

Kapittel 6

Lyd



Fire typer bølger preger vår hverdag: Bølger på en streng, lydbølger, elektromagnetiske bølger og bølger på vann. Det er store forskjeller mellom disse bølgetypene, men likevel har de selvfølgelig også mye til felles.

I dette kapitlet vies lydbølger størst oppmerksomhet. Blant annet gjennomgås noen karakteristiske trekk for musikkinstrumenter og toneskalaen. Aller først diskuteres imidlertid generell refleksjon av bølger som fører til stående bølger, og sist i kapitlet beskrives dopplerskift og sjokkbølger.

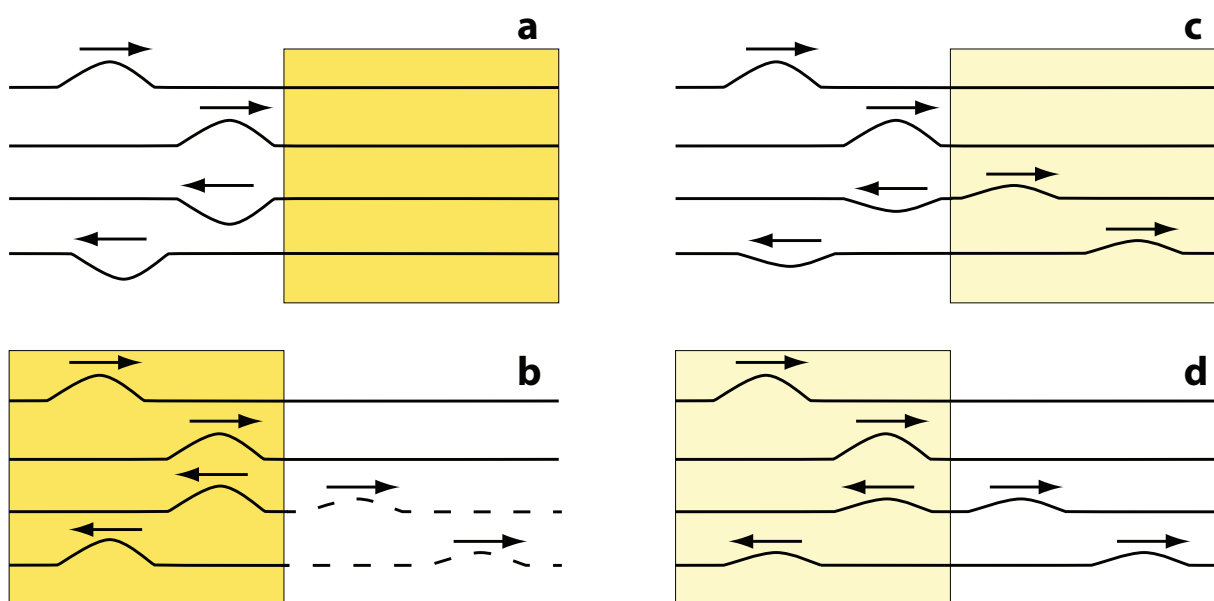
Lydintensiteter og decibelskalaen er også sentralt stoff i dette kapitlet. Her møter vi for første gang forskjellen mellom intensitet angitt i et rent fysiske mål (W/m^2 og dB(SPL)) og intensitet slik vi mennesker opplever den (dB(A) m.fl.).

Vi møter helt tilsvarende todeling når vi i et senere kapittel skal vurdere lysintensiteter.

Mye morsom fysikk ligger bak en god gitar! Båndene på halsen viser f.eks. at toneskalaen er basert på logaritmiske forholdstall .

6.1 Refleksjon av bølger

Lydbølger reflekteres av en betongvegg, lysbølger reflekteres av et speil, bølgene langs en gitarstreng reflekteres der strengen er festet i endene. Refleksjon av bølger er et tema vi møter gang på gang i boka i mange ulike situasjoner. Matematisk sett oppstår refleksjoner på grunn av såkalte “randbetingelser”. Som nevnt tidligere, kan en differensialligning for en bølgebevegelse se identisk ut i mange ulike sammenhenger, men likevel skiller løsningene seg drastisk fra hverandre fordi randbetingelsene er forskjellige. Det første, og antakelig det enkleste eksemplet på dette, er en bølgebevegelse langs en streng med endelig lengde, der fysiske forhold ved “randen” (enden på strengen) spiller en avgjørende rolle for bølgebevegelsen.



Figur 6.1: En transversal bølge når et grensesjikt mellom to medier. I a går bølgen fra et område med liten impedans (hvitt) til mye større impedans (gult). Bølgen er tegnet inn for fire etterfølgende tidspunkt. Bølgen blir fullstendig reflektert og utslaget får motsatt fortegn av den innkommende. I b reduseres impedansen i grensesjiktet (bølgen kommer fra et høyimpedansområde og møter et område med mye lav impedans). Refleksjon av energi er her bortimot fullstendig, men betrakter vi bare amplituder, er effekten mer beskjeden (indikert ved stiptet linje). I c og d har vi tegnet inn et tilfelle hvor amplituden i den reflekterte og transmitterte bølgen er like store.

Anta at vi har en streng festet til en massiv struktur i den ene enden. Vi gir en liten transversal “puls” i motsatt ende av strengen (se figur 6.1). Pulsen vil bevege seg langs strengen med hastigheten $\sqrt{\frac{S}{\mu}}$ hvor S er stramningen og μ er masse per lengde. Pulsens form opprettholdes.

Når pulsen kommer fram til den fastspente enden av snora, må nødvendigvis utslaget

i denne enden alltid være lik null. Det betyr at pulsen tett opp mot endepunktet vil bli sammenpresset og kraften på tvers av strengen vil øke betydelig. Når endepunktet ikke vil flytte på seg, virker kraften tilbake på strengen og skaper en misbalanse mellom utslag og “tvershastigheter” som gjør at bølgen rett og slett snur og vender bakover igjen langs strengen. Bølgen som går bakover vil imidlertid ha utslag til motsatt side enn den opprinnelig (innkommende) pulsen. Det går ikke noe energi tapt (i første tilnærming) siden tap i form av friksjon krever at friksjonskraften har virket over en viss vei, mens vi har antatt at endepunktet ligger helt fast.

En annen ytterlighet er at strengen ender fritt. Det kan f.eks. oppnås ved å holde i en streng i den ene enden og la den andre henge fritt nedover og ende i løse luften (ser bort fra luftmotstand). Dette er imidlertid ingen god modell siden strekket i strengen da ikke er definert. Det er bedre å ha en streng med stor masse per lengde som knyttes sammen med en streng med svært mye mindre masse per lengde, og utsetter hele strukturen for en temmelig veldefinert strekkraft.

Sendes nå en puls innover langs den strengebitten som har mest masse per lengde, vil pulsen bevege seg normalt helt til den når grensen mellom de to typer strenger. Kraften som virker fra den tykke til den tynne strengebitten, vil gi den tynne biten et betydelig større utslag enn om tykkelsen på strengen var den samme overalt. Det blir igjen et mismatch mellom utslag og hastighet, og resultatet i dette tilfellet er at vi får reflektert pulsen, men nå med utslag til samme side som den opprinnelige pulsen. I dette tilfellet vil imidlertid også en del av bølgen (og energien) gå videre langs den tynne strengen. Dersom masse per lengde er svært liten i den tynne delen sammenlignet med den tykke, vil nesten all energi reflekteres (tilfelle b i figur 6.1).

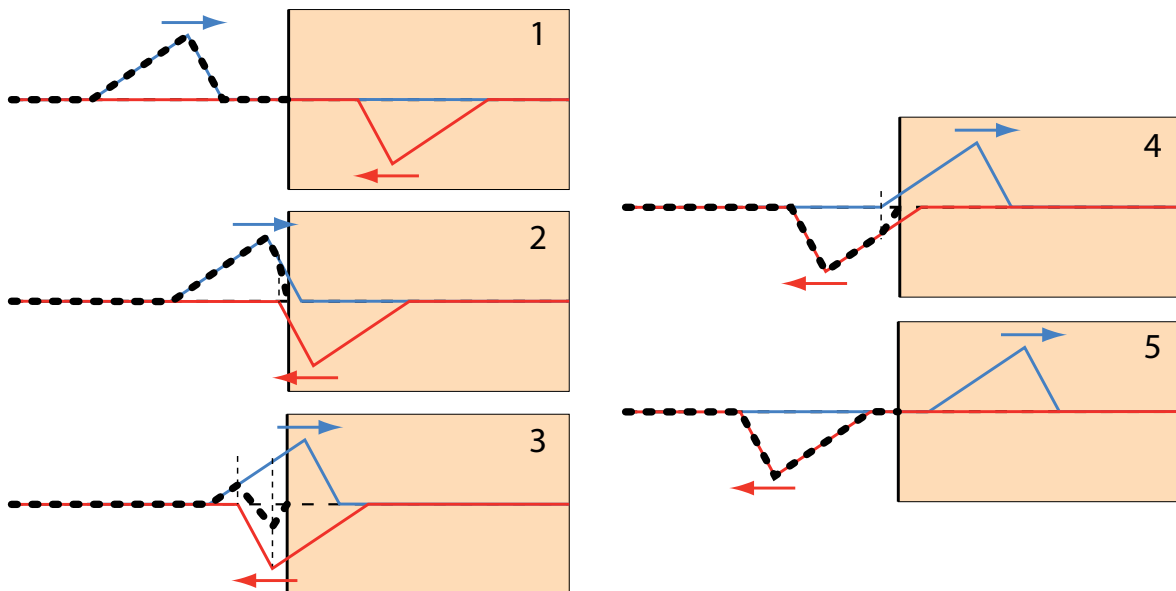
Betegnelsene “en massiv struktur”, og “en tynnere eller tykkere snor” (i betydning masse per lengde) er ikke presis ordbruk. Iblant er det lettere å bruke begrepet “akustisk impedans” i slike sammenhenger. Regelen er da:

Akustisk impedans defineres som akustisk trykk (lydtrykk) dividert med akustisk volumstrøm (nærmere detaljer i neste underkapittel).

Med utgangspunkt i denne ordbruken, kan reglene for refleksjon og transmisjon av bølger ved et grensesjikt angis slik:

Det kan vises både eksperimentelt og teoretisk at:

- Bølger som treffer et grensesjikt der impedansen til mediet *øker*, deler seg slik at den delen av bølgen som blir reflektert får utslag med motsatt fortegn av den innkommende. Den transmitterte bølgen får utslag med samme fortegn som den innkommende på hver sin side av grensesjiktet.
- For bølger som treffer et grensesjikt der impedansen til mediet *minsker*, vil den reflekterte bølgen ha utslag med samme fortegn som den innkommende. Den transmitterte bølgen har også utslag med samme fortegn som den innkommende.
- Hvor mye som reflekteres og transmitteres avhenger av relativ impedansendring i forhold til impedansen i mediet bølgen opprinnelig kommer fra. Er impedansendringen null, blir ingenting reflektert. Dersom forholdet mellom den største og minste impedansen er uendelig stor, vil all energi bli reflektert.



Figur 6.2: En metode for å konstruere tidsutviklingen til en bølgeform for en transversal bølge som reflekteres ved et grensesjikt mellom to medier. Se teksten for detaljer.

I figur 6.1 er bølgeformen med vilje ikke tegnet inn mens bølgen treffer grensesjiktet mellom de to mediene. Detaljert bølgeform kan finnes ved å bruke en fremgangsmåte som er skissert i figur 6.2. I figuren er det totalrefleksjon som illustreres. Korrekt bølgeform før grensesjiktet tegnes inn, og vi lar bølgen nærme seg grensesjiktet. En virtuell bølge identisk med den reelle, men speilvendt til denne om grensesjiktet, tegnes inn. Fortegnet på den virtuelle bølgen endres dersom totalrefleksjonen skjer mot et medium med svært stor impedans (f.eks. ved at en streng spennes fast til en massiv struktur). Formen på den virkelige bølgen under og etter refleksjon finnes ved å addere opprinnelig bølgeform med den virtuelle bølgen (summen er markert med tykk, stiplet linje i figuren). Etter hvert er det bare den virtuelle bølgen som befinner seg til venstre for grensesjiktet, og da følger den videre bølgeutviklingen bevegelsen til den virtuelle bølgen alene.

Denne modellen kan lett modifiseres for det tilfellet at bølgen når inn mot et medium med mye lavere impedans slik at det blir tilnærmet total refleksjon uten bytte av fortegn. Modellen kan også modifiseres for å kunne håndtere tilfeller der noe av bølgen blir reflektert og noe transmittert.

Vi kommer siden i boka tilbake til en langt mer detaljert beskrivelse av refleksjon og transmisjon for elektromagnetiske bølger som treffer et grensesjikt mellom to medier.

6.2 Akustisk impedans

Vi brukte ovenfor uttrykket akustisk impedans da vi diskuterte refleksjon av bølger ved overgangen fra et medium til et annet. La oss se litt nærmere på dette begrepet. Det er flere varianter av akustisk impedans.

“**Karakteristisk akustisk impedans**” Z_0 er definert som:

$$Z_0 = \rho c \quad (6.1)$$

hvor ρ er massetettheten til mediet (kg/m^3), og c er *lydhastigheten* (m/s) i dette mediet.

Z_0 er materialavhengig og måles i Ns/m^3 eller Pa s/m .

Den karakteristiske impedansen for luft ved romtemperatur er om lag 413 Pa s/m . For vann er den om lag $1.45 \cdot 10^6 \text{ Pa s/m}$, dvs. ca 3500 ganger større enn den karakteristiske impedansen til luft.

Forskjeller i karakteristisk akustisk impedans bestemmer hvor mye av en bølge som blir transmittert og reflektert når en “plan bølge” når et plant grensesjikt mellom to medier.

Den store forskjellen i karakteristisk akustisk impedans mellom luft og vann betyr at lyd i luft bare i liten grad vil transmitteres inn i vannet, og lyd i vann bare i liten grad vil trenge ut i lufta. Det meste av lyden vil reflekteres ved overflaten mellom luft og vann.

I forrige kapittel fant vi at lydhastigheten i luft eller vann var gitt med (bruker her c i stedet for v):

$$c = \sqrt{K/\rho}$$

hvor K er kompressibilitetsmodulen og ρ er massetettheten. Elliminerer vi ρ ved å bruke definisjonen av karakteristisk impedans i ligning (6.1), får vi:

$$Z_0 = K/c \quad (6.2)$$

Dersom vi husker definisjonen på kompressibilitetsmodulen fra forrige kapittel, får vi da:

$$Z_0 = \frac{-dp}{c \cdot dV/V}$$

Vi ser da (dersom vi legger godviljen til) at Z_0 blir stor dersom det må stort trykk til for å få en volumendring, som igjen er avhengig av hvor mye molekylene faktisk forflytter seg.

Dette har en viss analogi til impedans i elektromagnetismen. Der er impedansen Z til en krets/komponent er gitt ved

$$Z = V/I$$

hvor V er spenningen over kretsen og I er strømmen som spenningen fører til.

Det er en analogi mellom lydtrykk og spenning, og det er en analogi mellom volumendring (som skyldes netto forflytning av molekyler) og strøm.

For et spesifikt system, f.eks. et musikkinstrument, kan vi definere “**akustisk impedans**” slik:

$$Z = \frac{p}{vS} \quad (6.3)$$

hvor p er lydtrykket, v er partikkel-hastigheten (den som ligger på toppen av Brownske bevegelser), og S er tverrsnittet hvor lydtrykk og partikkelhastigheten gjelder (f.eks. ved munnstykket til en trompet).

Ved en slik formulering er det enda enklere å se analogien mellom vår akustiske impedans og impedans i elektromagnetismen. Det er derfor ikke så rart at definisjonen av akustisk impedans sammenlignes med Ohms lov, og at Z iblant kalles “lydmotstanden” eller “lydimpedansen”.

Akustisk impedans er ikke bare avhengig av materialet, men også av fysisk utforming. Størrelsen forteller hvor stort lydtrykk som genereres som følge av vibrasjon av molekyler i et akustisk medium ved en gitt frekvens og for en bestemt gjenstand eller geometri. Den akustiske impedansen Z er oftest betydelig mer frekvensavhengig enn den karakteristiske akustiske impedansen. Akustisk impedans er en svært nyttig størrelse innen akustikk, f.eks. når det skal regnes på hvor mye effekt som må til for å få et visst lydnivå f.eks. i en konsertsal.

Vil du lære mer om akustisk impedans, kan følgende artikkel kanskje være av interesse: “What is acoustic impedance and why is it important?” på <http://www.phys.unsw.edu.au/jw/z.html> (per. 17. feb. 2014).

6.2.1 Ultralydbilder

Fra ligningene (6.1) og (6.2) ser vi at karakteristisk akustisk impedans vil endre seg med massetetthet og kompressibilitetsmodulen. Nøyaktig sammenheng er ikke så lett å få med seg ut fra disse ligningene siden lyd hastigheten også avhenger av de samme størrelsene.

