: Størrelser og enheter i fysikken.

Rottman: Matematisk formelsamling.

En A4-side med egne notater.

Elektronisk kalkulator av godkjent type (uten lagret tekst)

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

*MERK: For å få full uttelling på besvarelsen, må tankegangen din og forutsetninger du gjør komme klart fram. Dette gjelder alle spørsmål, også når det ikke er spesifisert. Vi gjør oppmerksom på at noen oppgaver kan inneholde villedende (unødvendige) opplysninger og/eller "lurespørsmål".*

### Oppgave 1 (3 poeng oppnåelig for hvert spørsmål a-i, 5 oppnåelig for j og k, totalt 37 poeng)

*a*

En harmonisk svingning kan beskrives matematisk på flere måter. Her er tre eksempler:

$$y(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$y(t) = \Re(Ce^{i\omega t}) \quad (2)$$

$$y(t) = \Re(De^{i\omega t}) \quad (3)$$

Hvor  $A$ ,  $B$  og  $C$  er reelle tall, og  $D$  er et komplekst tall. Hvilke av disse beskrivelsene må anses som identiske? Hva ligger forskjellen i for den beskrivelsen som er litt forskjellig fra de to andre?

*b*

Når lyd går fra luft til vann, hvilken av følgende størrelser holder seg konstant: Bølgelengde, bølgehastighet, frekvens, utslag (i posisjon) for molekylene som bringer lyden videre?

*c*

Kan vi få en stående bølge dersom vi adderer to bølger som beveger seg i motsatt retning av hverandre, men der den ene har en større amplitude enn den andre, men samme frekvens? Kan vi få en stående bølge dersom vi adderer to bølger som beveger seg i motsatt retning av hverandre, men der den ene har en større frekvens enn den andre, men samme amplitude?

*d*

Går det an å si som så: Å legge til  $X$  dB i lyden svarer til å multiplisere intensiteten til den opprinnelige lydbølgen med et bestemt faktor?

*e*

Ved en orgelkonsert merket en lytter seg at etter at organisten hadde avsluttet spillingen, tok det likevel noen få sekunder før lyden forsvant helt. Hva er grunnen til at lyden gradvis går mot null? Og hvor blir det av den energien som var i den opprinnelige lyden?

*f*

Anta at vi står stille et sted og hører en fabrikkpipe varsle at arbeidsdagen er slutt. Fabrikkpipen lager lyd med frekvensen 800 Hz. Det blåser nokså friskt fra fabrikkpipa mot oss, nærmere bestemt 10 m/s. Hvilken frekvens på lyden vil vi oppfatte? (Lydhastigheten i luft er 340 m/s.)

*g*

Du sender en laserstråle mot en glassplate. Kan du oppnå totalrefleksjon? Forklar.

*h*

Hvordan kan du avgjøre om solbriller er av polaroid-typen eller ikke?

*i*

Forandrer fokallengden (brennvidden) seg når et sfærisk konkavt speil senkes ned i vann?

*j*

Anta at du har to briller, en med linsestyrke +1.5 dioptré på begge glass og en med linsestyrke +2.5 dioptré på begge glass. Du finner bare et av brillene og får lyst til å sjekke om dette var de med sterkest eller svakest linsestyrke. Kan du gi en kvantitativ prosedyre på hvordan du kan bestemme om linsestyrken på de brillene du fant er +1.5 eller +2.5 dioptré?

*k*

I en stereohøytaler brukes gjerne en basshøytaler med relativt stor diameter men en diskant høytaler som er bare noen få cm i diameter. Forsøk å gi en forklaring på dette valget ut fra det du vet om diffraksjon. Bruk gjerne et par enkle talleksempler.

## Oppgave 2

(8 poeng oppnåelig for spørsmål a, 4 oppnåelig for hvert av b-g, totalt 32 poeng)

Vi sender en bølge langs en (stram) streng. Med visse antakelser kan man vise at et utslag  $y(x, t)$  bort fra likevektsposisjonen følger bølgeligningen

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (4)$$

hvor  $F$  er strammingen i strengen og  $\mu$  er masse per lengde.

*a* Utled bølgeligningen (den som er gitt i ligning 4) for dette systemet ut fra enklere lovmessigheter. Påpek hvilke antakelser du gjør.

*b* Angi en generell løsning av denne bølgeligningen.

*c* Hvordan må initialbetingelsene gis for at løsningen skal være fullstendig bestemt?

