

## Løsningsforslag. Midtermineksamen FYS 2130. 29. april 2004

### Oppgave 1

a) Systemets naturlige svingefrekvens er  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{60 \text{ N/m}}{2.0 \text{ kg}}} = \underline{\underline{0.87 \text{ Hz}}}$

b) Vi antar at den dempende kraften,  $F_d$  er proporsjonal med hastigheten,  $v$ :  $F_d = b \cdot v$   
der  $b$  er en konstant.  $b = \frac{F_d}{v}$

Med demping blir frekvensen redusert og er:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{F_d/v}{2m}\right)^2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{60}{2.0} - \left(\frac{9/0.6}{2 \cdot 2.0}\right)^2} \text{ Hz} = \underline{\underline{0.64 \text{ Hz}}}$$

c) Når systemet er dempet kan amplituden ved tiden  $t$  skrives som:  $A(t) = A_0 \cdot e^{-b \cdot t / 2m}$   
der  $A_0$  er den opprinnelige amplituden ved  $t = 0$ . Vi kan fra dette skrive:

$$t = -\frac{2 \cdot m}{b} \ln \left[ \frac{A(t)}{A_0} \right] = -\frac{2 \cdot 2.0}{9/0.6} \ln(0.05) \text{ s} = \underline{\underline{0.80 \text{ s}}}$$

### Oppgave 2

a) Den midlere intensiteten i avstand  $r = 1 \text{ m}$  fra kilden er:

$$\langle I \rangle = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{100 \text{ W}}{4\pi \cdot 1 \text{ m}^2} = \underline{\underline{7.96 \text{ W/m}^2}}$$

b) Den tidsavhengige intensiteten  $I(t)$  kan skrives som  $I(t) = \frac{1}{\mu_0} \cdot E \cdot B$  der  $E$  er den

elektriske feltstyrken og  $B$  er magnetfeltet. Siden  $B = E/c$  (vakuum) er  $I(t) = \frac{1}{\mu_0 c} \cdot E^2$

Hvis amplituden av  $E$ -feltet er  $E_0$  er tidsmiddelet  $\langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} E_0^2$ . Da er

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} \cdot E_0^2, \text{ som gir } E_0 = \sqrt{2\mu_0 c \langle I \rangle} = \sqrt{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 7.96 \text{ W/m}} = \underline{\underline{77.5 \text{ V/m}}}$$

c) Brytningsindeksen for luft er 1.0. Innfallsvinkelen er  $\theta_1 = 60^\circ$ . Fra Snells lov finnes brytningsvinkelen  $\theta_2$ :  $\sin \theta_1 = n \cdot \sin \theta_2$  som gir  $\theta_2 = 30^\circ$ . Da er  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$  og er *Brewstervinkelen*. Siden **B**-feltet til den innfallende strålingen er parallell med grenseflaten er **E**-feltet parallellt med innfallsplanet (siden  $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$ ). Når dette er oppfylt får vi ingen reflektert bølge og følgelig er E-feltamplituden til den reflekterte bølgen 0 V/m.

### Oppgave 3

a) Vi har et konvekst sfæriske speil og krumningsradien er  $R = -20$  cm (negativt fortegn!). Vi finner uttrykk for bildeavstanden  $s'$  fra speilformelen:

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$ . Multiplikasjon med  $s'$  og bruk av uttrykket for forstørrelsen  $m = -\frac{s'}{s}$  gir

$s' = f(1 - m)$ . Avstanden mellom bildet og objektet er

$$s - s' = -\frac{s'}{m} - s' = -s'(\frac{1}{m} + 1) = -f(1 - m)(\frac{1}{m} + 1) = -\frac{R}{2}(1 - m)(\frac{1}{m} + 1) = \underline{\underline{37.5 \text{ cm}}}$$

b) Linsemakerformelen er  $\frac{1}{f} = (n_2 - n_1) \cdot (\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b})$ .

Hvis linseflaten med krumningsradius  $R_b$  er plan kan vi sette  $R_b = \infty$ . Luft har brytningsindeks  $n_1 = 1$ . Med  $R_a = R$  kan linsemakerformelen skrives som

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \cdot \frac{1}{R}$$

Hvis lysstrålene fra lyskilden skal komme ut parallelle etter å ha passert linsen må lyskilden være plassert i fokuspunktet slik at objektavstanden  $= f$ . Krumningsradien til den krumme linsflaten er

$$R = f(n_2 - 1) = 0.20 \cdot (1.33 - 1) \text{ m} = \underline{\underline{1.65 \text{ m}}}$$

c) Personen skal med kontaktlinser se et objekt i avstand  $s = 0.30$  m skarpt. Objektet skal avbildes i avstanden  $s' = -1.0$  m. (Bildeavstanden er negativ fordi bildet er virtuelt.) Fra

linseformelen  $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$  får vi

$$f = \frac{s \cdot s'}{s + s'} = \frac{0.30 \cdot (-1.0)}{0.30 - 1.0} \text{ m} = \underline{\underline{0.43 \text{ m}}}$$

### Oppgave 4

a) Den harmoniske bølgen kan skrives på formen

$$y = y_0 \sin(kx + \omega t + \varphi) \text{ der } \varphi \text{ er en fasevinkel. For } x = x_1 \text{ skal}$$

$$y_0 \sin(kx_1 + \omega t + \varphi) = y_0 \sin(a + \omega t)$$

og da er

$$kx_1 + \omega t + \varphi = a + \omega t$$

Når  $x_1 = 0$  er  $a = 0$  og dette gir  $\varphi = 0$ . Da er  $a = kx_1$ .

For  $x_1 = 2.0$  m er  $a = 2$ :

$$k = \frac{a}{x_1} = \frac{3}{2} m^{-1} \text{ og bølgelengden blir } \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{4\pi}{3} m = \underline{\underline{4.2 m}}$$

b) Vi kan bestemme strekket i strengen,  $S$ , fra uttrykket for fasehastigheten:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

Fasehastigheten  $v = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$  som settes inn i uttrykket over

$$\lambda \frac{\omega}{2\pi} = \sqrt{\frac{S}{\mu}} \text{ som gir}$$

$$S = \frac{\mu \lambda^2 \omega^2}{4\pi^2} = \underline{\underline{1.3 N}}$$

c) Hvert punkt på strengen har kun vertikalhastighet:

$$u = \frac{dy}{dt} = y_0 \omega \cos(kx + \omega t)$$

For  $x=0$  og  $t=0$  er  $u = y_0 \omega = \underline{\underline{0.40 m/s}}$