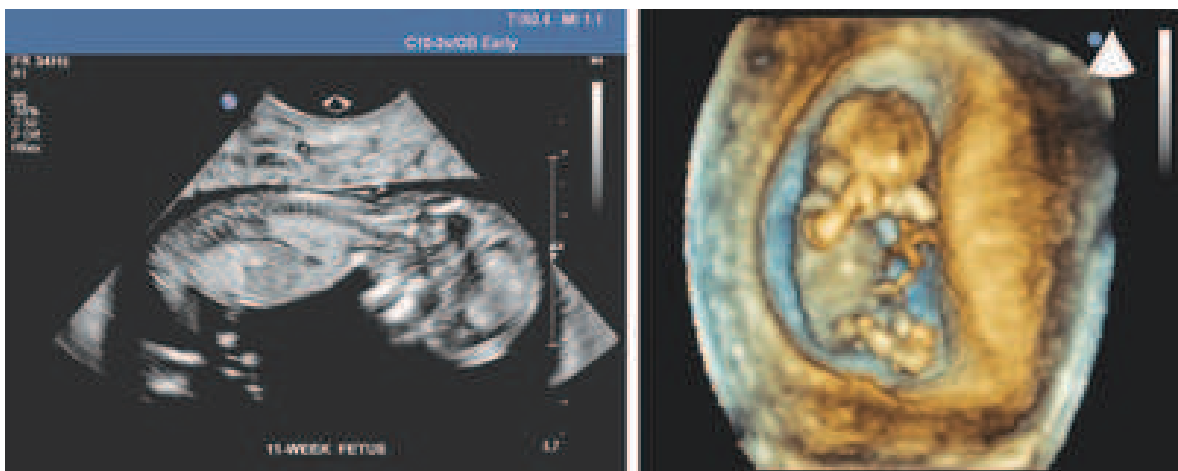
Uansett, det er forskjeller i karakteristisk akustisk impedans f.eks. mellom blod og hjertermuskel. Det er forskjell i karakteristisk akustisk impedans mellom et foster og fostervæsken. Dersom vi sender lyd inn mot kroppen, vil derfor litt av lyden bli reflektert fra

grenseflatene mellom blod og hjertemuskel, og mellom fostervæsken og fosteret. Det er imidlertid aller størst forskjell mellom karakteristisk akustisk impedans for luft og kropp. Skal vi derfor få lyd effektivt inn og effektivt ut av kroppen, må vi smøre på et geleaktig materiale mellom lydproben og kroppen ved ultralydundersøkelser. Dette materialet bør ha omtrent samme karakteristiske akustiske impedans som vevet lyden skal gå inn i.

Lyden vil etter refleksjon i grenseflater mellom ulike impedanser kunne oppfanges som et ekko, forutsatt at lydimpulsen vi startet ut med allerede er avsluttet før ekkoet kommer tilbake. Ved å analysere ekkoet som funksjon av tid, vil vi kunne bestemme avstander. Og dersom vi kan sende lyd i vel definerte retninger, vil vi også kunne danne bilder av det som er inne i kroppen.

Det er mye nydelig fysikk i utformingen av lydproben ved ultralydundersøkelser. Vi kan styre strålen i to retninger ved å bruke interferens fra mange uavhengige lydgivere på overflaten til lydproben på en aktiv måte. Styring av lydstrålen foretas ved å endre fasen til lyden på en systematisk måte for hver enkelt liten transducer på ultralydproben. Fokusering for å redusere diffraksjon kan også gjøres ved liknende triks. Vi kommer tilbake til dette i senere kapitler.

Figur 6.3 viser et par ultralydbilder av et foster.



Figur 6.3: *To ulike ultralydbilder av fostre. Til venstre er det et snittbilde (2D) av et 11 ukers gammelt foster. Til høyre er det et 3D bilde av et foster i første trimester. Bildene er gjengitt med velvillig tillatelse fra Vingmed.*

Det bør legges til at det er store likheter mellom ultralydundersøkelser f.eks. av fostre, og kartlegging av havbunnen ved oljeleting. I det siste tilfellet brukes gjerne en rekke lydgivere (og mikrofoner) langs en lang kabel som slepes langs bunnen. Ekko fra ulike lag med ulik akustisk impedans er utgangspunkt for å finne ut hvor man kan forvente olje og hvor det ikke er olje og hvor dypt oljen ligger.

Mange fysikere her i landet, utdannet ved NTNU, UiO eller andre steder, har vært med på å utvikle utstyr for ultralydundersøkelser og seismiske undersøkelser. Firmaet Vingmed har

vært verdensledende på utvikling av utstyr for ultralyddiagnostikk. På liknende måte har vi også vært helt i teten også ved seismiske undersøkelser. Det er mye morsom fysikk bak disse metodene, og det kommer nok til å dukke opp også andre anvendelser av disse prinsippene i årene som kommer. Kanskje *du* er en av dem som finner nye anvendelsesområder?

6.3 Stående bølger

Når en bølge vandrer langs en streng som er fast knyttet til en massiv gjenstand i enden, vil bølgen bli reflektert fra endepunktet og vandre tilbake langs strengen i motsatt retning og med motsatt amplitude som den innkommende bølgen. Dersom bølgene varer ved, vil innkommende og reflektert bølge addere seg til hverandre (superposisjonsprinsippet). La den innkommende bølgen være en harmonisk bølge beskrevet på følgende form:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t + kx)$$

for $x \geq 0$. Det vil si at bølgen kommer inn “fra høyre” (store x) og vandrer mot origo. I origo er punktet der strengen knyttes til en massiv gjenstand, som fører til en reflektert bølge gitt ved:

$$y_r(x, t) = -A \cos(\omega t - kx)$$

Vi har valgt å beskrive bølgene på den litt uvanlige måten for å sikre at amplituden i origo er nøyaktig motsatt av hverandre, slik at de to bidragene bestandig slokker hverandre ut i origo.

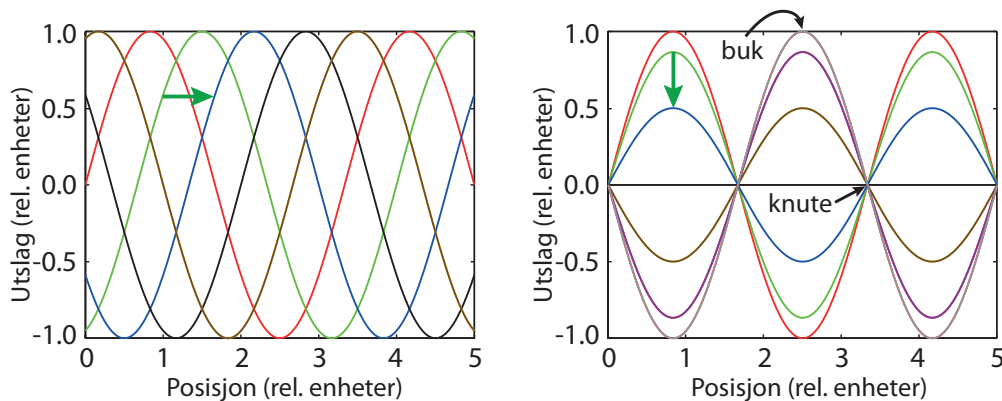
Totalt utslag er ifølge superposisjonsprinsippet summen av innkommende og reflektert bølge:

$$y_{sum} = A \cos(\omega t + kx) + (-A \cos(\omega t - kx))$$

for $x \geq 0$.

Fra ren matematikk vet vi at

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$



Figur 6.4: En vandrende (venstre) og en stående bølge (høyre) som funksjon av posisjon ved en rekke ulike tidspunkt. Grønn pil viser hvordan bølgen endrer seg fra ett tidspunkt (grønn kurve) til et etterfølgende tidspunkt (blå kurve).

Anvender vi denne relasjonen for vår sum av en innkommende og en totalreflektert bølge på en streng, følger:

$$y_{sum} = -2A \sin(kx) \sin(\omega t) \quad (6.4)$$

I dette uttrykket har vi tatt hensyn til relativ fase, slik at utslaget er konstant lik null i endepunktet der refleksjonen foregår (origo i vår beskrivelse).

Det viktige med ligning (6.4) er at koblingen mellom posisjon og tid er brutt. Maksimalt utslag i en viss posisjon oppnås for de *tidspunktene* der $\sin(\omega t) = \pm 1$, og tidspunktene har ikke noe med posisjon å gjøre. Tilsvarende er *posisjonene* der maksimalt utslag forekommer ene og alene bestemt av leddet $\sin(kx)$, som altså ikke endrer seg med tiden. Disse karakteristiske trekkene er vist i figur 6.4.

MERK: I beskrivelsen har vi *ikke* lagt noe krav til de tre hovedparametrene som må til for å beskrive en bølge: Amplitude, fase og frekvens. Uansett hvilke verdier vi velger for alle disse tre parametrene, får vi stående bølger etter en total refleksjon som beskrevet ovenfor.

Derimot, dersom en streng er fastspent i *begge ender*, vil begge ender bli en knute (ikke noe utslag). I så fall må kx være lik f.eks. 0 i ene enden (slik som i vår beskrivelse) og $n\pi$ i andre enden (hvor n er et heltall).

En streng som er fastspent i *begge ender*, får med andre ord stående bølger som er “kvantisert” mhp frekvens (og bølgelengde). Kvantiseringen er et resultat av ren geometri i randbetingelsene. Dette er et generelt resultat som gjelder løsninger av bølgeligningen generelt. “Kvantisering” i kvantefysikken har ofte et lignende opphav matematisk sett. Som vi ser er det også på dette området analogi mellom klassisk bølgelære og kvantefysikk.

6.4 Musikkinstrumenter og frekvensspekter

Noen musikkinstrumenter, så som en tromme, gir transiente lyder, mens andre instrumenter gir mer eller mindre vedvarende “toner”. En tone kan karakteriseres som dyp/mørk eller høy/lys. Tonehøyden avhenger av frekvensen til grunntonen. Frekvensen kan bestemmes eksperimentelt f.eks. ved hjelp av fouriertransformasjon av et signal i tidsbildet.

Både strenge- og blåseinstrumenter er basert på en streng eller “luftstreng” hvor bølgen blir reflektert i begge ender slik at vi får en kvantisering av mulige frekvenser.

Når vi klimprer på en gitarstreng, vil det vandre en bølge både i den ene og den andre retningen samtidig. Bølgene vil reflekteres i strengens endepunkt, og gå tilbake i motsatt retning med motsatt utslag. Disse bølgene vil så på ny reflekteres når de når neste endepunkt, og gå i motsatt retning igjen med motsatt utslag. Når disse bølgene igjen møtes, vil de garantert adderes til hverandre på gunstigste vis. Dersom det ikke hadde vært noe tap av energi mens bølgen vandret langs strengen og ikke noe tap av energi ved refleksjonene, ville bølgene vandret fram og tilbake og laget en stående bølge (= summen av de to bølgene som går hver sin vei) som varte ved til evig tid.

Tiden det tar fra vi klimprer på strengen til at bølgene har ruslet en hel rundtur (to hele lengder og to refleksjoner hver), er gitt ved:

$$T = 2L/v \quad (6.5)$$

Det betyr at luften rundt strengen vil bli satt i en bølgebevegelse med en frekvens

$$f = v/2L \quad (6.6)$$

Fra tidligere vet vi at hastigheten til en bølge er lik frekvensen multiplisert med bølgelengden: $v = f\lambda$. Eliminerer vi bølgehastigheten på strengen ut fra de to siste ligningene, får vi:

$$\lambda = 2L \quad (6.7)$$

Dette er bølgelengden til grunnfrekvensen.

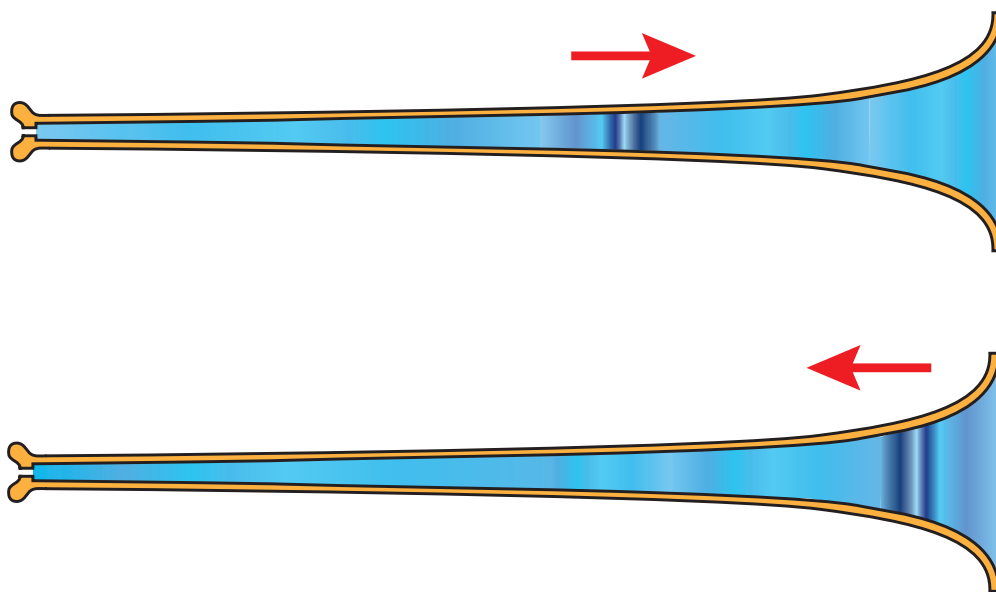
De to bølgene som går hver sin vei kan i prinsippet ha hvilken som helst form. Er bølgen sinusformet, kan den stående bølgen beskrives så enkelt som i ligning 6.4. I så fall ville frekvensspekteret av lyden bare bestå av en enkelt linje ved grunntonens frekvens.

Det hører med til unntakene at bølgene som går hver sin vei er sinusformet. Men siden dette er et periodisk fenomen, vet vi fra teorien til fourierrekker at *enhver bølgeform som er periodisk* kan beskrives ved hjelp av sinuser og cosinuser som har et multipelt antall hele bølgelengder innenfor periodelengden. Ved en fourieranalyse av lyden vil vi da se en rekke topper som har en frekvens lik et heltall multiplisert med grunntonens frekvens.

Det har vært vanlig i alle lærebøker å tegne opp bølgene som svarer til de harmoniske av grunntonen slik som vist i figur 6.8. Det har ført til mye misforståelser. Iblant er intensiteten på de harmoniske større enn intensiteten til grunntonen, og mange har da lurt på om vi ikke i slike tilfeller vil oppfatte en tonehøyde som svarer til den mest intense linjen i frekvensspekteret.

Feilen man gjør er at man da betrakter de harmoniske som om de levde sitt eget liv uavhengig av grunntonen. Men det gjør de ikke! Det at vi har flere harmoniske betyr *kun* at formen på bølgene som vandrer fram og tilbake ikke er harmonisk. Jo lenger vekk fra en rent sinusformet bølge, desto flere overharmoniske får vi.

Det er lett å forstå at bølgeformen ikke er harmonisk når vi går inn på mekanismene for hvordan lyden genereres i et musikkinstrument. Klimprer vi på en gitarstreng, er det opplagt at vi ikke klarer å lage en perfekt sinusformet bølge. Ved å klimpre på strengen på ulike steder langs strengen, kan vi framelske enkelte harmoniske lettere enn andre. For eksempel vil vi ikke framelske svingninger av strengen med to buker og en knute midt på dersom vi klimprer midt på strengen.

