Løsningsforslag. Eksamen FYS 2130. 19. august 2005

Oppgave 1

a) Systemets naturlige svingefrekvens er $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{50\,\mathrm{N/m}}{2.0\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{0.80\,\mathrm{Hz}}}$

b) Vi antar at den dempende kraften, F_d er proporsjonal med hastigheten, v : $F_d = b \cdot v$ der b er en konstant. $b = \frac{F_d}{v}$

Med dempning blir frekvensen redusert og er:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{F_d / v}{2m}\right)^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{50}{2.0} - \left(\frac{8/0.5}{2 \cdot 2.0}\right)^2}\ Hz = \underline{\underline{0.48\,Hz}}$$

c) Når systemet er dempet kan amplituden ved tiden t skrives som: $A(t) = A_0 \cdot e^{-b \cdot t/2m}$ der A_0 er den opprinnelige amplituden ved t = 0. Vi kan fra dette skrive:

$$t = -\frac{2 \cdot m}{b}\ln\left[\frac{A(t)}{A_0}\right] = -\frac{2 \cdot 2.0}{8/0.5}\ln(0.01)\,\mathrm{s} = \underline{\underline{1.15\,\mathrm{s}}}$$

Oppgave 2

a) Vi finner uttrykk for bildeavstanden s′ fra speilformelen:
$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$. Multiplikasjon med s' og bruk av uttrykket for forstørrelsen $m = -\frac{s'}{s}$ gir $s' = f(1-m)$. Avstanden mellom bildet og objektet er

$$s - s' = -\frac{s'}{m} - s' = -s'(\frac{1}{m} + 1) = -f(1-m)(\frac{1}{m} + 1) = -\frac{R}{2}(1-m)(\frac{1}{m} + 1) = \underline{\underline{75.0\,\mathrm{cm}}}$$

b) Linsemakerformelen er $\frac{1}{f} = (n_2 - n_1) \cdot (\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b})$.

Hvis linseflaten med krumningsradius R_b er plan kan vi sette $R_b = \infty$. Luft har brytningsindeks n_1=1. Med $R_a = R$ kan linsemakerformelen skrives som

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \cdot \frac{1}{R}.$$

Hvis lysstrålene fra lyskilden skal komme ut parallelle etter å ha passert linsen må lyskilden være plassert i fokalpunket slik at objektavstanden = f. Krumningsradien til den krumme linseflaten er

$$R = f(n_2 - 1) = 2 \cdot (1.33 - 1)\ \mathrm{m} = \underline{\underline{0.66\ \mathrm{m}}}$$

c) Personen skal med kontaktlinser se et objekt i avstand s = 0.30 m skarpt. Objektet skal avbildes i avstanden s' = -1.0m. (Bildeavstanden er negativ fordi bildet er virtuelt.) Fra linseformelen $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$ får vi

$$f=\frac{s\cdot s'}{s+s'}=\frac{0.30\cdot(-1.0)}{0.30-1.0}\ \mathrm{m}=\underline{\underline{0.43\ \mathrm{m}}}$$

Oppgave 3

a) Siden horisontalkomponenten til det elektriske feltet på overflaten av lederen må være null må E-feltet til den reflekterte bølgen og den innkommende bølgen være motsatt rettet: $\vec{E}_{refl}(z,t)=-E_0\cos(kz-\omega t)\vec{i}$

Resultantfeltet blir da:

$$\vec{E}_{res}=E_0\cos(kz+\omega t)\vec{i}-E_0\cos(kz-\omega t)\vec{i}=$$

$$E_0\vec{i}\left[\cos kz\cdot\cos\omega t-\sin kz\cdot\sin\omega t-\cos kz\cdot\cos\omega t-\sin kz\cdot\sin\omega t\right]=\underline{\underline{-2E_0\sin(kz)\sin(\omega t)\vec{i}}}$$

Resultantbølgen er en stående bølge og fasehastigheten er 0.

b) Både den reflekterte og innkommende bølge er harmoniske bølger. Det tilhørende magnetfeltet til hver av disse bølgene vil svinge i fase med de korresponderende E-feltene og med retning slik at $\vec{E}\times\vec{B}$ peker i hver av bølgenes utbredelsesretning.

