

Litt om beregning av faser i oblig 2

I oppgave 3d blir det uheldigvis ganske komplisert dersom vi skal bruke matematikk alene for å bestemme faseforskjellen mellom påtrykt spenning og strøm. Dette er for så vidt en nyttig problemstilling å bryne seg på, siden den dukker opp her og der både i kurset vårt og andre deler av fysikk. Likevel føler jeg at problemet tok for stor oppmerksomhet på regneverkstedet i dag.

Poenget er at når vi bruker ligning (2.3) får vi ikke bestemt vinkelen ϕ entydig siden arctan-funksjonen har periodisitet på 180 grader og ikke 360 grader. Verdien vi beregner ut fra denne formelen kan derfor være 180 grader feil.

Det er også andre detaljer knyttet til at ligning (2.3) egentlig ikke kan brukes eksakt ved faseresonans siden det gir null i nevneren. Vi må derfor nærme oss faseresonans fra nedsiden eller oversiden mhp frekvens, og det krever ekstra argumentasjon.

Dersom vi er litt mindre stringente, kan vi slå fast at brøken i ligning (2.3) går mot pluss eller minus uendelig like i nærheten av faseresonans. Vinkelen ϕ må da være nær pluss eller minus 90 grader. Problemet er imidlertid om vi skal bruke pluss 90 grader eller minus 90 grader!

Her kan vi med litt omfattende regning vise at ϕ skal være minus 90 grader, men det tar tid å vise dette.

Et annet alternativ er å vurdere hvilken løsning som gir mening fysisk sett.

Siden det igjen er 90 graders faseforskjell mellom ladning (som er det analogien til ligning (2.3) gir oss) og strøm (og strømmen vil være + 90 grader i forhold til ladningen), betyr det at enten vil strøm og spenning være i fase, eller i motfase. Siden vi har resonans, gir spenningskilden energi til serie-RCL-kretsen. Dersom strøm og spenning er i fase, vil spenningskilden gi mest energi til kretsen. Hadde de vært i motfase, ville vi tvert om tappet systemet for energi, og svingningene ville dø ut raskt.

Dette er helt analogt til at vi for fjærpendelen fant at kraft og hastighet var i fase med hverandre ved faseresonans. Hadde de vært i motfase, ville svingningene dø ut. Hadde det vært pluss eller minus 90 graders forskjell mellom kraft og hastighet (eller mellom spenning og strøm), ville gjennomsnittsennergien vi tilførte systemet vært null.

Jeg skal skrive en detaljert utledning av hvordan fasen kan bestemmes rent matematisk og legge ut skrevet på web i løpet av en ukes tid eller så. Dersom dere leser utledningen når den kommer, vil dere få med dere hvordan matematikken kan håndteres, både når vi nærmer oss faseresonans fra nedenfra eller ovenfra mhp frekvens.

I oblig-sammenheng foreslår jeg at de som ikke allerede har svart på denne oppgaven, bruker en løs argumentasjon basert på fysikk (slik jeg har antydnet ovenfor). Så får dere sjekke opp de matematiske detaljene når de kommer på websidene våre. Det kreves ikke en omfattende matematisk utledning for å få godkjent obligen!

Kurland, 30. januar 2013.

Arnt Inge