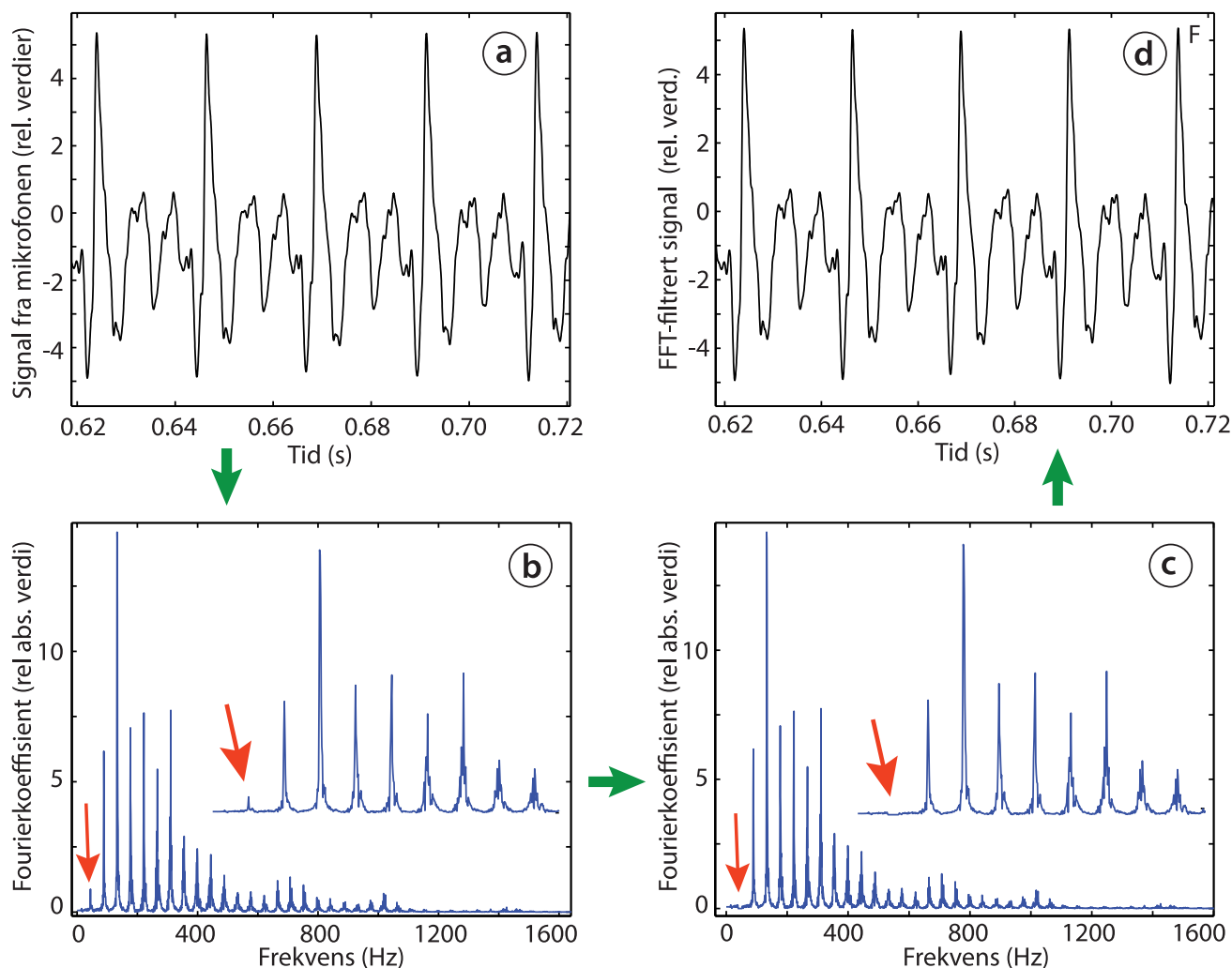


Figur 6.5: I et musikkinstrument går det en bølge fram og tilbake med lydhastigheten i luft og blir reflektert i hver ende av instrumentet. Analyserer vi lydsignalet med fouriertransformasjon, kan vi få mange harmoniske i tillegg til grunntonen. De harmoniske er ikke uavhengig av hverandre, og deres eksistens betyr kun at trykkbølgen ikke er harmonisk.

Spiller vi på trompet, vet vi at lyden passerer gjennom de stramme leppene våre i små støt, og det er opplagt at disse støtene ikke vil ha sinusformet tidsforløp (illustrert i figur 6.5). I en klarinett eller obo eller en tverrfløyte, får vi luftstrømninger og vibrasjoner hvor turbulens spiller en vesentlig rolle. Det er også i slike tilfeller helt naturlig at trykkbølgene i instrumentet ikke blir harmoniske. Og resultatet av ikke-harmoniske bølger er rett og slett at vi får en rekke harmoniske i frekvensspekteret. Det er ikke noe mer mystikk rundt dette

enn som så.

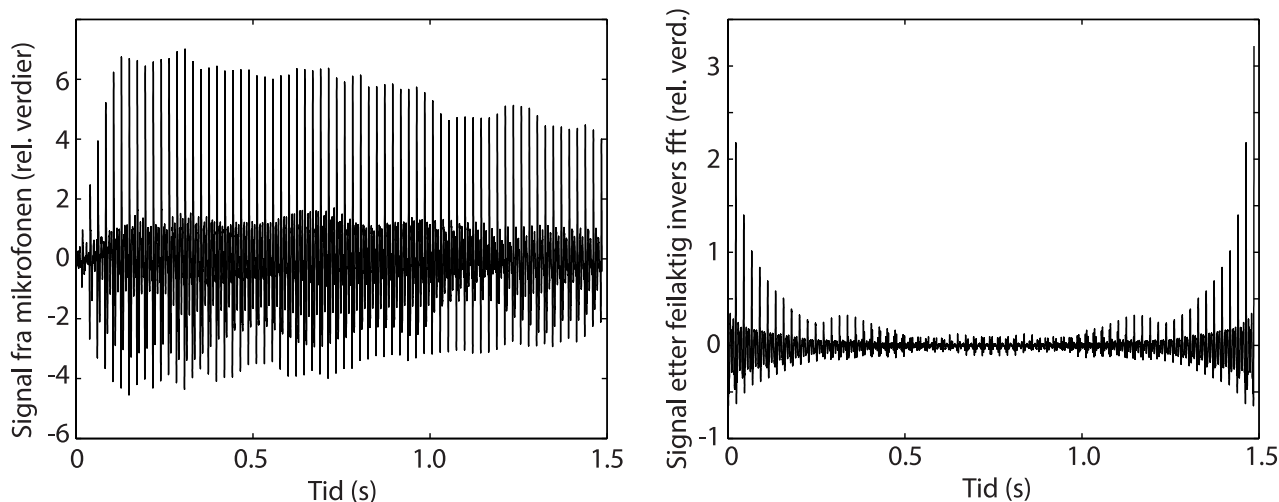
Det er til og med mulig at et frekvensspekter kan mangle linjen som svarer til grunntonen uten at øret vårt blir lurt av den grunn. I figur 6.6 er det vist en liten bit av et tidssignal fra en tuba som spiller en lav frekvens. Tidsbildet viser et periodisk signal, men en bølgeform som er meget langt fra en ren sinus. Frekvensspekteret viser en rekke linjer, og det er tydelig at linjene har frekvenser lik et heltall multiplisert med grunntonens frekvens. Intensiteten på grunntonens linje er imidlertid ganske så liten.



Figur 6.6: Det hender at intensiteten på grunntonen er mye mindre enn noen av de harmoniske. I slike tilfeller kan vi fjerne grunntonen helt uten at tidssignalet endrer seg merkbart. Også når vi lytter til lyden vil tonehøyden bestemmes av periodisiteten i tidssignalet heller enn av frekvensen til overtonene.

Vi har så fjernet grunntonens linje helt (både ved det ordinære frekvensspekteret og ved den speilete linjen), og foretatt en invers fouriertransformasjon (av det komplekse frekvensspekteret). Resultatet er et tidsbilde som visuelt er identisk med det originale tidsbildet av tubalyden. Og lytter vi til det filtrerte signalet, hører vi ikke noen forskjell heller (i alle fall ikke lett).

Vi ser av figur 6.6 at periodisiteten av signalet ivaretas i dette tilfellet av kombinasjonen av de overharmoniske, selv om grunntonen er fjernet. I andre tilfeller, hvor grunntonen har en større intensitet, vil dette selvfølgelig ikke være tilfelle.



Figur 6.7: Det er nødvendig å ta vare på relative faser til de harmoniske (dvs å bruke det komplekse frekvensspekteret), for å kunne rekonstruere det opprinnelige signalet i tidsbildet. Venstre del: Det fulle tidsbildet som ble brukt i forrige figur. Samme resultat fikk vi om vi foretok en korrekt invers fouriertransformasjon fra det komplekse frekvensspekteret. Høyre del: Invers fouriertransformasjon av absoluttverdien av den fouriertransformerte gir et totalt feil bilde av det opprinnelige tidssignalet.

[♠ ⇒ Det kan være av interesse å minne om at de relative fasene til overtonene er ekstremt viktig for at en omvendt fouriertransformasjon skal fungere tilfredsstillende. I figur 6.7 har vi vist hele tidsstrengen for lydfilen vi brukte i for å generere figur 6.6. Dersom vi foretar en invers fouriertransformasjon på det komplekse fourierspekteret, kommer vi tilbake til det opprinnelige signalet igjen (og dette blir reelt). Men dersom vi foretar en invers fouriertransformasjon av absoluttverdien av frekvensspekteret, får vi et komplekst tidssignal. Absoluttverdien av dette er vist til høyre i figur 6.7, og vi ser at tidssignalet nå er svært langt fra originalen. ⇐ ♠]

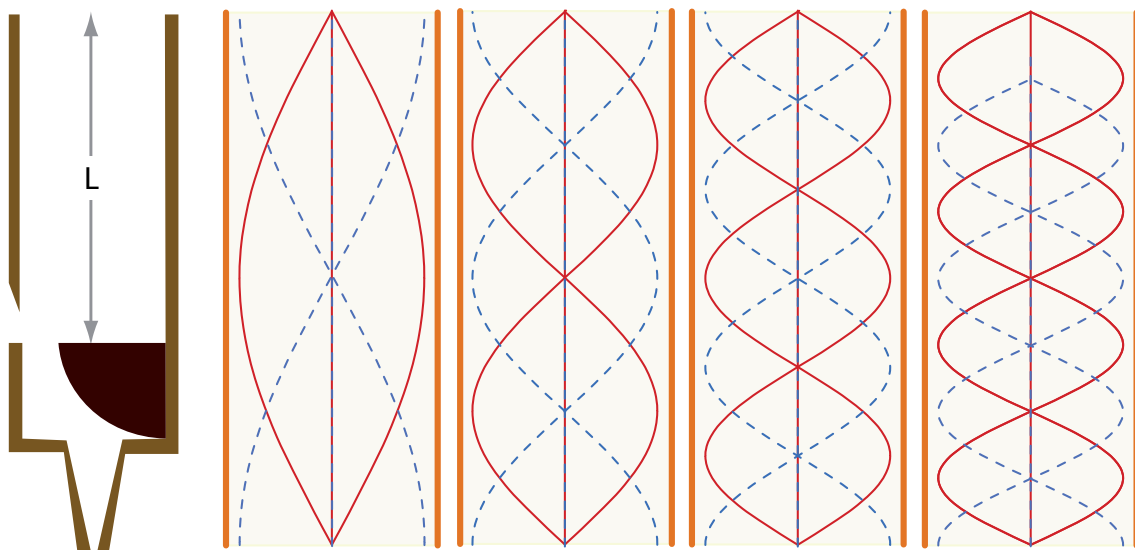
6.4.1 Blåseinstrumenter

For blåseinstrumenter av typen blokkfløyte, tverrfløyte og åpne orgelpiper er det litt annerledes enn for en gitarstreng. For gitarstrengen startet vi med en klimpring og bølger vandret hver sin vei fram og tilbake for å danne de stående bølgene. For blåseinstrumenter har vi en steady state eksitering av instrumentet så lenge vi blåser luft inn i det.

I dette tilfellet må vi ved hjelp av stramming av leppene variere takten på luft-støtene vi putter inn i instrumentet. Takten på våre luftstøt må ha korrekt timing i forhold til de reflekterte bølgene fra enden av instrumentet for å få god intensitet på lyden. Vi kan

skjevstille litt (ha en litt høyere eller lavere frekvens på luftstøtene våre enn det som svarer til bølgehastigheten og lengden på instrumentet), men går vi for langt unna det korrekte, blir det ikke noe særlig lyd.

For blokkfløyte, tverrfløyte m.fl. oppnås maksimalt forflytnings-amplitude i bølgen nærmest munnstykket (der lufta strømmer inn i selve luftstrengen i instrumentet). Luftstrengen ender åpent ut mot fri luft i motsatt ende i disse instrumentene, og endepunktet svarer omtrent til et nytt punkt med maksimum forflytnings-amplitude i de stående bølgene som dannes (se figur 6.8).



Figur 6.8: I en åpen orgelpipe vil forflytnings-amplituden til luftmolekylene ha en buk (maks utslag) både der lufta kommer inn og i den åpne enden av pipen (stiplet blå kurve). Trykkbølgen har imidlertid en knute ved start og slutt (heltrukket rød kurve). Disse grensebetingelsene kan tilfredsstilles ved flere ulike bølgelengder. På figuren er svingningene vist for de fire lengste bølgelengdene (laveste frekvensene).

Trykkbølgen inne i luftstrengen viser et forløp faseforskjøvet (i posisjon) en kvart bølgelengde sammenlignet med forflytningsbølgen. Trykkbølgen er null på stedet luftstrømmen går inn i luftsøylen og stedet luftsøylen går ut i åpent rom. I figuren er det vist fire eksempler på stående bølger som tilfredsstiller disse kravene. Det er henholdsvis 1, 2, 3 og 4 halve bølgelengder innenfor lengden av den vibrerende luftsøylen.

I en lukket orgelpipe derimot, får vi inn en ekstra føring. For gitarstrengen får den reflekterte bølgen motsatt utslag av den innkommende (møter et medium med større akustisk impedans). Men det samme skjer når bølgen som går motsatt retning når sitt refleksjonspunkt. De reflekterte bølgene har derfor utslag samme vei når de møtes og kan således forsterke hverandre.

For en tverrfløyte har den reflekterte bølgen utslag samme vei som den innkommende, og

den nye eksiteringen må bare være samtidig med den reflekterte bølgen etter at den har gått fram og tilbake i instrumentet.

For en lukket orgelpipe derimot får den reflekterte bølgen motsatt utslag av den innkommende. Når den reflekterte bølgen når innblåsings-partiet og reflekteres her også, skiftes ikke fortegnet på utslaget siden vi her møter en lavere akustisk impedans.

Hadde vi gitt ny eksitering idet bølgen bare hadde gått fram og tilbake i orgelpipen, ville vi gitt et positivt lydtrykk der bølgen som hadde gått fram og tilbake hadde et negativ lydtrykk, og vi ville langt på vei drepe bølgen.

Dersom vi venter til den reflekterte bølgen går enda en rundtur, får vi en ny fortegnsendring av bølgen idet den når den lukkede enden. Men minus minus gir pluss, vet vi. Det betyr at dersom vi gir vår eksitasjon samtidig som at bølgen har gått fram og tilbake i orgelpipen to runder, vil vi komme i takt med trykkvariasjonene i den reflekterte bølgen.

Det betyr at tiden det tar fra vi gir et luftstøt inn i orgelpipen til neste gang vi skal gi et slikt luftstøt, må den reflekterte bølgen har ruslet to hele rundtur (fire hele lengder og fire refleksjoner hver). Altså:

$$T = 4L/v$$

Det betyr at luften utenfor orgelpipen vil bli satt i en bølgebevegelse med en frekvens

$$f = v/4L \quad (6.8)$$

og som tidligere:

$$\lambda = 4L \quad (6.9)$$

Det er også mulig å få kabalen til å gå opp dersom vi legger inn en forlengelse på $\lambda/2$ på den lukkede orgelpipen. Alternativt kan vi skalere denne konfigurasjonen ned til lengden L igjen. Dette gir oss følgende regler:

Ut fra figurene 6.8 og 6.9, hvor grensebetingelsene er som beskrevet foran, er regelen for et instrument med åpen luftstreng i begge ender:

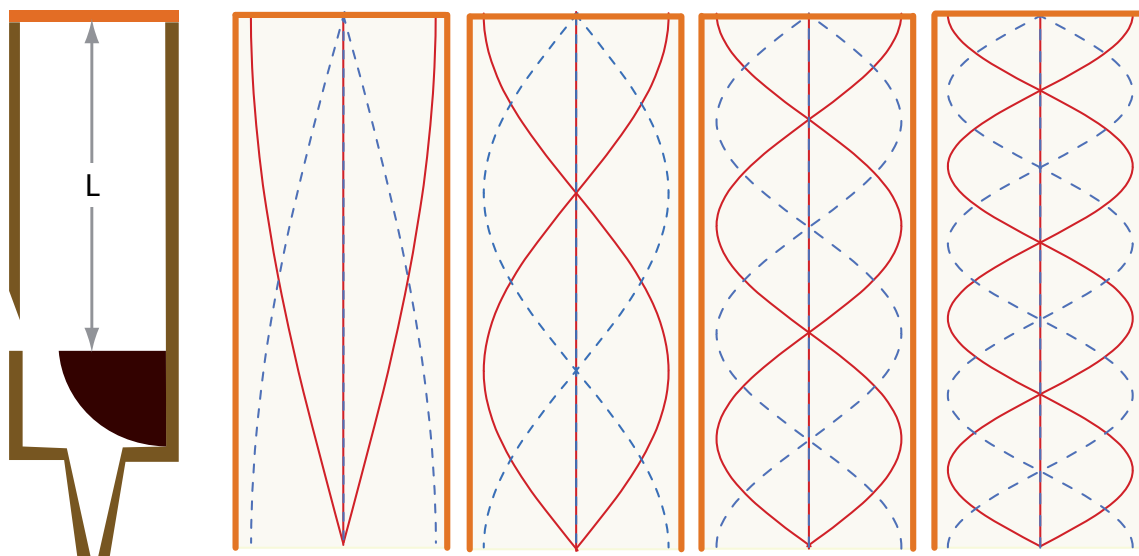
$$L = \frac{\lambda}{2}n$$

hvor n fortsatt er et positivt heltall.

For et instrument med åpen luftstreng i den ene enden, men stengt i den andre, vil relasjonen i prinsippet bli:

$$L = \frac{\lambda}{2}n - \frac{\lambda}{4}$$

Bølgelengden for grunntonen (dvs $n = 1$) for en lukket orgelpipe er altså fire ganger lengden på pipen, men bare dobbelt så lang som pipen når den er åpen. Lydbølgen for grunntonen



Figur 6.9: I en lukket orgelpipe vil forflytnings-amplituden til luftmolekylene ha en buk (størst utslag) der luften kommer inn og en knute (minst utslag) i den lukkede enden av pipen (stiplet blå kurve). Trykkbølgen har imidlertid minst amplitude ved start og maksimal amplitude i den lukkede enden (heltrukket rød kurve). Disse grensebetingelsene kan tilfredsstilles ved flere ulike bølgelengder. På figuren er svingningene vist for de fire lengste bølgelengdene (laveste frekvensene) som tilfredsstiller kravene som nettopp er nevnt.

har altså en dobbelt så lang bølgelengde for en lukket orgelpipe som en tilsvarende lang åpen orgelpipe.

