Kortfattet løsningsforslag. Eksamen i FYS2130 høsten 2006

Oppgave 1

a)
Den oppgitte løsningen er $E(x,t) = E_0 e^{-x/\delta} \cdot e^{-i(x/\delta - \omega t)} = E_0 e^{-(1+i)x/\delta} \cdot e^{i\omega t}$
Innsatt i den oppgitte bølgeligningen får vi

$$-\frac{(1+i)^2}{\delta^2} \cdot E_0 e^{-(1+i)x/d} \cdot e^{i\omega t} = i\mu\sigma\omega E_0 e^{-(1+i)x/d} \cdot e^{i\omega t}$$
$$\frac{2i}{\delta^2} = i\mu\sigma\omega$$
$$\underline{\underline{\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}}}$$

b) Intensiteten er proporsjonal med kvadratet av den elektriske feltamplituden.

$$I(x) \propto E(x)^2 \propto E_0^2 e^{2x/\delta}$$

Med dempning på 0.1% får vi:

$$0.1\% = e^{-2x/\delta}$$
$$\delta = \frac{2x}{\ln 1000}$$

Siden $\sigma << \omega\varepsilon$ kan vi bruke uttrykket for δ i a):

$$\sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} = \frac{2x}{\ln 1000}$$

Bølgens frekvens i dybden x = 50 m er: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{\pi\sigma\mu} \cdot \left(\frac{\ln 1000}{2x}\right)^2 \approx \underline{\underline{281 \text{ Hz}}}$

Oppgave 2

a) Newtons 2.lov på klossen gir

$$-kx = m\ddot{x}$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

med $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ får vi $\underline{\underline{\ddot{x} + \omega^2 x = 0}}$

Svingeperioden er : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \underline{\underline{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}}$

Fra $x(t=0) = 0$ får vi:

$A \sin\varphi = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 0}}$

$\dot{x}(0) = v(0) = v_0 \Rightarrow A = \underline{\underline{\frac{v_0}{\omega}}}$

b) Newtons 2. lov på massen *m* gir:

$-kx + f_d = m\ddot{x}$

$-kx - b\dot{x} = m\ddot{x}$

$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

Som er på den ønskede formen med $\alpha = \frac{b}{m}$ og $\beta = \frac{k}{m}$.

c)

Den mekaniske energien til svingesystemet er

$E = E_{potensiell} + E_{kinetisk} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2$

Derivasjon gir:

$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}k \cdot 2x \cdot \dot{x} + \frac{1}{2}m \cdot 2 \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} = \dot{x}(kx + m\ddot{x}) = \dot{x}(-b\dot{x}) = -b\dot{x}^2 = \underline{\underline{-bv^2}}$

d) Når klossen er forskjøvet en avstand *x* fra like vektsstilling er kreftene på klossen F_1 fra fjær 1 og F_2 fra fjær 2.

Newtons 2.lov på *m*:

$F_1 + F_2 = m\ddot{x}$

$-k_1 x - k_2 x = m\ddot{x}$

$\ddot{x} + \frac{k_1 + k_2}{m}x = 0$

Vinkelfrekvensen er dermed

$\omega = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m}}$ og svingeperioden er $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \underline{\underline{\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{m}{k_1 + k_2}}}}$

Oppgave 3

a)

$$\mathbf{E}(x,t) = E_0 \cos\left[2\pi(\frac{x}{\lambda} + ft)\right]\mathbf{j}$$

$$\mathbf{B}(x,t) = \frac{E_0}{\lambda f}\cos\left[2\pi(\frac{x}{\lambda} + ft)\right]\mathbf{k}$$

b) Platen får en akselerasjon, a, pga strålingstrykket, p_{rad}. La arealet av den ene sideflaten være A. Newtons 2. lov på platen gir:

$$F = ma$$

$$p_{rad} \cdot A = \rho \cdot A \cdot d \cdot a$$

$$a = \frac{p_{rad}}{\rho d} = \frac{I/c}{\rho d} = \underline{\underline{\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2\rho d}}}$$

Her har vi benyttet at strålingstrykket på en fullstendig absorberende flate er I/c og Intensiteten til bølgen er $\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$.

Oppgave 4

a) Snells lov på overgang mellom medium 1 og medium 2:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1$$

Snells lov på overgang mellom medium 2 og medium 3:

$$n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3$$

$$n_2 \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 = n_3 \sin\theta_3$$

$$\sin\theta_3 = \frac{n_1}{n_3}\sin\theta_1$$

Totalrefleksjon i grenseflaten mellom medium 2 og medium 3 inntreffer når

$$\frac{n_1}{n_3}\sin\theta_1 > 1$$

$$\sin\theta_1 > \frac{n_3}{n_1}$$

som gir $\theta_1 > 48.6^o$.

b) Refleksjon i A gir faseforandring på 180° fordi $n_2 > n_1$. Derimot får vi ingen faseforandring ved refleksjon i B fordi $n_3 < n_2$. Hvis avstanden mellom A og B er t er betingelsen for destruktiv interferens:

$2t = m\lambda_2$ der λ_2 er bølgelengden i medium 2.

Sammenhengen mellom bølgelengden i vakuum λ_0 og bølgelengden λ i et medium med brytningsindeksen n er $\lambda = \lambda_0/n$. Da er

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2}\cdot\lambda_1$$

Den minste t som gir destruktiv interferens er for m=1:

$$t = \frac{\lambda_2}{2} = \frac{n_1}{2n_2}\lambda_1 = \underline{\underline{240 \text{ nm}}}$$