*d* Kan bølgeligningen ovenfor også brukes for å beskrive bølgene vi får langs en gitarstreng? Forklar.

*e* I musikken er en oktav karakterisert ved at frekvensen f.eks. til en høy C er dobbelt så høy som frekvensen til en C en oktav lavere. Dersom man har en korrekt stemt gitar,

og man vil leke seg med å stramme en streng slik at den kommer en oktav høyere enn den normalt skal være. Hvor mye mer stramming må da til? [Er dette en selskapslek man kan anbefale?]

*f* Stående bølger på en gitarstreng kan anses som en superposisjon av to bølger. Vi bruker superposisjonsprinsippet “på amplitudenivå” i stedet for “på intensitetsnivå”. Forklar hvorfor.

*g* Anta at antakelsene vi gjorde for å komme fram til bølgeligningen ovenfor ikke er tilfredsstillende. Angi en mulig følge dette kan ha for løsningen av (den modifiserte) bølgeligningne sammenlignet med den opprinnelige generelle løsningen du ga i punkt b) ovenfor.

### Oppgave 3 (7 poeng oppnåelig for hvert spørsmål a, d og f, 4 oppnåelig for b, c og e, totalt 33 poeng)

*a* Anta at du har et teleobjektiv for et kamera som bare består av én bikonvekks linse med brennvidde 300 mm. Hvilken avstand må linsen ha fra bildebrikken/filmen dersom man skal ta et bilde av et fjernt motiv? Hvilken avstand må linsen ha fra bildebrikken/filmen dersom man skal ta bilde av et motiv 1.2 m unna. Du skulle egentlig ønske å bruke samme teleobjektivet for å ta et bilde av blomster 50 cm fra objektivet, men det lar seg ikke gjøre med dette teleobjektivet. Hva kan grunnen være?

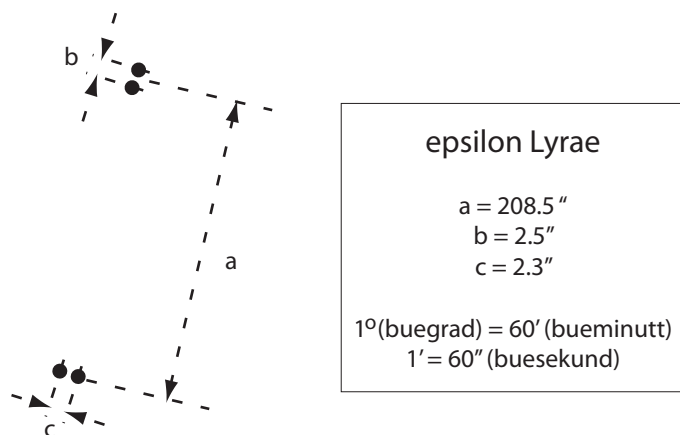
*b* Linsen har en diameter på 50 mm. Hvilke blendertall kan da i prinsippet oppnås (ikke trekk inn unødvendige komplikasjoner)?

*c* Du får høre av en venn at du kan lage en kikkert av teleobjektivet. Du får tak i en bikonkav linse med brennvidde 50 mm og en bikonvekks linse med samme brennvidde. Du lager et egnet kamerarør som passer for telelinsen i den ene enden og den bikonkave linsen i den andre, og et tilsvarende rør som kan brukes for teleobjektivet og den bikonvekse linsen. Hvilken avstand bør det være mellom objektivet og okularet i de to variantene av kikkert, forutsatt at kikkerten må kunne brukes på objekter fra ca 5 meter til uendelig?

*d* Tegn strekdiagram som indikerer strålegangen for hver av de to kikkertene når motivet er meget langt borte. Bestem forstørrelsen.

*e* Etter å ha prøvd begge varianter av kikkert, er det en av de to variantene du foretrekker. Angi et par mulige grunner som kan ha påvirket valget.

*f* “Stjernen” epsilon Lyrae er en dobbeltstjerne der hver av komponentene igjen er dobbeltstjerner. Vinkelavstanden mellom stjernene er som angitt i figuren neste side. Vil du se én, to, tre eller fire stjerner dersom du retter kikkerten mot epsilon Lyrae på en kveld med rolig og klar luft? [Ikke ta hensyn til øyets endelige oppløsningsevne, bare kikkertens.]



Figur 1: Avstander (vinkelaustander) mellom de fire stjernene som vi med det blotte øyet oppfatter som én stjerne: epsilon Lyrae.