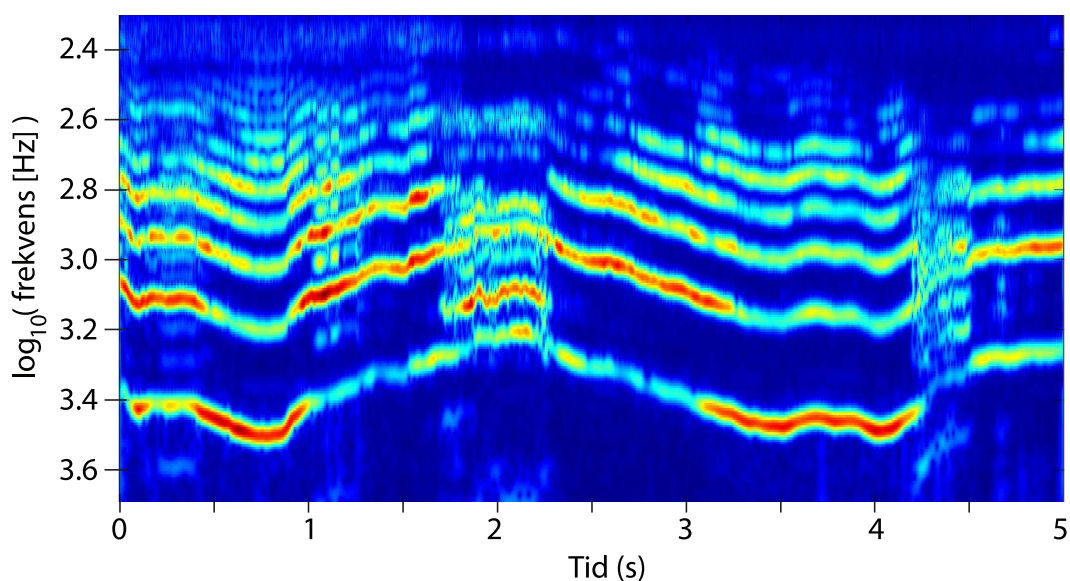
Rekken av frekvenser som kommer ut av et instrument med en lukket og en åpen ende vil ifølge relasjonene ovenfor være 1, 3, 5, 7 ganger grunnfrekvensen. For andre instrumenter vil frekvensene være 1, 2, 3, 4 ganger grunnfrekvensen.

I blåseinstrumenter så som en klarinett, obo, trompet, trekkbasun osv. er det ingen åpen spalt like ved der lufta blåses inn. For slike instrumenter får vi iblant maksimal trykkamplitude i den enden lufta kommer inn, og null trykkamplitude der lufta går ut av instrumentet.

♠ ⇒ Betydningen av refleksjon av bølger og bølgehastigheten inni instrumentet for å få en gitt (kvantisert) frekvens, kan illustreres som i figur 6.10. Her har vi samlet lyden fra et munnstykke fra en trompet (fjernet fra selve trompeten) mens musikeren har endret strammingen av leppene litt opp og ned. Tidssignalet er analysert ved en form for tidsoppløst fouriertransformasjon (waveletanalyse, som vi kommer tilbake til senere i boka). Vi ser at tonehøyden til grunntonen her kan variere kontinuerlig. Det er ingen kvantisering, for det er ingen refleksjon av lydbølgene av betydning.

Figuren viser de harmoniske, men siden vi bruker en logaritmisk frekvensakse (y-aksen) og tid langs x-aksen, blir det ikke samme avstand mellom de ulike harmoniske.

Det er interessant å merke seg at vi får mange harmoniske også når munnstykket brukes alene. Det betyr at det er den litt kaotiske åpne / lukke bevegelsen til de stramme leppene som sørger for at luftstrømmen slett ikke får et sinusaktig tidsforløp. I figur 6.11 er det vist et lite utsnitt av tidssignalet fra lyden fra



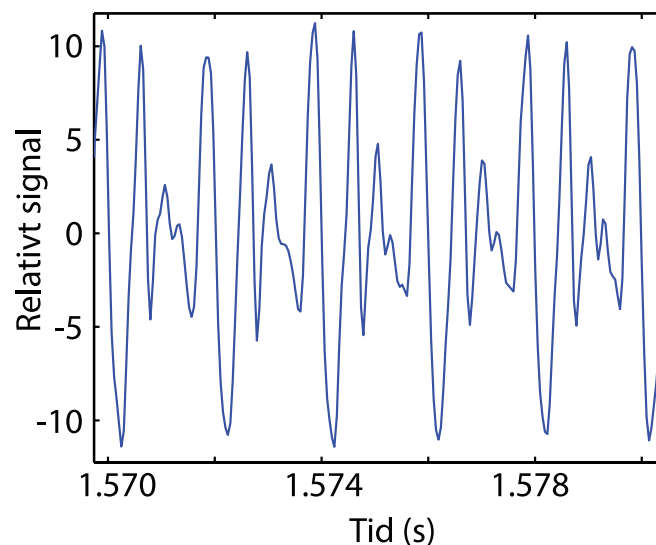
Figur 6.10: En avansert form for tidsoppløst fouriertransformasjon (wavelet-transformasjon) av lyden fra et munnstykke til en trompet. Tid langs x-aksen, logaritmen til frekvensspekteret langs y-aksen. Intensiteten til frekvensspekteret er markert med farger. Se forøvrig teksten for kommentarer.

munnstykket som bekrefter dette. Med andre ord, det er ikke trompeten i seg selv som skaper overtonene, men prosessen der de stramme leppene slipper luft gjennom i små luft-støt på en temmelig rotete måte. ← ♠]

6.4.2 Hvordan variere tonehøyden

Det er interessant å se hvordan vi endrer tonehøyde (frekvens) på ulike instrumenter. For en gitar er det åpenbart at vi endrer lengden på den svingende delen av strengen. Siden strammingen stort sett ikke endres når vi klemmer en streng inn mot et bånd i halsen på gitaren, er hastigheten på bølgene uforandret. Dersom vi da reduserer lengden på strengen, vil bølgelengden også endres tilsvarende, og frekvensen gå opp ifølge sammenhengen $v = f\lambda$.

I messingblåseinstrumenter, så som en trompet, endres lengden på luftøylen i instrumentet når ventilene trykkes inn. For en trompet går lufta en liten ekstra sløyfe når midterste ventil er trykket ned. Luften går om lag en dobbelt så lang ekstra sløyfe dersom bare første ventil trykkes ned og om lag tre ganger den ekstra sløyfen dersom bare den tredje ventilen trykkes ned. I figur 6.12 er målene for effektiv luftøyelengde gitt for ulike enkeltventiler neddykket. Flere ventiler kan trykkes ned samtidig, og da blir den totale luftøyelengden lik summen av alle de ekstra sløyfene som blir innkoblet.

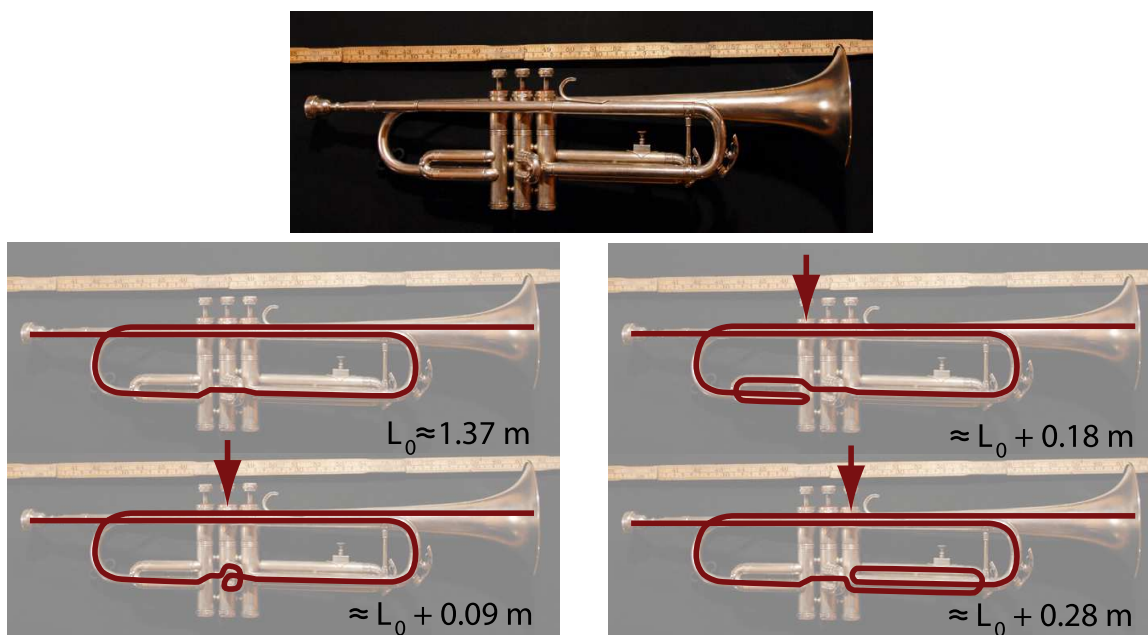


Figur 6.11: *Bit av tidsbildet for lyden fra et munnstykke viser at lydtrykket slett ikke varierer harmonisk med tiden.*

[♠ ⇒ Det er mange andre detaljer i utformingen av musikkinstrumenter. For eksempel vil intensiteten for de overharmoniske komponenter avhenge av hvorvidt luftrøret er smalt eller vidt, og hvorvidt luftrøret har samme diameter hele veien eller om luftrøret er traktformet. Moderne instrumenter sørger også for at lyden kommer ut i omgivelsene på en mer effektiv måte enn instrumenter laget for flere hundre år siden. Joe Wolfe ved The University of New South Wales i Sydney har meget informative websider som de interesserte kan studere videre (webadressen var i februar 2014 www.phys.unsw.edu.au/jw/basics.html).

Senere i boka brukes wavelet-transformasjon for å analysere lyd. Det vil da gå frem at fouriertransformasjon ofte gir et alt for “dødt” og lite nyansert bilde. I virkeligheten er det ikke slik at de harmoniske eksisterer med samme intensitet hele tiden. Intensitetsfordelingen for de harmoniske varierer, og det er litt av grunnen til at lyd fra virkelige musikkinstrumenter ofte har mer liv over seg enn syntetisk produsert lyd. ⇐ ♠]

I figur 6.13 er det vist et eksempel på en vedvarende lyd fra en trompet, både betraktet i tidsbildet og frekvensbildet. I dette tilfellet er grunntonen og høyere harmoniske til stede samtidig, og størrelsesforholdene mellom dem kommer fram i fourierspekteret (frekvensbildet).



Figur 6.12: Luftsøylen i en trompet er svakt traktformet fra munnstykket til ytre åpning. Med ventiler kan lengden av luftsøylen endres. For en B-trompet (grunntonen er en B når ingen ventiler er trykket inn) er lengden på luftsøylen omtrent så lang som angitt.

6.5 Toneintervaller

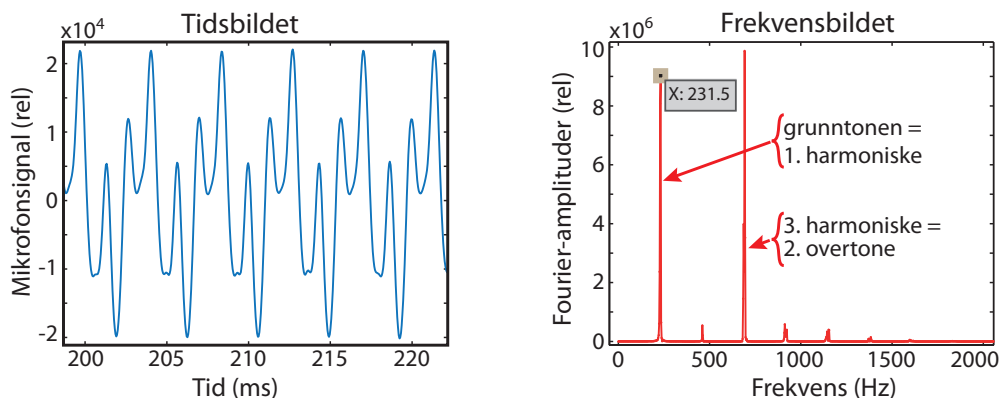
I vår kultur bruker vi toner i en skala bestående av 12 halvtoner som til sammen utspenner et frekvensområde hvor frekvensen øker med en faktor 2.0. Med det menes at for en tone C finnes det en ny tone C en oktav høyere, som har dobbelt så høy frekvens som den opprinnelige.

Halvtonene mellom er valgt slik at det er et konstant frekvensforhold mellom en tone og halvtonen under. Siden det skal være 12 slike trinn for å oppnå en oktav, følger det at forholdet mellom frekvensen til en tone og halvtonen under, må være

$$2^{1/12} \approx 1.0595$$

forutsatt at alle trinnene er like store. En skala definert på denne måten kalles *temperert*. Figur 6.14 viser frekvensene i en temperert skala dersom vi tar utgangspunkt i at enstrøken A skal ha frekvensen 440.00 Hz.

To toner fra f.eks. en fiolin kan lyde spesielt godt sammen dersom frekvensforholdet mellom dem er lik en heltallsbrøk. Forholdet mellom frekvensen til en E relativt til C-en under i en temperert skala er om lag 1.260. Dette er nær 5:4. Tilsvarende er frekvensen til en F relativt til C-en under lik 1.335, som er nær 4:3. Endelig kan vi nevne at forholdet mellom en G og C-en under er 1.4987 som er svært nær 3:2.



Figur 6.13: *Eksempel på tidsbilde og frekvensbilde av lyden fra en B-trompet hvor det spilles "C" (som i virkeligheten er en B, se neste underkapittel). Det er opplagt at tidssignalet ikke er en ren sinus, men en blanding av flere. Frekvensspekteret viser nettopp dette. Merk at grunnfrekvensen er en del av harmoniske rekken, mens grunnfrekvensen ikke regnes med i nummereringen av såkalte "overharmoniske".*

Det går an å lage en skala hvor tonetrinnene er nøyaktig lik heltallsbrøkene nevnt ovenfor. En slik skala kalles "renstemt". Visse kombinasjoner av toner lyder da vakrere enn i en temperert skala, men ulempen er at vi ikke kan transponere en melodi (forskyve alle tonene med et gitt antall halvtoner) og beholde samme vakre klangen.

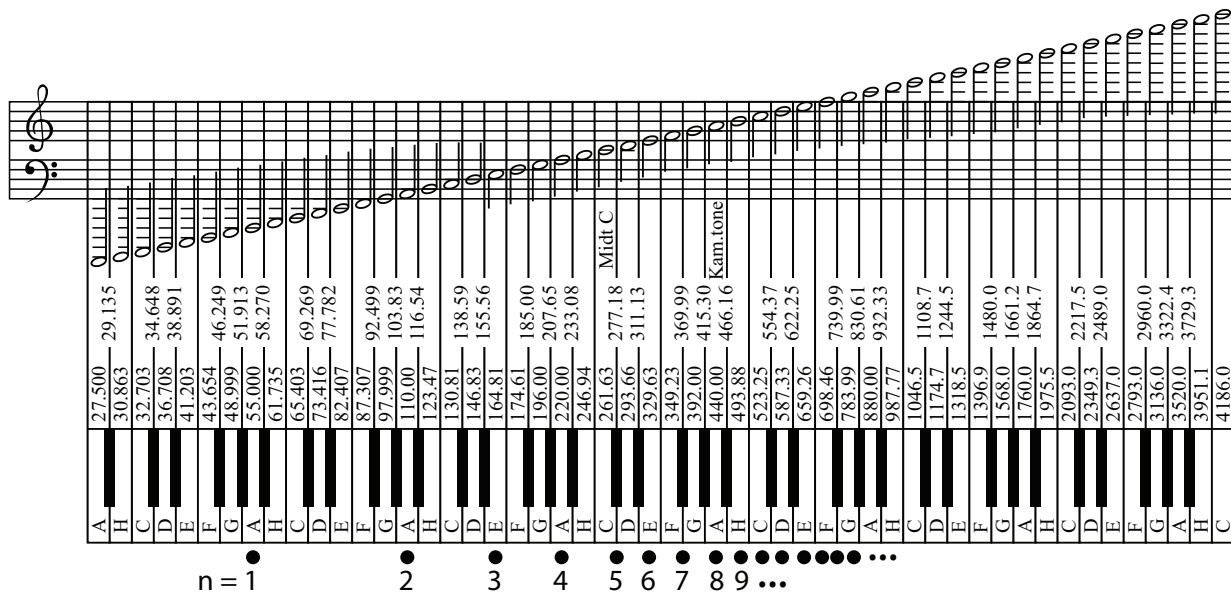
♠ ⇒ I figur 6.14 er det laget noen interessante markeringer nederst. Dersom vi starter med en lav A med frekvens 55 Hz ($n=1$), vil første harmoniske ($n=2$) ha dobbelt så høy frekvens (110 Hz). Forskjellen mellom grunntonen og første harmoniske er da en hel oktav.

