

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

PRØVEeksamen i: FYS 2130 Svingninger og bølger.

PRØVEeksamensdag: Ingen spesiell.

Tid for PRØVEeksamen: Ingen spesiell.

Oppgavesettet er på 4 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Øgrim/Angell og Lian: Størrelser og enheter i fysikken.

Rottman: Matematisk formelsamling.

Ett A4-ark med egne notater.

Elektronisk kalkulator av godkjent type (uten lagret tekst)

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

MERK: For å få full uttelling på besvarelsen, må tankegangen din og forutsetninger du gjør komme klart fram. Dette gjelder alle spørsmål, også når det ikke er spesifisert. Vi gjør oppmerksom på at noen oppgaver kan inneholde villedende (unødvendige) opplysninger og/eller "lurespørsmål".

Oppgave 1 (7 x 4 = 28 poeng oppnåelig av totalt 85 poeng)

a

Kan vi lage en stående bølge ved å superponere to bølger, en som beveger seg i en retning, og en som beveger seg i motsatt retning, dersom frekvensen er den samme, men amplituden er forskjellig for de to bølgene? Er det mulig å få til stående bølger dersom frekvensen på de to bølgene er forskjellig, men amplitudene de samme?

b

Vi tar et bilde av månen gjennom et teleskop. Det er bare objektivet i teleskopet som brukes sammen med et digitalt speilreflekskamera der det vanlige objektivet er fjernet. Bildebrikken i digitalkameraet plasseres i bildeplanet fra teleskopets objektiv. Teleskopets objektiv har en brennvidde på 810 mm og diameter på 90 mm. Den aktive delen av bildebrikken i digitalkameraet har størrelsen 23.6 mm x 15.8 mm. Månen har en synsvinkel på en halv grad. Hvor stor blir månen på det endelige bildet (relativt til hele bildestørrelsen)?

c

En uni-mode optisk fiber (ikke bry deg om navnet dersom du ikke husker hva vi mener med dette) består av en sylinderformet glasskjerne med diameter $10 \mu\text{m}$ omgitt av en mantel laget av en annen glasstype med brytningsindeks som er 1 prosent forskjellig fra den som finnes i den midtre kjernen. Hvilke krav må vi stille til en lysbunt vi sender inn fra luft mot starten av denne optiske fiberen for at så lite lys som mulig skal gå tapt ved overgang fra lys i luft og lys i fiber?

d

En lydkilde og en lytter står i ro, men det blåser en betydelig vind (ca $1/20$ av lydhastigheten i stille luft) fra lydkilden mot lytteren. Vil lytteren oppleve en Doppler-effekt? Hvis du svarer ja, hvor stor er effekten? Hvis du svarer nei, hvorfor mener du det ikke er noe Doppler-effekt?

e

Anta at du finner ett sirkulært polarisasjonsfilter hjemme, men ikke aner hvilken retning polarisert lys må ha for å slippe gjennom. Har du et forslag til hvordan du kan finne ut nettopp dette?

f

I et diffraksjonseksperiment der en bølge passerer en spalt observeres ikke noe minima ved siden av toppen for intensiteten. Hva kan grunnen være?

g

Hvorfor kan ikke plane elektromagnetiske bølger forplante seg gjennom en hul rektangulær metallisk bølgeleder?

Oppgave 2 (7 x 3 = 21 poeng oppnåelig av totalt 85 poeng)

Et 8.0 m høyt tre er plassert i en avstand 20 m fra en bikonveks linse ("buler ut" på begge sider) med diameter 6.0 cm og brennvidde på 70 mm. Vi setter inn en hvit skjerm etter linsen og fører skjermen fram og tilbake inntil vi får et klart bilde av treet på skjermen.

a Hvilken avstand er det da mellom linsen og skjermen?

b Hvor høyt er bildet av treet på skjermen?