**Oppgave 4** (7 poeng oppnåelig for hvert spørsmål a og d, 4 oppnåelig for b, c, e, f og g, totalt 34 poeng)

Elektrisk felt i en elektromagnetiske bølge i vakuum er løsninger av bølge ligningen

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} \quad (5)$$

hvor  $E$  er elektrisk felt,  $\epsilon_0$  er tomromspermittiviteten og  $\mu_0$  er magnetisk permeabilitet i vakuum.

a En mulig løsning er en såkalt “plan elektromagnetisk bølge”. Beskriv en slik bølge, gjerne både matematisk og i en skisse, sammen med en tekst med utfyllende kommentarer.

b En vanlig plan elektromagnetisk bølge kan ikke forplante seg gjennom en bølgeleder med rektangulært tverrsnitt uten særlig tap. Hvorfor duger ikke plan-bølge-løsningen, til tross for at vi har luft (som elektisk sett er temmelig lik vakuum) inni bølgelederen?

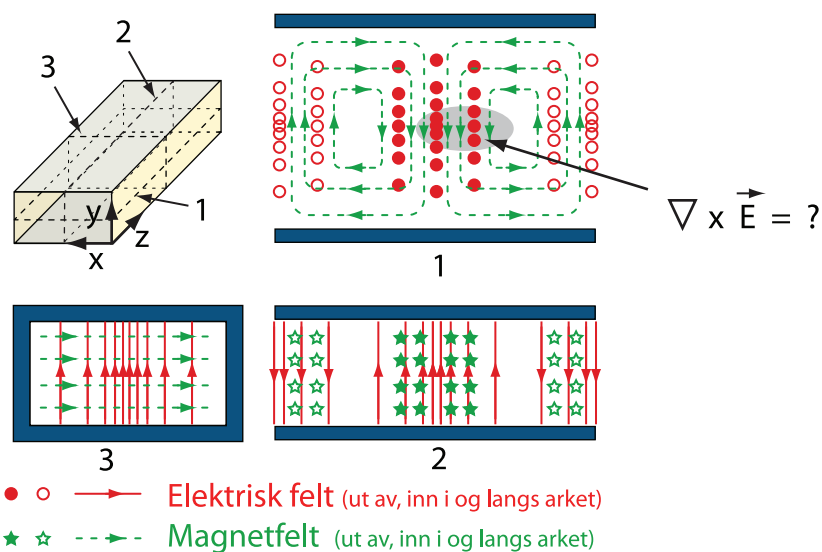
c Figuren neste side angir elektrisk og magnetisk felt for én gyldig løsning av bølge ligningen for en konkret bølgeleder. Påpek en detalj som gjør at denne løsningen tilfredsstill Maxwell's ligninger, i motsetning til en plan elektromagnetisk bølge.

d I figuren er det merket av et lite volum. Forsøk å bestemme hvorvidt vi har en elektrisk rotasjon i det aktuelle området eller ikke. I tilfelle det er en rotasjon forskjellig fra null, hvilken retning har den?

e Bruk Maxwell's ligninger for å bestemme hvilken retning bølgen beveger seg i bølgelederen. Sjekk om resultatet stemmer overens med Poyntings vektor.

f Bølgeledere brukes ofte for å overføre mikrobølger (elektromagnetiske bølger) i frekvensområdet 2 - 60 GHz, og sjeldent for andre frekvenser. Hva kan grunnen til dette være?

g Bølgeledere brukes ofte for å overføre store effekter. Hvilket fenomen kan sette en begrensning på hvor stor effekt som kan overføres?



Figur 2: Skisse som viser elektrisk og magnetisk felt i en rektangulær bølgeleder med såkalt TE<sub>01</sub> bølge. I oppgave d) skal du forsøke å finne rotasjonen til elektrisk felt i det markerte området.

### Maxwells ligninger på integral- og differentiell form.

Vedlegg til eksamensoppgavene i tilfelle du har bruk for dem i siste oppgave.

Maxwells ligninger på integralform (symboler antas kjent):

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{innenfor} \quad (6)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (7)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\left(\frac{d\Phi_B}{dt}\right)_{innenfor} \quad (8)$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = (i_c + \left(\frac{d\Phi_D}{dt}\right))_{innenfor} \quad (9)$$

Maxwells ligninger på differentiell form (symboler antas kjent):

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (11)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (12)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (13)$$