Andre harmoniske ($n=3$) vil ha frekvensen $3 * 55 \text{ Hz} = 165 \text{ Hz}$ som nesten svarer til en E, og tredje harmoniske ($n=4$) vil ha frekvensen $4 * 55 \text{ Hz} = 220 \text{ Hz}$, som er neste A. Det ble altså to harmoniske innenfor en og samme oktav.

Fortsettes det på samme måte, følger det at det er fire harmoniske innenfor neste oktav og åtte innenfor den etterfølgende oktaven. Med andre ord vil de høyere harmoniske etter hvert bli liggende tettere enn halvtonene ligger. Det er grunnen til at vi nesten kan spille en hel skala uten bruk av ventiler, ved å presse instrumentet til å gi lyd først og fremst ved de høyere harmoniske.

På en trompet oppnås grunntonen (som svarer til $n=1$) dersom leppene bare presses moderat hardt sammen. Frekvensen til grunntonen til lyden kan økes i sprang (n øker) ved å stramme/presse leppene mer og mer. Luften som slipper gjennom leppene vil da komme i tettere småstøt enn om leppene er mer avslappet. ⇐ ♠]

I figur 6.13 så vi at frekvensen på grunntonen var ca. 231.5 Hz. Dette skulle være en B, og for de som kjenner toneskalaen vet vi at en B er halvtonen som ligger mellom A og H. Fra figur 6.14 ser vi at dette er som det skal være. Ved å variere litt på leppestramming kan tonen fra trompeten varieres en del (selv kan jeg variere frekvensen mellom ca 225 og 237 Hz for den aktuelle B-en). Gode musikere utnytter denne fintuningen av tonehøyden når de spiller.



Figur 6.14: Tonene på et piano sammen med beregnet frekvens i en temperert skala. Figuren er tegnet på ny med grunnlag i en illustrasjon på: <http://amath.colorado.edu/outreach/demos/music/MathMusicSlides.pdf> nedlastet den 18. feb. 2012.

6.6 Svevelyd

Når vi lytter til to samtidige lyder med omtrent samme frekvens, kan det iblant høres ut som om styrken på lyden varierer på en regelbundet måte. Et slikt fenomen kalles “sveving” eller “svevelyd”. På engelsk kalles fenomenet “beat” fordi lyden liksom slår mot en i en fast takt.

Matematisk kan dette vises på omtrent samme måte som ved utledningen av uttrykket for en stående bølge. For vårt nye fenomen er det imidlertid ikke interessant å følge bølgens utbredelse i rommet. Det interessante er å vurdere hvordan lyden høres ut på ett sted i rommet.

Utgangspunktet er to svingninger som funksjon av tid og summen av disse:

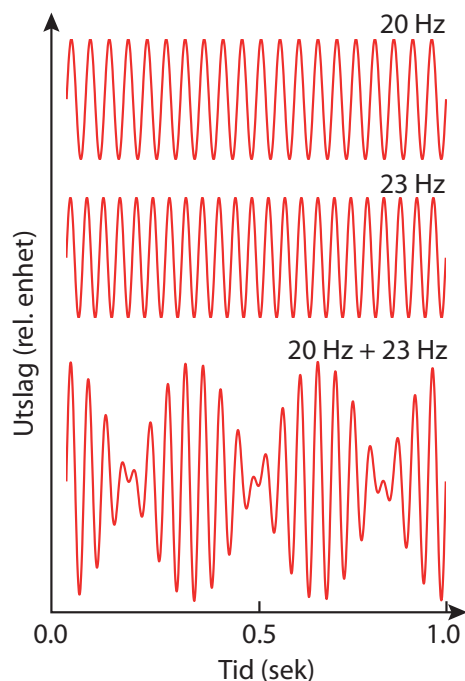
$$y_{sum} = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t)$$

En lignende sumformel som forrige gang gir:

$$y_{sum} = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$

Dersom de to (vinkel)frekvensene er omtrent like store, kan det innføres en middelverdi og differansverdi angitt som $\bar{\omega}$ og $\Delta\omega$ i formelen. Da følger:

$$y_{sum} = 2A \cos(\bar{\omega}t) \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \quad (6.10)$$



Figur 6.15: Når to lydsignaler med nær samme frekvens adderes, vil intensiteten på lydsignalene variere i tid på en karakteristisk måte.

Dette er igjen et produkt av to ledd som er uavhengige av hverandre. For så små frekvensforskjeller at øret ikke klarer å skille dem i tonehøyde, vil det første leddet i ligning (6.10) svare til omtrent samme lydopplevelse som om hver enkelt av de to lydene var alene. Det siste leddet gir imidlertid en svingning med langt lavere frekvens enn de opprinnelige. Lytter vi for eksempel til to samtidige, omtrent like sterke lyder med frekvens 400 og 401 Hz, vil det siste leddet være et ledd av typen $\cos(\pi t)$. En gang per sekund vil dette leddet være lik null. Når det skjer, vil den totale lyden forsvinne. Lytter-opplevelsen er da en lyd omtrent som enkeltlydene når de høres hver for seg, men styrken på lyden vil svinge med en frekvens på 1 Hz. Det er denne pulsasjonen i lydstyrken som kalles sveving.

I figur 6.15 er det vist et eksempel på sveving. Der er det to signaler med henholdsvis 20 og 23 Hz som blandes, og vi følger hver av signalene og summen over en tid på ett sekund. Vi ser at i sumsignalet er det tre “perioder” med kraftig og svak lyd innenfor det sekundet vi betrakter. Merk at i ligning (6.10) inngår *halve* differansen av frekvensene som adderes. I vårt tilfelle svarer dette til 1.5 Hz. Hvorfor blir det likevel tre “perioder” i intensiteten i figur 6.15? Dette er en detalj du bør merke deg og forstå, for den sniker seg inn i flere ulike sammenhenger. (Hint: Hvor mange ganger er sinus lik null i løpet av én periode?)

I neste kapittel behandles en lignende summasjon av bølger. Summen blir da en “bølgegruppe”, et nyttig begrep når “fasehastighet” og “gruppehastighet” skal drøftes.

♠ ⇒ Det er flere pussigheter knyttet til svevelydfenomenet. Fourieranalyserer vi et signal beskrevet med ligning (6.10), får vi to topper i fourierspekteret som svarer til ω_1 og ω_2 , og KUN dette. Vi ser *ikke* noe signal svarende til differansfrekvensen. Hvorfor hører vi svevelyden da og ikke to separate toner?

Dersom de to frekvensene er lenger fra hverandre, vil vi nettopp høre to separate toner, og ingen svevelyd. Hvor langt frekvensene må ligge fra hverandre for at svevelyden skal forsvinne, er beskrevet i boka til akustikeren Tor Halmrast: “Klangen. Kompendium i lydlære 1 + 2”. Institutt for musikkvitenskap, Universitetet i Oslo, 2013 (se litteraturlisten i Innledningen til vår bok). Boka til Tor Halmrast gir et vell av interessante opplysninger om lyd, musikk og akustikk! Mange av de temaene vi tar opp i dette kapitlet er beskrevet langt mer utførlig i Tor Halmrast’s bok.

Forøvrig anbefaler vi at du gjør følgende: Lag et signal som består av to sinuser med samme amplitude og frekvensene hhv 100 og 110 Hz. Beregn signalet over minst hundre perioder for 100-Hz-signalet. Foreta en fouriertransformasjon og se på resultatet. Beregn så *kvadratet av signalet* ($(\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t))^2$) og foreta en fouriertransformasjon av *dette* signalet. Studer nøye de linjene som da framkommer, og forsøk å finne et system i galskapen.

Dette lille numeriske eksperimentet er interessant fordi mange fysiske detektorer for bølgefenomener, egentlig ikke responderer på det momentane utslaget i bølgen, men på kvadratet av utslaget. Kan frekvensspekteret av kvadratet av signalet gi oss en indikasjon på hvorfor vi hører en svevelyd? ⇐ ♠]

6.7 Lydintensitet

Lyd kan være så svak at vi ikke hører den, eller så kraftig at det gir smertefornemmelse. Forskjellen ligger i lydens *intensitet*, og lydintensitet er definert som:

Lydintensiteten er tidsmidlet energi per flate og tid som transporteres i lydets retning. Alternativt kan lydintensiteten defineres som den tidsmidlede energi per flate og tid som passerer en flate normalt på bølgens utbredelsesretning. Måleenheten er watt per kvadratmeter: W/m².

Det er også mulig å operere med en “momentan” intensitet (i motsetning til tidsmidlet), men denne vil avhenge av både posisjon og tid. For lydbølger vil den lokale, momentane intensiteten være gitt ved:

$$I_m(\vec{r}, t) = \vec{p}(\vec{r}, t) \cdot \vec{v}(\vec{r}, t)$$

hvor \vec{p} er det lokale trykket (egentlig trykkforskjellen relativt til middelverdien), og \vec{v} er her *den lokale hastigheten til luftmolekylene* ved samme sted og tid (altså *ikke* lydhastigheten!).

♠ ⇒ Kommentar: En huskeregel kan være grei å ha: I stedet for å omtale mengde energi, kan vi fortelle hvilket arbeid lydbølgen har mulighet å gjøre. Arbeid er kraft ganger vei, og kraften som kan virke på et tverrsnitt med areal A er det lokale trykket i lydbølgen multiplisert med arealet (egentlig trykkforskjellen som finnes i lydbølgen multiplisert med arealet).

Arbeid er “kraft ganger vei”, og dersom bølgen beveger seg en avstand Δx i en tid Δt , følger da:

$$\text{Momentan intensitet} = \frac{\text{Arbeid som kan gjøres}}{\text{Areal og Tid}}$$

$$I_m = \frac{p \cdot A \cdot \Delta x}{A \cdot \Delta t}$$

$$I_m = p \frac{\Delta x}{\Delta t} \approx pv$$

Så langt huskeregel. $\Leftarrow \spadesuit$]

I forrige kapittel ble en lydbølge blant annet beskrevet ut fra lokal forflytning η til molekylene, slik:

$$\eta(x, t) = \eta_0 \cos(kx - \omega t)$$

hvor η_0 er amplituden i luftmolekylenes forflytning omkring et likevektspunkt (på toppen av Brownske bevegelser!). Bølgetallet k og vinkelfrekvensen ω må tilfredsstille:

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

der v nå er lydhastigheten, K er kompressibilitetsmodulen og ρ er massetettheten.

Den samme bølgen kunne også beskrives som en trykkbølge slik:

$$p(x, t) = kK\eta_0 \sin(kx - \omega t)$$

Hastigheten til molekylene som deltar i bevegelsen er den tidsderiverte av forflytningsbølgen η :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \omega \eta_0 \sin(kx - \omega t)$$

Den momentane intensiteten er nå lokal hastighet til molekylene multiplisert med lokalt trykk. Bølgen antas å være longitudinal og den brer seg i x -retning, slik at to vektorer har samme retning. Følgelig:

$$I_m = p \frac{\partial \eta}{\partial t} = k\omega K \eta_0^2 \sin^2(kx - \omega t) \quad (6.11)$$

Den tidsmidlede intensiteten blir da:

$$I = \frac{1}{2}k\omega K\eta_0^2 = k\omega K\eta_{rms}^2 = 4\pi^2\frac{K}{v}(f\eta_{rms})^2$$

siden tidsmidlet av \sin^2 er lik $1/2$. Her er η_{rms} lik root mean square utslaget for luftmolekylene, dvs $\eta_{rms} = \eta/\sqrt{2}$. [Minner igjen om at vi nå omtaler den kollektive forflytningen av molekylene *på toppen av* de mer “individuelle” Brownske bevegelsene.]

Det kan være nyttig å eliminere kompressibilitetsmodulen K og heller bruke forflytningsamplitude og trykkamplitude, sammen med massetetthet, lyd hastighet, bølgelengde og frekvens. Med litt triviell manipulering av uttrykkene ovenfor, kan vi vise at:

$$I = \frac{(p_{rms})^2}{\rho v} \quad (6.12)$$

hvor p_{rms} er root mean square verdien av trykkvariasjonen, ρ er massetettheten i luft, og v er lyd hastigheten i luft.

Videre kan det vises at:

$$I = 4\pi^2\rho v(f\eta_{rms})^2 \quad (6.13)$$

hvor λ er bølgelengden til lyden i luft, dvs $\lambda = v/f$ der f er frekvensen til lyden.

Ligning (6.12) viser det interessante at lyd med ulike frekvenser vil ha samme intensitet dersom trykkamplituden er den samme.

Ligning (6.13) viser at lyd med samme intensitet, men ulik frekvens, har en forflytningsamplitude η_{rms} som er proporsjonal med bølgelengden.

Det er langt enklere å måle trykkamplituder enn forskyvning av molekyler. Derfor er ligning (6.12) den versjonen som kanskje brukes mest når lydintensiteter skal måles og angis.

♠ ⇒ Før det gis eksempler på intensitetsverdier, returnerer vi til ligning (6.11) en kort stund. Ligningen viser momentanverdien for energitransport som funksjon av posisjon og tid. Uttrykket er bestandig positivt (siden $\sin^2 > 0$). Det er et viktig særtrekk for bølger! Molekylene som bringer bølgen framover svinger fram og tilbake, men middelposisjonen ligger fast og flytter seg ikke med bølgen. [Når vi ser bort fra Brownske bevegelse.] Likevel transporteres det energi fra bølgens kilde og utover, energi som normalt aldri kommer tilbake til kilden.

Det kan derfor være interessant å integrere opp all energi per tid som sendes ut fra kilden til bølgen. Det kan vi f.eks. gjøre ved å se på total energi per tid som går gjennom et kuleskall rundt bølge kilden. Enhet for en slik oppintegrert intensitet er watt.

En menneskestemme yter ved normal samtale en total effekt på om lag 10^{-5} W. Hyler man, kan effekten komme opp i om lag $3 \cdot 10^{-2}$ W. Med andre ord er det ikke rare effekten som skal til for å få en brukbar lydbølge.

Tallene for menneskestemmen kan virke underlig når vi vet at et stereoanlegg gjerne kan gi effekter på 6 - 100 W. Nå er det riktignok slik at et stereoanlegg som anvendes ved 100 W normalt gir langt kraftigere lyd enn en menneskestemme kan yte. Likevel er forskjellen påfallende.

Årsaken til den store forskjellen kommer av at bare en liten del av effekten som tilføres høyttalerne omsettes til lydenergi: Bare noen få prosent for vanlige høyttalere. For spesielle horn-høyttalere kan effektiviteten komme opp i om lag 25 %. Resten av energien går til varme.

⇐ ♠]

6.7.1 Lydintensitet vs avstand og tid

Når lyd forplanter seg i luft, er det lite energi som blir borte underveis. Det betyr at omtrent samme mengde energi som passerer et kuleskall med radius r_1 også vil passere et kuleskall lenger ute med radius r_2 . Den lokale lydintensiteten er mengde energi per flate og tid. Siden et kuleskall har en flate lik $4\pi r^2$, betyr det at intensiteten vil avta som $1/r^2$ hvor r er avstanden til kilden.

Nå er det sjeldent slik at lyden brer seg likt over et helt kuleskall. Avstanden til bakken er vanligvis betydelig kortere enn lydutbredelsen i horisontalplanet. Relasjonen

$$\frac{I(r_2)}{I(r_1)} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

gjelder imidlertid rimelig bra også for begrensede romvinkler^a.

^aSå lenge interferensfenomener ikke spiller en vesentlig rolle

Det betyr at dersom vi på en konsert står 10 meter fra høyttalerne, vil intensiteten være 400 ganger større der enn for tilhørere 200 meter unna.

En lydimpuls vil imidlertid dempes med tiden. Trykkbølgene fører til svingninger i gjenstander, og mange gjenstander har en innebygget friksjon der lydenergien blir omgjort til varme. Ulike materialer demper lyd mer eller mindre effektivt. En glatt betongmur settes ikke mye i svingninger av lydbølger, og lyden blir reflektert uten stort tap av energi. Vegger dekket med mineralull eller andre materialer som lettere settes i svingninger av lydbølger, kan dempe lyden mye mer effektivt.

Vegger og interiør i et rom kan føre til store forskjeller i demping. Derved påvirkes den såkalte "etterklangstiden". I Trefoldighetskirken i Oslo, med mursteinvegger og lite tekstiler, er etterklangstiden så lang at musikk med raske passasjer blir grøtete å lytte til, spesielt når det er få tilhørere. I et rom med mye tekstiler og møbler og mennesker i forhold til rommets volum, vil lyden dø ut betydelig raskere. I et ekkofritt rom er gulv, vegger og tak dekket av dempende materialer, og etterklangstiden er ekstremt kort. For konsertlokaler og teaterlokaler betyr det mye for den totale lydopplevelsen at etterklangstiden er tilpasset til de lydbildene som forekommer. Bygningsakustikk er en egen del av fysikken, der gode fagfolk er vanskelig å finne og derfor ettertraktet. Mange interessante detaljer finnes i boka

til akustikeren Tor Halmrast: “Klangen. Kompendium i lydlære 1 + 2” nevnt til slutt i delkapitlet om svevelyd.