Vi har i tillegg til denne linsen også en annen linse, med diameter 1.0 cm og brennvidde 10 mm. Vi ønsker å lage en kikkert av disse to linsene.

c Hvordan ville du plassere de to linsene i forhold til hverandre dersom du skulle kikke på månen (eller et annet fjernt objekt) gjennom kikkerten?

d Hvilken avstand måtte det være mellom linsene dersom du skulle få et klart bilde av treet 20 m unna?

e Hvor stor er "forstørrelsen" til denne kikkerten?

f Hvor stor (omtrentlig) er synsvinkelen man får når man titter gjennom kikkerten?

g Hvor nær hverandre kan to stjerner i en dobbeltstjerne stå i forhold til hverandre og likevel (såvidt) bli oppløst som *to* stjerner når du betrakter dem gjennom kikkerten? (Merk: Dersom du ikke husker det aktuelle uttrykket du kunne ha bruk for i denne deloppgaven, kan du resonnerer deg fram til et omtrentlig uttrykk og anvende det.)

Oppgave 3 (5 x 4 = 20 poeng oppnåelig av totalt 85 poeng)

En bølgeligning ser ut som følger:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (1)$$

a Hvordan ser en generell løsning av denne ligningen ut?

Maxwells ligninger på differentiell form ser ut som følger (symbolene regnes som kjent):

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

b Vis hvordan vi kan komme fram til bølgeligningen for elektromagnetiske bølger i vakum ved å ta utgangspunkt i Maxwells ligninger. Hint: For et vilkårlig vektorfelt \mathbf{A} gjelder generelt følgende relasjon:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (2)$$

c Si litt om mulige løsninger av denne bølgeligningen for vakum. [Behøver ikke å utlede et matematisk uttrykk for noe løsning.]

d Skisser kort hvilke endringer det blir i utledningen ovenfor dersom vi sender en elektromagnetisk bølge fra luft inn mot et elektrisk ledende materiale med konduktivitet lik σ . (Merk: Du behøver *ikke* gjennomføre utledningen i detalj.)

Under visse forutsetninger vil de elektriske bølgene avta eksponentielt når de går innover i metallet. Vi angir ofte *skinndybden* δ i denne sammenheng, og et uttrykk for skinndybden er:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$$

hvor μ er den magnetiske permeabiliteten, σ er den elektriske konduktiviteten og ω er vinkelfrekvensen for bølgene.

e Beregn hvor stor dempning det blir for et signal fra en basestasjon mot en mobiltelefon inne i et (laste)fly med aluminiumsvegger med tykkelse 3.0 mm. Konduktiviteten til aluminium er $3.7 \cdot 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ og vi antar at mobiltelefonkommunikasjonen foregår ved 900 MHz. [Den magnetiske permeabiliteten i vakum μ_0 er $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$.]

f Ville resultatet kunne bli annerledes dersom mobiltelefonen var inne i et passasjerfly? Forklar.

Oppgave 4 (4 x 4 = 16 poeng oppnåelig av totalt 85 poeng)

a Når vi skal beregne diffraksjons- og interferens-fenomener, bruker vi oftest Huygens prinsipp (eventuelt Fresnels prinsipp). Hva er essensen i dette prinsippet? (Det vil si: Forklar hva prinsippet sier.)

b Skisser hvordan man kan bruke superposisjonsprinsippet for å legge sammen bidrag fra ett bitte lite område 1 i lysveien med bidraget fra et annet bitte lite område 2 i lysveien til et totalt diffraksjonsmønster på en skjerm.

c Er det noen begrensning på hvor tett eller hvor langt fra hverandre to punkter av den typen nevnt i forrige delspørsmål må ligge? (Med andre ord: Kan man velge fritt hvor store hvert av det vi har kalt “bitte lite område” bør være dersom man skal gjøre numeriske beregninger av diffraksjonsfenomener?)

d Vi ønsker å utforske ved “numeriske eksperiment” hvordan koherens påvirker diffraksjons- og interferens-forløp. Kan du foreslå hvordan man kunne modellere koherens i numeriske simuleringer?