Magnetfeltet til den innkommende bølgen er $-B_0\cos(kz+\omega t)\vec{j}$ (merk at $\vec{E}\times\vec{B}$ peker i negativ z-retning)
Magnetfeltet til den reflekterte bølgen er $-B_0\cos(kz-\omega t)\vec{j}$ ($\vec{E}\times\vec{B}$ peker i positiv z-retning)

Resultantmagnetfeltet blir

$$-B_0\cos(kz+\omega t)\vec{j}-B_0\cos(kz-\omega t)\vec{j}=-2B_0\cos kz\cdot\cos\omega t\cdot\vec{j}=\underline{\underline{-2\frac{E_0}{c}\cos kz\cdot\cos\omega t\cdot\vec{j}}}$$

Magnetfeltet er null for $\cos kz=0$, dvs. når $kz=(2n+1)\frac{\pi}{2}$, $n=0,1,2\cdots$

Med $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ er $\underline{\underline{z=(2n+1)\frac{\lambda}{4}\ ,\ n=0,1,2,\cdots}}$

c) Poyntingsvektoren er

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}_{res} \times \vec{B}_{res} =$$

$$\frac{1}{\mu_0}(-2E_0 \sin(kz)\sin(\omega t)\vec{i}) \times (-2\frac{E_0}{c}\cos(kz)\cos(\omega t)\vec{j}) = \underline{\underline{\frac{E_0^2}{\mu_0 c}\sin(2kz)\sin(2\omega t)\vec{k}}}$$

Tidsmiddelet til S er tidsmiddelet til $\sin(2\omega t)$ og er lik 0. Dette innebærer at energitransporten er null (som ventet siden vi har en stående bølge).

Oppgave 4

a) Intensiteten i sentralmaksimum er $I = N^2 I_0 = \underline{\underline{4I_0}}$ når vi har N=2 spalter.

Intensitetsfordelingen er $I = I_0 \left(\frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} \right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}} \right)^2$ der φ er faseforskjellen mellom bølger fra de to spaltene etter at lyset har passert gjennom den. $\varphi = 2\pi \frac{d\sin\theta}{\lambda}$.

I har maksimalverdi når teller og nevner er null samtidig: $\varphi = \pm 2\pi$. Som gir $\sin\theta = \underline{\underline{\pm\frac{\lambda}{d}}}$

Nullpunkter for $\varphi = \pm\pi$, $\sin\theta = \underline{\underline{\pm\frac{\lambda}{2d}}}$.

b) Intensiteteten i sentralmaksimum er $N^2 I_0 = \underline{\underline{9I_0}}$

Med N=3 spalter er intensitetsfordelingen:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\frac{3\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} \right)^2$$

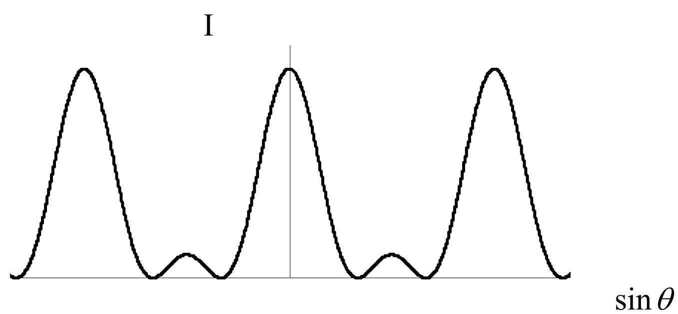
Første gang både teller og nevner er null er når $\frac{\varphi}{2} = \pm\pi$, dvs $\varphi = \pm 2\pi$ som gir

$\underline{\underline{\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{d}}}$ (som for to spalter).

Vi får nullpunkter mellom sentralmaksimum og 1. hovedmaksimum når teller=0 og nevner$\neq$ null. Dette inntreffer når $\frac{3\varphi}{2} = \pm\pi$ og $\pm 2\pi$ som gir

$\underline{\underline{\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{3d}, \pm\frac{2\lambda}{3d}}}$.

Figuren nedenfor viser intensitetsfordelingen.



c) Halvverdibredden er bestemt ved at intensiteten er halvparten av maksimalverdien. Dette er tilnærmet gitt ved halvparten av avstanden mellom de første nullpunkter på hver side av sentralmaksimum: $\underline{\underline{\frac{\lambda}{3d}}}$