6.8 Desibel-skalaen

Lydintensitet kan angis i watt per kvadratmeter, slik som beskrevet ovenfor. Det er imidlertid en nokså uegnet målestokk. En grunn til dette er at menneskelig hørsel har en mer logaritmisk enn lineær respons. Med det menes at øret oppfatter endringer i lydstyrken ut fra prosentvis endring i forhold til nivået lyden allerede ligger på. Øker lydintensiteten fra 10^{-5} til 10^{-4} W/m², oppfattes endringen omtrent like stor som om lydintensiteten økte fra 10^{-3} til 10^{-2} W/m².

Det er derfor innført en logaritmisk skala for lydintensitet, den såkalte Desibel-skalaen. Lydintensiteten I relativt til en referanseintensitet I_0 er gitt i antall desibel på følgende måte:

$$\beta = L_I = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \quad (6.14)$$

Enheten “bel” er oppkalt etter Alexander Graham Bell, som oppfant telefonen. “Desi” kommer fra 10-er faktoren som er lagt inn for å få enkle verdier å jobbe med. Desibel-skalaen brukes i mange deler av fysikken, ikke bare når vi beskriver lydstyrke.

I prinsippet kan vi velge hvilken som helst referanseverdi, og kan da f.eks. si at lydintensiteten 10 m unna høyttalerne i eksemplet ovenfor, er 26 dB høyere enn lydintensiteten 200 meter unna (sjekk at du forstår hvordan 26-tallet fremkommer).

I en del sammenhenger er det behov for å angi lydintensitet i en absolutt skala. Det kan oppnås ved å bruke en veldefinert referanseverdi angitt i et absolutt mål. For lyd brukes ofte følgende absolutte skala:

$$L_{I_{abs}} = (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{I}{I_{abs.ref}} = (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{p^2}{p_{abs.ref}^2} \quad (6.15)$$

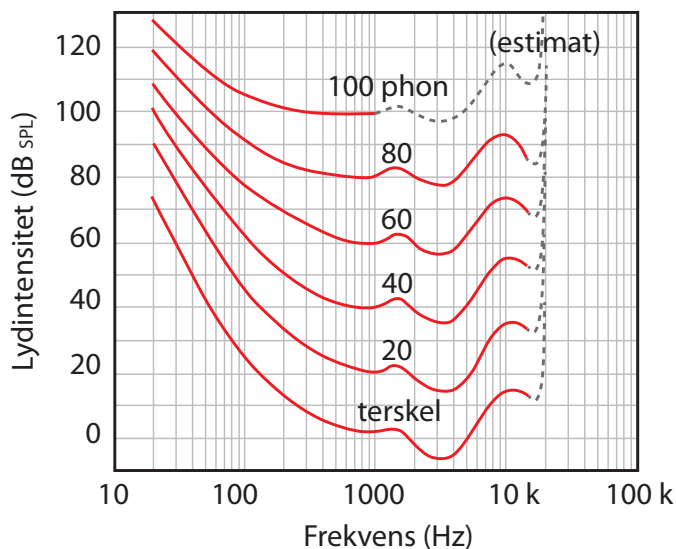
SPL står for sound pressure level, og referanseverdien er 1000 Hz lyd med lydtrykk $p_{rms} = 20 \mu\text{Pa}$ (rms). Dette lydtrykket svarer omtrent til en intensitet på 10^{-12} W/m², og representerer omtrent den laveste intensiteten en 1000 Hz lyd kan ha for at et menneske skal oppfatte den. Dette tilsvarer omtrent lydintensiteten tre meter unna en flyvende mygg.

Overgangen fra intensiteter til kvadrater av lydtrykk følger av ligning (6.12).

I praksis sløyfes ofte betegnelsen SPL når lydstyrker angis. Dette er uheldig, for når vi f.eks. sier at lydintensiteten er 55 dB, er utsagnet i prinsippet ufullstendig, fordi referansen

ikke er spesifisert. Hadde vi i stedet sagt at lydintensiteten er 55 dB(SPL), ville det gå fram at referansenivået er som angitt ovenfor, og at lydnivået da er spesifisert i en absolutt skala.

Det er imidlertid enda flere forhold vi må ta hensyn til når lydintensiteter skal angis. Definisjonen i ligning (6.15) er først og fremst meningsfull for lyd med frekvensen 1000 Hz. Øret oppfatter ikke lyd med ulike frekvenser som like intense, selv om antall watt per kvadratmeter er uforandret. Vi har vanskeligere for å høre lave og høye frekvenser enn midlere frekvenser. Figur 6.16 viser lik-opplevd-lydstyrke konturer for ulike frekvenser, det vil si fysisk intensitet som må til for å gi samme opplevde intensitet når frekvensen varierer. Flere kurver er inntegnet, for den relative endringen med frekvensen varierer noe med hvor kraftig lyden i utgangspunktet er.

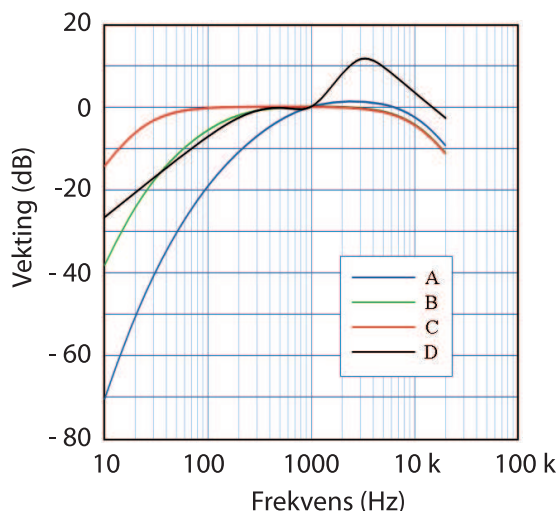


Figur 6.16: *Lydnivåer ved ulike frekvenser som gir omtrent samme opplevde lydintensitet (se teksten). Figuren er en litt omarbeidet versjon av en som fantes på http://en.wikipedia.org/wiki/Equal-loudness_contour den 18. feb. 2012.*

Enheten phon angir lydstyrker for rene toner. 1 phon svarer til 1 dB(SPL) ved frekvensen 1000 Hz. Lydintensiteten som svarer til et gitt antall phon varierer svært mye med frekvensen til de rene tonene. Eksempelvis ser vi av figur 6.16 at en ren 20 Hz lyd med lydstyrke 100 dB(SPL) oppleves som like intens som en ren 1000 Hz lyd med 40 dB(SPL). Vi ser videre at lydintensiteten ved 100 Hz må ligge på om lag 25 dB(SPL) for at den skal være hørbar. Videre vil en lydintensitet på 40 dB(SPL) ved 1000 Hz svare til intensiteten 55 dB(SPL) for lyd med frekvensen 10000 Hz.

Kurvene er angitt av International Organization for Standardization (ISO), og er en oppdatert kurve fra 2003. Årstallet tyder på at det ikke er enkelt å fastlegge slike kurver så lenge det er betydelige individuelle variasjoner. Folk med tydelige hørselskader er nok ikke brukt ved fastsetting av kurver som dette!

Det sier seg selv at desibelskalaen slik den ble presentert i ligning (6.15) ikke kan brukes for å angi opplevd lydintensitet når lyden er sammensatt av flere frekvenser. Av den grunn er det innført enda flere intensitetsmål, men nå utformet slik at ulike frekvenser er vektet etter hvordan øret oppfatter lyd. Det finnes ulike vektfunksjoner, noe som gir opphav til dB(A)-skala, dB(B)-skala m.m. Figur 6.17 viser eksempler på de vanligste vektkurvene.



Figur 6.17: Vektkurver som brukes når vi skal angi opplevd lydstyrke i et signal som har mange ulike samtidige frekvenser. Kurvene gir opphav til dB(A)-mål, dB(B)-mål osv. Figuren er en noe omarbeidet versjon av en som fantes på <http://en.wikipedia.org/wiki/A-weighting> den 18. feb. 2012.

Kurvene viser at lave frekvenser ikke teller like mye som midlere frekvenser når dB(A)-mål skal fastsettes, sammenlignet med en ren dB-skala som definert i ligning (6.14).

[♠ ⇒ Disse kurvene er slik å forstå: Anta at en lyd består av et rent 100 Hz signal og et rent 1000 Hz signal. Anta at begge bestanddelene hver for seg er like sterke i dB(SPL)-skalaen, f.eks. 80 dB(SPL) hver. Lydintensiteten for det sammensatte signalet ville da i en dB(SPL)-skala bli:

$$\begin{aligned}
 L &= (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{p_{\text{tot}}^2}{p_{\text{abs.ref}}^2} = (10 \text{ dB(SPL)}) \log \frac{p_{100\text{Hz}}^2 + p_{1000\text{Hz}}^2}{p_{\text{abs.ref}}^2} \\
 &= (10 \text{ dB(SPL)}) \log 2 \frac{p_{1000\text{Hz}}^2}{p_{\text{abs.ref}}^2} = 3 + 80 \text{ dB(SPL)} = 83 \text{ dB(SPL)}
 \end{aligned}$$

I en dB(A)-skala ville imidlertid beregningen se slik ut: Bidraget fra 1000 Hz signalet skal vektet med en vektfaktor 1.0, det vil si effektivt som 80 dB(SPL). Bidraget fra 100 Hz signalet skal imidlertid vektet med en faktor -20 dB, det vil si at vi må trekke 20 dB vekk fra de 80 dB lyden ville hatt i en dB(SPL)-skala, når den trekkes inn i en dB(A)-skala. 80 dB(SPL) svarer til at

$$\frac{p^2}{p_{\text{abs.ref}}^2} = 10^8$$

og 60 dB(vektet) svarer til at

$$\frac{p^2}{p_{\text{abs.ref}}^2} = 10^6$$

Totalt får vi da:

$$L = (10 \text{ dB(A)}) \log \frac{p_{tot,vektet}^2}{p_{abs.ref}^2} = (10 \text{ dB(A)}) \log \left(\frac{p_{100Hz,vektet}^2}{p_{abs.ref}^2} + \frac{p_{1000Hz,vektet}^2}{p_{abs.ref}^2} \right)$$
$$= (10 \text{ dB(A)}) \log(10^6 + 10^8) = 80.04 \text{ dB(A)}$$

Lyden ved 100 Hz har med andre ord langt mindre å si for opplevd lydintensitet sammenlignet med lyd ved 1000 Hz.

⇐ ♠]

Oftest ser vi tabeller med lydstyrker i ulike omgivelser, og et eksempel kan være:

Hørselsgrensen ved 1000 Hz . . .	0 dB(A)
Hvisking	20 dB(A)
Svak radio hjemme	40 dB(A)
Samtale	60 dB(A)
Bytrafikk generelt	70 dB(A)
Kraftig musikk	100 dB(A)

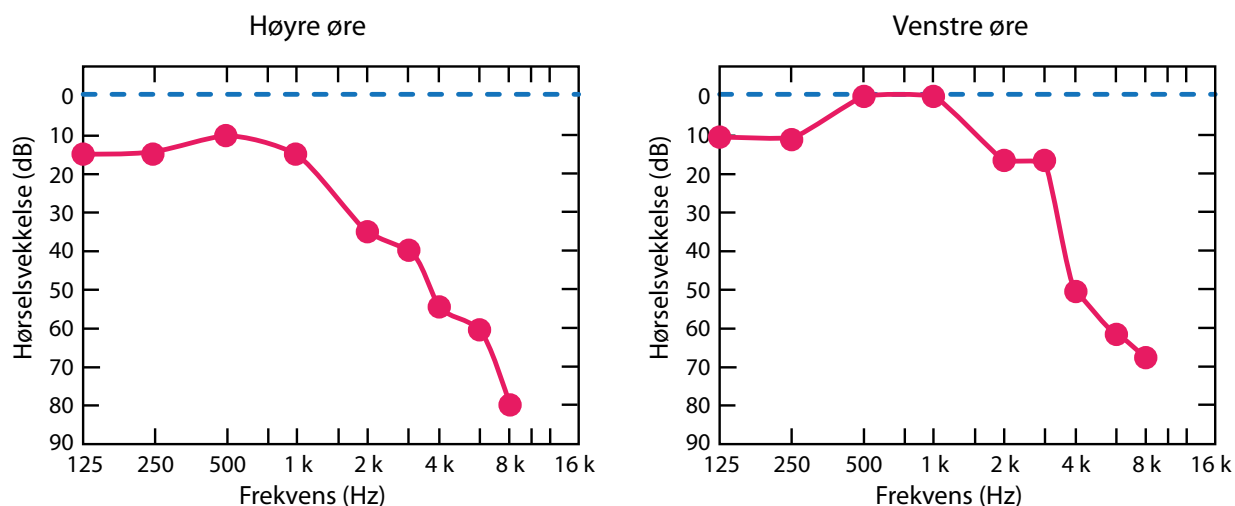
Oftest angis det ikke hvilken dB-skala det virkelig er snakk om, men den mest vanlige i slike sammenhenger er dB(A)-skalaen. Egentlig er denne ikke den beste når lydstyrken er stor, så når lyd fra jetmotorer måles, brukes gjerne dB(D) i stedet. I prinsippet bør vi angi lydstyrker i dB(A), dB(B) etc i stedet for bare dB, først og fremst for å poengtere at tallene inngår i en absolutt skala, og at det er foretatt en vektning av bidrag fra ulike frekvenser slik at vi avspeiler *opplevd lydintensitet* og ikke bare et rent fysisk effektmål.

For store lydintensiteter vet vi at:

85 dB(A)	gir hørselskader ved langvarig eksponering
120 dB(A)	gir hørselskader ved akutt eksponering
130 dB (A)	gir smerter (“Smertegrensen”)
185 dB(A)	gir vevskader.

Tall som dette varierer fra kilde til kilde, og må tas med en viss klype salt. Det er imidlertid helt klart at kraftig lyd kan ødelegge hårene i kontakt med basillarmembranen i det indre øret. Alt for mange angrer på at de har latt seg friste til å lytte til så kraftig musikk at hørselskaden ble permanent. Merk forøvrig at ved svært kraftig lyd, ristes rett og slett vanlig vev i kroppen i stykker slik at kroppen som sådan degenererer helt. Kraftig lyd er ikke å spøke med!

Vi kan få testet vår hørsel hos en audiolog, eller ved å bruke tilgjengelige dataprogrammer og datamaskinens lydkort (men presisjonen er da ofte så som så). Ja, det finnes til og med programmer for iPhone for denne type test. Resultatet fra en hørselstest angis ofte som et såkalt audiogram, og et eksempel er gitt i figur 6.18. Et audiogram er laget slik at dersom vi



Figur 6.18: Eksempel på audiogram tatt opp hos en audiolog. Kurven viser aldersbetinget nedsatt hørsel hos en 60 år gammel mann. Se tekst for forklaring.

har normal hørsel, skal audiogrammet være en horisontal, rett kurve på 0 dB-nivå (som den blå stiplede linjen i figuren). Har personen nedsatt hørsel for enkelte frekvenser, vil kurven ligge under 0-nivået. Avstanden til nullinjen angir hvor stor forskjell det er i følsomhet hos testpersonen ved den aktuelle frekvensen sammenlignet med normalen.

Figur 6.18 viser at personen som er testet har normal hørsel for 500 og 1000 Hz på venstre øret, men har hørseltap på alle andre frekvenser. Hørseltapet er hele 80 dB på høyre øret ved 8 kHz. Det betyr at personen praktisk talt er døv ved høye frekvenser. Dette er et eksempel på såkalt aldersbetinget nedsatt hørsel. Det er ikke rart at eldre har problemer med å forstå samtaler mellom folk, for det viktigste frekvensområdet i denne sammenheng er mellom 500 og 4000 Hz.

[♠ ⇒ Kommentar: Dere har tidligere jobbet med fouriertransformasjon av lyd. Dersom fourierspekteret med egnet kalibrering gir et mål for lydintensiteten ved ulike frekvenser, burde du ved hjelp av kurvene i figur 6.17 kunne regne deg fram til dB(A)-verdier, dB(B)-verdier m.m. Som du skjønner kan du lage ditt eget lydmålingsinstrument! (Men kalibrering må til!) ⇐ ♠]

Til slutt defineres enda en dB-skala som er mye brukt i fysikk, nemlig dBm-skalaen. Dette er en absolutt skala hvor I_0 er valgt lik 1 mW. dBm-skalaen brukes i mange deler av fysikken, ofte knyttet til elektronikk, men sjeldent ved angivelse av lydnivå. Målet brukes gjerne for å angi f.eks. utstrålt effekt eksempelvis fra en antenne. Dersom en kilde gir fra seg 6 dBm, betyr det at utstrålt effekt er

$$10^{6/10} \text{ mW} = 4 \text{ mW}$$

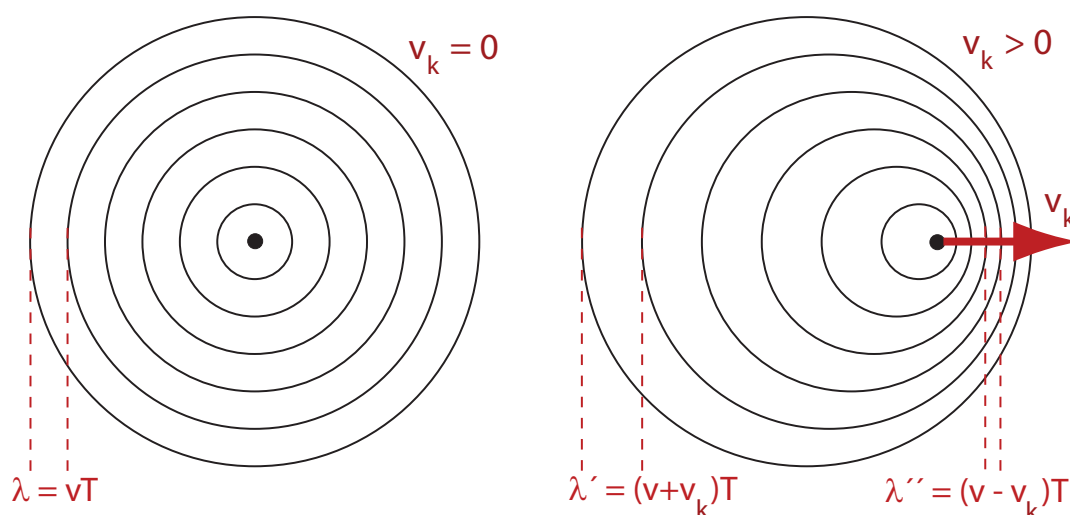
6.9 Doppler-effekt

De fleste av oss kjenner til at lyden fra en sykebil under utrykning endrer tonehøyde når bilen passerer oss. Fenomenet kalles *doppler-effekt*. Vi skal nå utlede et matematiske uttrykk for frekvensendringen vi observerer.

Lydbølger går med en viss hastighet *i forhold til mediet bølgen beveger seg i*. Uansett hvilken hastighet kilden har, og uansett hvilken hastighet en observatør har, går lydbølgen ufortredent gjennom f.eks. luft med hastigheten $v = \sqrt{K/\rho}$ (størrelser definert tidligere).

Til venstre i figur 6.19 er det vist bølgefrontene karakterisert ved maksimum i lufttrykkbølgene fra en kilde som er i ro. Lyden brer seg jevnt ut i alle retninger, og så lenge kilden ikke flytter på seg, vil alle bølgefrontene ha samme sentrum. Til høyre i samme figur er det vist bølgefrontene når kilden til lyden har flyttet seg mellom hver gang en trykkbølge startet ut. Deretter går hver av trykkbølgene ufortrødent videre med lydhastigheten (f.eks. i luft).

Det betyr at en observatør som er plassert slik at lydkilden nærmer seg, vil oppleve at bølgetoppene kommer oftere (flere bølgetopper per sekund) enn om kilden var i ro. For en observatør som er plassert slik at lydkilden fjerner seg, blir det motsatt. Det betyr at frekvensen en observatør opplever, vil være forskjellig i de to situasjonene.



Figur 6.19: Lydbølger brer seg ut med samme hastighet i alle retninger i mediet lydbølgene går gjennom. Bølgetoppene ligger like langt fra hverandre dersom kilden er i ro i forhold til luften. Beveger kilden seg i forhold til luften med hastigheten v_k , ligger bølgetoppene tettere på den ene siden enn på den andre. Lydhastigheten er angitt som v .

Når observatøren står i ro i forhold til luften, vil lydbølgene strømme mot ham med lydhastigheten v . Når den effektive bølgelengden er som vist i høyre del av figuren, følger det

at frekvensen som observatøren hører, f_o er:

$$f_o = \frac{v}{\lambda_{eff}}$$

Når lydkilden med periodetid T og frekvens $f_k = 1/T$ nærmer seg observatøren med hastigheten v_k , følger:

$$f_o = \frac{v}{(v - v_k)T}$$
$$f_o = \frac{1}{1 - v_k/v} f_k \quad (6.16)$$

hvor v er lydhastigheten i luft. For en observatør hvor kilden fjerner seg, blir minustegnet erstattet med pluss.

Denne versjonen av Doppler-effekt kan beskrives ved at bølgehastigheten i forhold til observatøren er lik lydhastigheten i luft, mens effektiv bølgelengde er forskjellig fra en situasjon hvor både kilde og observatør er i ro.

En annen vri av Doppler-effekten får vi når kilden står i ro, men observatøren beveger seg. Da er hastigheten til bølgetoppene relativt til observatøren forskjellig fra lydhastigheten i luft generelt. Bølgelengden er imidlertid uendret.

Frekvensen som observatøren da opplever, vil være proporsjonal med effektiv hastighet til bølgetoppene i forhold til observatøren, sammenlignet med hastigheten bølgene hadde nådd observatøren med dersom han og kilden stod i ro. For en stillestående kilde, og observatør i bevegelse med hastigheten v_o i retning mot kilden, følger da:

$$f_o = (1 + v_o/v) f_k \quad (6.17)$$

hvor f_k igjen er frekvensen til kilden.

Det er fullt mulig å kombinere de to variantene av Doppler-effekt vi har behandlet ovenfor, slik at vi får et mer generelt uttrykk som gjelder for situasjoner hvor både observatør og kilde er i bevegelse i forhold til lufta der lyden brer seg utover.

I ligning (6.17) kan frekvensen f_k erstattes med den frekvensen en observatør (indeks o) hadde opplevd dersom kilden (indeks k) var i bevegelse, altså med f_o fra ligning (6.16). Resultatet blir:

$$f_o = \frac{v + v_o}{v - v_k} f_k \quad (6.18)$$

Her er v lydhastigheten i luft (f.eks. 344 m/s). v_k og v_o er hhv kildens og observatørens hastighet relativt til luften lyden går gjennom. I likningen ligger det følgende fortegnskonvensjon: Dersom kilden beveger seg mot observatøren med en hastighet v_k *relativt til luft*, er v_k positiv. Dersom observatøren beveger seg i retning mot kilden med hastigheten v_o *i forhold til lufta*, er v_o positiv.

Merk at fortegnet er gitt ut fra relativ bevegelse mellom kilde og observatør slik som angitt ovenfor, mens selve størrelsen på hastighetene er angitt i forhold til luft (eller det mediet som lydbølgen brer seg gjennom).

Dopplerskift utnyttes i dag i ultralyddiagnostikk. I figur 6.20 er det vist et ultralydbilde av et hjerte, og i en viss sektor av bildet er det lagt til en markering i farger som viser om blodcellene beveger seg mot oss eller fra oss. Bildet viser en pasient som har en hjerteklaff som ikke lukker ordentlig når hjertekammeret trekker seg sammen.

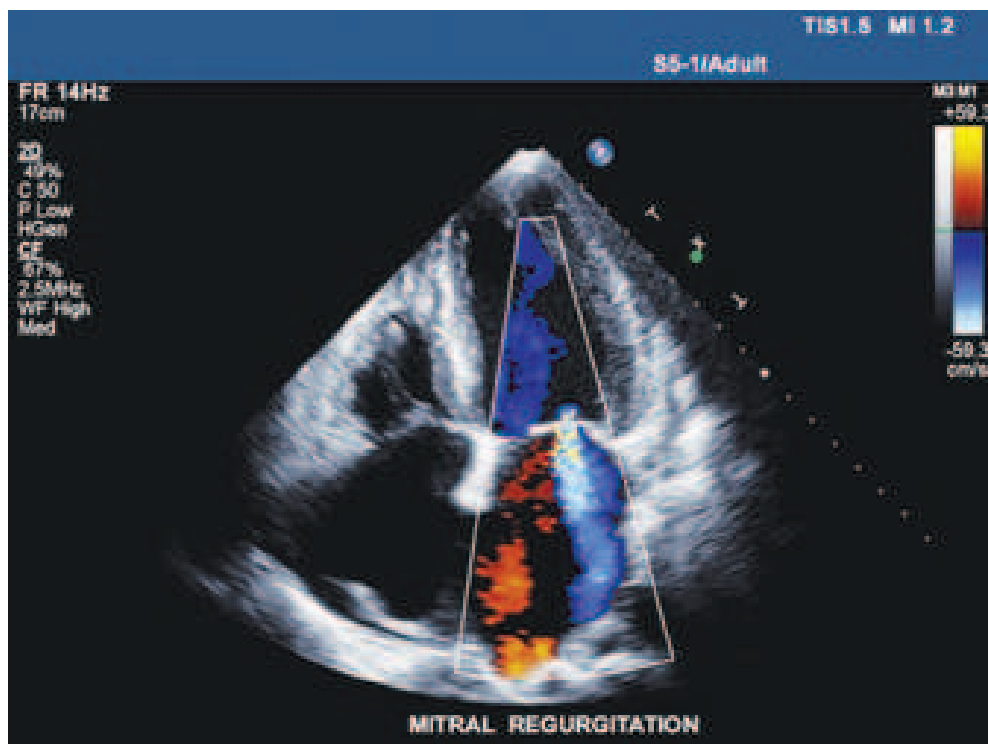
6.9.1 Doppler for elektromagnetiske bølger

Doppler-effekt for lydbølger preges av en konstant lydhastighet i forhold til mediet lyden går gjennom. For elektromagnetiske bølger er situasjonen en helt annen. Lyshastigheten er på en litt uforståelig måte knyttet opp til hele vårt rom/tidsbegrep, og lyshastigheten i vakum er den samme uansett hvilken hastighet kilden beveger seg med og uansett hvordan en observatør beveger seg. Når bølgelengder måles, observeres lengdekontraksjoner på grunn av relativistiske effekter, og tidsdilatasjon/kontraksjon som følge av relativistiske effekter. Utleddningen av Doppler-effekt for elektromagnetiske bølger blir derfor noe mer komplisert enn for lyd, og vi nøyer oss med å bare gjengi det aktuelle uttrykket.

Dopplerskift for elektromagnetiske bølger i vakum er gitt ved:

$$f_o = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} f_k \quad (6.19)$$

Her er c lyshastigheten, og v hastigheten til *kilden relativt til observatør*, $v > 0$ dersom de to nærmer seg hverandre. f_k er som før frekvensen til bølgene som kilden sender ut.



Figur 6.20: Ultralydbilde av et hjerte, sammen med ultralyd-doppler markering av blodstrømmen i en viss fase av hjerterytmen. Bildet viser at hjerteklaffen ikke lukker seg ordentlig under hjertekammerkontraksjonen. Bildet er gjengitt med tillatelse fra Vingmed. Det er vanskelig å forstå et enkeltbilde som dette. Video av slike undersøkelser er ofte lettere å skjønne. En video som anbefales finner du på <http://library.thinkquest.org/05aug/01883/ultrasound3.htm> (per. 17. feb. 2013).

Denne relasjonen viser at lys fra fjerne galakser vil observeres med en lavere frekvens dersom galaksene fjerner seg fra oss. Effekten er velkjent og går under navnet “rødforskyvning” i de observerte spektrene.

Rødforskyvningen er sterk ved observasjon av lys fra fjerne galakser, siden disse (i tråd med Big Bang modellen for universet) beveger seg fra oss med stor hastighet. Effekten er så sterk at deler av det synlige spekteret er forskjøvet inn i det infrarøde området.

Dette er én grunn til at romteleskopet James Webb har detektorer i det infrarøde området.

6.10 Sjokkbølger

Fra høyre del av figur 6.19 går det fram at trykkbølgene ligger tettere framfor en lydkilde som beveger seg relativt til luft enn om kilden hadde stått i ro. Det lå imidlertid implisitt en antakelse i figuren, nemlig at lydkilden aldri tar igjen lydbølgene den genererer. Med andre ord, lydkilden beveger seg med en hastighet mindre enn lydhastigheten i luft (eller

mediet vi betrakter).

Hva skjer dersom lydkilden beveger seg *raskere* enn lydhastigheten? Forholdene blir da som vist i figur 6.21. For å komme fra tilfellet nederst i figur 6.19 til 6.21, må vi imidlertid gjennom en situasjon der kilden beveger seg akkurat like fort som lyden. I denne situasjonen vil trykkbølgene på forsiden av kilden bli liggende oppå hverandre, og vi kan få enorme trykkvariasjoner innenfor relativt korte avstander. Denne situasjonen kalles “lydmuren”.

Det skal betydelig energi til for å trenge gjennom trykkbølgen vi kaller lydmuren. Intensiteten i sjokkfronten kan komme opp i 160-170 MW/m². Og kanskje enda viktigere: Gjenstanden som skal “gå gjennom lydmuren” må være kraftig bygget for å tåle påkjenningene når trykkvariasjonene blir meget store over objektet. Lydintensiteten i sjokkbølgen er om lag 200 dB, slik at personer om bord i et fly som går gjennom lydmuren må skjermes betydelig for å ikke få varige skader.

Merk: Det er ikke lyden av motoren på flyet som gir opphav til sjokkbølgen. Det er rett og slett trykkbølgen som skyldes at flykroppen trenger seg fram gjennom luften. Motorlyden kommer som et tillegg til denne hovedbestandelen til trykkbølgen.

Lydhastigheten i luft angis gjerne som 340 eller 344 m/s. Omgjort til kilometer per time får vi ca 1230 km/t. Jagerfly kan fly raskere enn dette, og bryter da lydmuren på vei mot de høyeste hastighetene.

Hastigheten til supersoniske fly angis i antall Mach, hvor:

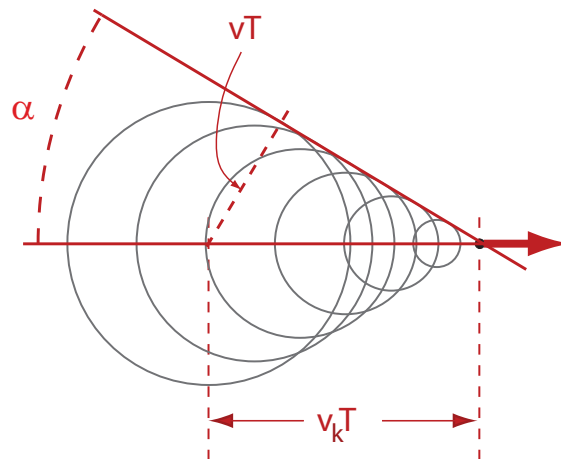
$$v \text{ målt i Mach} = \frac{v_{fly}}{v_{lyd}}$$

Concorde-flyet hadde en normal marsjhastighet over Atlanteren på ca 1.75 Mach, men hadde en toppfart på ca 2.02 Mach. Romferjen hadde en hastighet på opp mot 27 Mach. Husk forresten i denne sammenheng at lydhastigheten i tynn luft langt oppe i atmosfæren er forskjellig fra lydhastigheten ved bakken.

Fra figur 6.21 går det fram at sjokkbølgen danner overflaten til en kjegle etter flyet som lager bølgen. Åpningsvinkelen i kjegleflaten er gitt ved:

$$\sin \alpha = \frac{v_{lyd} \cdot t}{v_{fly} \cdot t} = \frac{v_{lyd}}{v_{fly}}$$

Når et supersonisk fly flyr høyt oppe i luften, vil flyet passere en observatør på bakken flere sekunder før observatøren hører lyden fra flyet. Først når sjokkbølgen når bakken der observatøren er, vil hun/han høre flyet, og da gjerne som et lite smell idet trykkbølgen på



Figur 6.21: Bak et supersonisk fly danner det seg en sjokkbølge som har form som en kjegleflate med flyet i spissen. Vinkelen på kjegleflaten avhenger av hvor mye raskere flyet beveger seg enn lydhastigheten.

kjegleoverflaten passerer. Smellet som høres svarer derfor *ikke* til tidspunktet da flyet går gjennom lydmuren, men bare til tidspunktet sjokkbølgen som danner seg når observatøren.

For Concorde-flyet hadde sjokkbølgen et trykk på ca 50 Pa ved bakken når flyet fløy i en høyde på 12000 meter. Det var da lett å høre smellet fra sjokkbølgen en kort tid etter at flyet hadde passert. På samme måte kunne vi i Los Angeles distriktet høre et smell når romferjen kom inn for landing på landingsstripen i ørkenen litt nordøst for byen.

Historisk sett var det det amerikanske Bell X-1 rakettdrevne flyet som første gang brøt lydmuren. Det skjedde 14. oktober 1947. Flyet oppnådde da en fart på 1.06 Mach.

6.10.1 Eksempel: Helikoptere *

Det er få som tenker på helikoptere når vi snakker om overlydhastighet, men det må vi faktisk gjøre. Et Black Hawk helikopter har rotorblad som roterer om lag 258 ganger per minutt. Det tilsvarer ca 4.3 rotasjoner per sekund.

Rotorbladene har en lengde på 27 fot, som svarer til om lag 9 meter.

Hastigheten ytterst på rotoren for et stillestående helikopter (med rotoren i gang) er da:

$$\frac{2\pi r}{1/4.3} \text{ m/s} = 243 \text{ m/s}$$

Dersom helikopteret kjører med en hastighet på 100 km/t i forhold til lufta, vil hastigheten ytterst på rotoren i forhold til lufta bli 360 m/s på en side av helikopteret. Dette er omtrent lik lydhastigheten!

Konstruktører av helikoptere må faktisk balansere rotorhastighet og rotasjonshastighet og fart på en slik måte at vi unngår problemer med lydturen. Det at hastigheten til ytterkanten av rotoren ikke holder samme hastighet i forhold til lufta gjennom en hel omdreining, gjør at vi har litt å gå på i forhold til et supersonisk fly.

Det kan forresten være artig å regne ut radiell akselerasjonen for et punkt ytterst på en helikopterrotor. Med utgangspunkt i tallene ovenfor, følger:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{243^2}{9} \text{ m/s}^2$$

$$a_r = 6561 \text{ m/s}^2 \approx 670 g$$

Det er med andre ord enorme krefter som virker på rotoren, og materialet må være feilfritt for å unngå ulykker. Det er ikke uvanlig at et rotorblad koster over 1 million kroner pr stk.

6.11 Læringsmål

Etter å ha jobbet deg gjennom dette kapitlet bør du kunne:

- Gjøre rede for generelle trekk ved refleksjon og transmisjon av bølger ved en grenseflate mellom to medier med ulik impedans.
- Gjøre rede for betingelser for å få stående bølger, og hva som karakteriserer slike bølger.
- Gjøre rede for hva som bestemmer tonehøyden for noen ulike musikkinstrumenter og hvordan vi kan oppnå ulike tonehøyder med ett og samme instrument.
- Kunne beregne frekvensen (omtrentlig) for en svingende streng og for et blåseinstrument.
- Gjøre rede for hva vi mener med et frekvensspekter, grunnfrekvens og harmoniske, når lyd analyseres ved hjelp av f.eks. fouriertransformasjon.
- Gjøre rede for en temperert skala og kunne beregne frekvensen til en hvilken som helst tone på et piano.
- Forklare hva som menes med en svevelyd, og kunne utlede et matematisk uttrykk som viser at sveving har noe med lydintensiteten å gjøre.
- Kunne beregne (når formler er oppgitt) amplitude for bevegelse av luftmolekyler og amplitude for trykkbølgen ved harmonisk lydbølge med angitt dB-verdi.
- Gjøre rede for dB, dB(SPL), dB(A) og dBm-skalaen.
- Gjøre rede for årsaken til Dopplerskift i ulike sammenhenger, kunne utlede formler som gjelder for Dopplerskift i luft, og kunne gjennomføre beregninger basert på disse formlene.
- Gjøre rede for sjokkbølger, spesielt "lydmuren" ved supersoniske fly o.l.

6.12 Oppgaver

Forståelses- / diskusjonsspørsmål

1. Ved ultralydundersøkelser av f.eks. et foster, må det være minst like mye reflektert lyd fra grenseflaten mellom livmorvegg og fostervannet som mellom fostervannet og fosteret. Hvorfor vil ikke reflektert lyd fra den første grenseflaten ødelegge bildet av fosteret?
2. Noen pianostemmere baserer stemmingen på en medbrakt frekvensteller alene. Mange mener at det ikke gir noe god stemming. Kan du gi en rimelig forklaring på en slik skepsis?
3. Forsøk å gi en verbal beskrivelse av hva som skjer fysisk sett idet vi *begynner* å blåse luft inn i en orgelpipe og helt til lyden blir stabil.
4. Vi kan lage en tone ved å blåse luft gjennom et rett rør. Ved å endre strammingen av leppene, kan vi få til ulike tonehøyder. Hvordan henger det sammen? Hvordan er bølgemønsteret inne i røret ved noen av lydene som kan frembringes? Hvordan vil du tro at frekvensspekteret ser ut?
5. Kan vi få en stående bølge ved å addere to bølger som beveger seg i motsatt retning av hverandre, der den ene har større amplitude enn den andre, men samme frekvens? Kan vi få en stående bølge dersom vi adderer to bølger som beveger seg i motsatt retning av hverandre, der den ene har større frekvens enn den andre, men samme amplitude?
6. Er stående bølger alltid kvantisert? Forklar.
7. I musikken er en oktav karakterisert ved at frekvensen f.eks. til en høy C er dobbelt så stor som frekvensen til en C en oktav lavere. Dersom vi har en korrekt stemt gitar, og vi vil leke oss med å stramme en streng slik at den kommer en oktav høyere enn den normalt skal være. Hvor mye mer stramming må da til? [Er dette en selskapslek som kan anbefales?]
8. En fiolinist berører en streng så vidt på midten mens hun stryker buen over strengen. Hva oppnår hun med dette trikset?
9. Når lyd går fra luft til vann, hvilken av følgende størrelser holder seg konstant: Bølgelengde, bølgehastighet, frekvens, utslag (i posisjon) for molekylene som bringer lyden videre?
10. På en trompet kan vi spille forskjellige toner ved å trykke på ventiler som fører til at lufta går gjennom bøylere (av ulik lengde) som forlenger effektiv lengde på luftstrengen innenfor instrumentet. Hvordan kan vi spille forskjellige toner på et "posthorn" eller lignende instrumenter der vi ikke kan forlenge effektiv lengde? Kan vi spille samme

type melodier på et slikt instrument som f.eks. på en trompet?

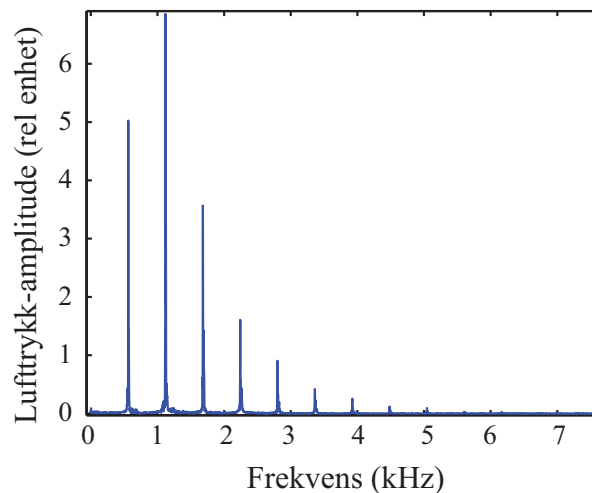
11. Dersom vi inhalerer helium og prater, får vi en “Donald Duck stemme” som er lys og skrikende. Hva er grunnen til det? [Husk at å inhalere for mye helium kan gi helseskader og død, så vær forsiktig dersom du forsøker å teste ut dette i praksis!]
12. Når vi spiller på en akustisk gitar, blir klangen forskjellig alt etter om vi klipper på strengene helt ned mot tverrbåndet hvor strengen slutter sammenlignet med dersom vi klimprer på strengen nær hullet i gitaren (eller enda nærmere midt på strengen). Hva er grunnen til forskjellen i tonekvalitet? Og hvordan vil du karakterisere forskjellen?
13. Går det an å si som så: Å legge til X dB i lyden svarer til å multiplisere intensiteten til den opprinnelige lydbølgen med et bestemt faktor?
14. Fortell kort hva som er forskjellen mellom dB, dB(SPL), dB(A) og dBm.
15. Ved en orgelkonsert merket en lytter seg at etter at organisten hadde avsluttet spillingen, tok det likevel noen få sekunder før lyden forsvant helt. Hva er grunnen til at lyden gradvis går mot null? Og hvor blir det av den energien som var i den opprinnelige lyden?
16. Anta at vi står stille et sted og hører en fabrikkpipe varsle at arbeidsdagen er slutt. Det blåser nokså friskt fra fabrikkpipa mot oss. Vi vil merke et Dopplerskift i lyden?
17. Innbyggere i Los Angeles kunne merke når romfergen var på vei mot landing i ørkenstrøkene litt nord-øst for byen. Forklar hvilket fenomen vi kunne basere oss på, og hvordan geometrien var når vi observerte dette fenomenet.

Regneoppgaver

18. En orgelpipe er 3.9 m lang. Orgelpipen er åpen i enden. Hvilken tone antar du at orgelpipen gir fra seg (sammenlign med figur 6.14).
19. Lengden på den fri delen av strengene på en gitar er 65 cm (dvs den delen som kan svinge). Klemmer vi ned G-strengen i femte båndet, får vi en C. Hvor må det femte båndet være plassert på gitarhalsen? G-en har en frekvens om lag 196.1 Hz og C-en om lag 261.7 Hz.
20. Bruk info og svar fra forrige oppgave. For hver halvtone vi går opp fra der vi er, må frekvensen øke med en faktor 1.0595. Beregn posisjonen til første båndet, og til sjette båndet. Er avstanden mellom båndene (målt i antall millimetre) identiske langs gitarhalsen? Vis at avstanden mellom båndene er gitt ved 0.0561 ganger lengden til strengen da den var klemmt inn i forrige bånd.
21. Sjekk frekvensene som er angitt i figur 6.14. Dersom vi brukte lydanalyse vha. fouriertransformasjon for å bestemme frekvensen, hvor lang tid måtte vi da ha samlet lyden for å få en slik presisjon? Er dette en realistisk måte å bestemme frekvensen

nøyaktig på? Er det mer realistisk å angi frekvensen med fem gjeldende siffer for de høyeste frekvensene?

22. Anta (foreløpig) at intensiteten til lyden som kommer fra et kor er proporsjonalt med antall sangere. Hvor mye kraftigere, angitt i en desibelskala, vil et kor på 100 korister lyde sammenlignet med et kor på fire personer (en kvartett)?
23. Figur 6.22 viser frekvensspekteret til en trompetlyd.
- a) Angi frekvens og relativ trykk-amplitude for de fem første harmoniske.



Figur 6.22: *Frekvensspekteret til en trompet.*

- b) Hva er frekvensen til den femte overtonen?
- c) Anta at grunntonen har en lydintensitet lik 50 dB(SPL). Beregn lydintensiteten i dB(SPL) for hele trompetlyden (nok å ta med de første fire (eller fem) harmoniske).
- d) Beregn lydintensiteten i dB(A) for hele trompetlyden (nok å ta med fire harmoniske).
24. Anta at en person ligger på en strand og lytter til en CD-spiller som står 1 meter fra hodet og at musikken har en intensitet på 90 dB. Hvor kraftig lyd vil en nabo på stranden som er fire meter unna høyttaleren høre musikken? Dersom naboen klager på lydnivået, hva kan den første personen gjøre for å bedre på forholdet? Presenter gjerne en beregning som kan belegge ditt forslag.
25. To strenger på et instrument blir begge stemt til å svinge ved 440 Hz. Etter noen timer merker vi at de ikke lenger har samme frekvens, for vi hører en svevetone på 2 Hz når vi lar begge strengene svinge samtidig. Anta at en av strengene fortsatt svinger ved 440 Hz. Hvilken (hvilke) frekvens(er) kan den andre strengen ha? Hvor mye har strammingen endret seg på den strengen som har mistet sin stemming?
26. I denne oppgaven skal vi sammenholde lydintensiteter, forflytningsamplituder og trykkamplituder. Husk å kommentere resultatene du kommer fram til i hvert delspørsmål!

- a) Hvor stor er forskyvingsamplituden for luftmolekylene når lydintensiteten er 0 dB(SPL) ved 1000 Hz? Gjenta samme beregning for lyd med intensitet 100 dB(SPL).
- b) Hvor stor er lydtrykkamplituden (både i pascal og i atmosfæres trykk) når lydintensiteten er 0 dB(SPL) ved 1000 Hz? Gjenta beregningen for lyd med intensitet 100 dB(SPL).
- c) Hvor stor er forskyvningsamplituden og trykkamplituden for lyd med frekvensen 100 Hz og intensiteten 100 dB(A) (!)?
- d) Det er en øvre grense for hvor stort lydtrykkamplituden kan være dersom lyd-bølgen skal være tilnærmet harmonisk (sinusformet). Hvilken grense er dette? Hvor kraftig ville lyden være ved denne grensen (angitt i dB(SPL))?
27. Anta at du kjører bil i 60 km/t og hører at en politibil med sirener nærmer seg bakfra og kjører forbi. Du merker den vanlige endringen i lyd idet bilen passerer. Anta at politibilen kjører i 110 km/t og at den øvre frekvensen i sirenen har en frekvens på 600 Hz dersom vi hadde lyttet til sirenen i politibilen. Hvilke frekvenser opplever vi å høre før og etter at politibilen har kjørt forbi oss?
28. Anta at et jagerfly tar av fra Bodø flyplass og når 1.75 Mach allerede ved 950 m høyde. Hvilken vinkel har sjokkbølgen? Hvor lang tid tar det fra flyet passerer direkte over en person på bakken før personen merker sjokkbølgen? Se bort fra endringer i lyd hastighet med høyden.
29. Ved en ultralydundersøkelse av et foster benyttes dopplereffekten for å måle hastigheten til hjertebevegelsen i fosteret. Lyden har en frekvens på 2.000000 MHz (2 MHz sharp), men lyden tilbake har en frekvens på 2.000170 MHz. Hvor stor hastighet hadde den delen av fosterets hjerte hvor lyden ble reflektert fra, i den korte perioden der denne målingen ble foretatt. Lyd hastigheten i fosteret er om lag 1500 m/s.
30. Krabbetåken er en gass-sky som kan observeres også med små teleskop. Den er restene etter en supernova som ble sett på jorda 4. juli 1054. Gass i de ytterste lagene av skyen har en rød farge som kommer av varm hydrogengass. På jorden har hydrogen-alfa-linjen $H\alpha$ en bølgelengde på 65562.82 Å. Når lyset fra Krabbetåken studeres, har $H\alpha$ -linjen en *bredde* på 56.942 Å.
- a) Beregn hvilken hastighet gassen i ytre del av Krabbetåken beveger seg med. [Anta at lyshastigheten er 3.0e8 m/s, og at relativistisk dopplerskift for elektromagnetiske bølger tilnærmet kan gis som $f_{observ} = (1 - v/c)f_{kilde}$ dersom kilden beveger seg med hastigheten v vekk fra observatøren.]
- b) Anta at gassen i den ytre delen av skyen har beveget seg med samme hastighet helt siden supernovaen “gikk i lufta”. Estimer størrelsen av Krabbetåken slik den ser ut nå. Angi svaret både i meter og i lysår.
- c) Vinkeldiameteren til Krabbetåken når vi ser den fra Jorden er om lag 5 bueminutter. Et bueminutt er 1/60 av en grad. Estimer avstanden (i lysår) til Krabbetåken.
- d) Når fant egentlig eksplosjonen av stjernen sted (om lag).
- e) I virkeligheten er ikke Krabbetåken sfærisk. Sett fra Jorda ser krabbetåken mer elliptisk ut med største og minste vinkeldiameter på hhv 420 og 290 buesekunder.

Selv i dag kjenner vi ikke avstanden til Krabbetåken særlig nøyaktig. Kan du gi en god grunn til unøyaktigheten ut fra den beregningen du har foretatt?

31. En pianostemmer stemmer først alle tre C-strengene (som alle blir aktivisert av én tangent) slik at de får frekvensen 261.63 Hz. [Hun starter egentlig ut med en annen frekvens, men la oss ta dette utgangspunktet her.] Hun ønsker nå å stemme F-strengene ved å ta utgangspunkt i C og bruke “renstemming” der frekvensen til F er nøyaktig $4/3$ av frekvensen til C. Dette gjør hun for samtlige tre F-strenger som anslås når vi trykker på tangenten. Hun skjevstemmer så én av de tre F-strengene ved å lytte til svevelyd-frekvensen hun får når hun trykker på tangenten. Ved å stille inn svevelyd-frekvensen korrekt, oppnår hun at strengen får korrekt frekvens i en temperert skala (og kan justere frekvensen på de to andre F-strengene etter denne første). Hvilken svevelyd-frekvens må hun velge?
32. I figur 6.14 er det angitt at høy C har frekvens 523.25 Hz og høy F 698.46 Hz.
 - a) Hvor mange halvtonetrinn er det mellom disse tonene?
 - b) Er frekvensene i samsvar med hva vi vet om en temperert skala?
 - c) Hva ville frekvensen for F-en vært dersom det var en renstemt skala?
 - d) Bruk Matlab eller Python for å plote tidsbildet av de to tonene (når vi ikke tar med overharmoniske), både for temperert og renstemt skala. Bruk gjerne samme amplitude på de to signalene som adderes. Pass på at du tar med tilstrekkelig mange perioder til at forskjellen kommer godt fram.
 - e) Angi en “oppskrift” for hvordan en pianostemmer skal få korrekt temperert stemming av F-en dersom vi antar at C-en er korrekt allerede?
33. Bruk tallene for lengden av luftsøylen i en trompet gitt i figur 6.12 for å sjekke:
 - a) At grunntonen er om lag en B (angi ca frekvens).
 - b) Sjekk at den ekstra veilengden luftsøylen får når ventil 1 er trykket ned, svarer omtrent til en heltone sammenlignet med ingen ventiler trykket ned. Går frekvensen opp eller ned når vi trykker på en ventil?
34. Gjør en fouriertransformasjon frekvensanalyse av lyden fra to ulike musikkinstrumenter (ta opp lyd selv via mikrofon og lydkort på en PC, på en mobiltelefon, eller bruk wav-filer som gjøres tilgjengelig fra websidene til kurset vårt). Bestem frekvensen på lyden (grunntonen) og finn hvilken tone på skalaen den tilsvare. Angi omtrent hvor mange harmoniske du finner.

