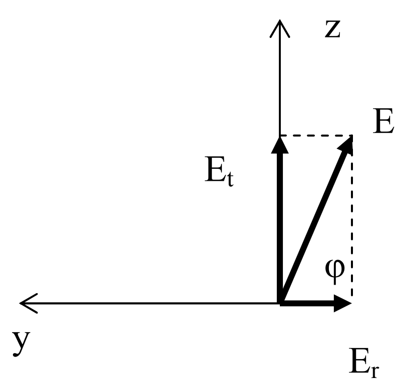
Løsningsforslag for avsluttende eksamen i FYS 2130 våren 2004.

Oppgave 1

a) Den midlere intensiteten av hver av de plane elektromagnetiske bølgene fra S1 og S2 er $\bar{I} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$. Siden intensiteten av den reflekterte og transmitterte bølge er redusert med 50% av sin opprinnelige verdi pga speilet er $\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2\right)$ der E er amplituden til den reflekterte eller transmitterte bølgen. Da er $E = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0$. Både den reflekterte og den transmitterte bølge er i fase for x > 0 og har et elektrisk felt som er rettet langs z-aksen. Da er det totale elektriske feltet for x > 0 også rettet langs z-aksen og feltet er polarisert i z-retningen. Poyntingsvektorens har samme retning som bølgens utbredelsesretning, dvs i positiv x-retning. Irradiansen er

$$\bar{I} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c\left(\frac{1}{\sqrt{2}}E_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}E_0\right)^2 = \underline{\underline{\varepsilon_0 c E_0^2}}\ .$$

b) Etter polarisasjonsfilterne vil E-feltet fra S_2 ligge i x-y-planet. De elektriske feltene fra den reflekterte og transmitterte bølgene er som vist i figuren under:



I figuren peker x-aksen inn i papirplanet. Amplituden til den transmitterte bølgen er som før $E_t = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$. Intensiteten av den reflekterte bølgen er redusert med 50% ved refleksjonen og i tillegg 50% etter å ha passert polarisasjonsfilterne. Amplituden til det reflekterte E-feltet er

$$E_r = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}E_0 = \frac{1}{2}E_0\ .$$

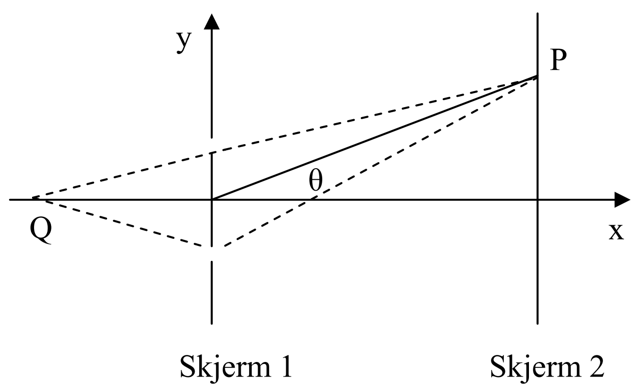
Det elektriske feltet til resultantbølgen ligger i y-z-planet normalt på x-aksen i en retning gitt ved

$$\varphi = \arctan\left(\frac{E_t}{E_r}\right) = \arctan(\sqrt{2}) = \underline{\underline{54.7^\circ}}$$

Den midlere intensiteten er $\frac{1}{2}\varepsilon_0 cE^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c\left[\sqrt{E_r^2 + E_t^2}\right]^2 = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{8}\varepsilon_0 cE_0^2}}$

Oppgave 2

a)

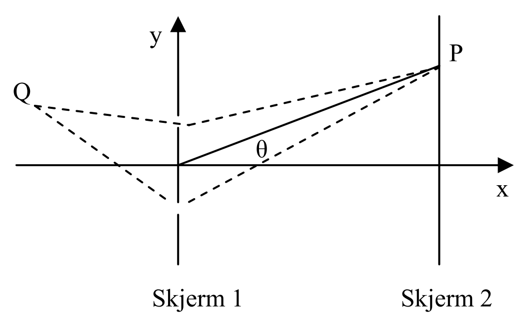


Vi lar Q være plasseringen av kilden på x-aksen og betrakter intensiteten i et punkt P på skjerm 2. Q ligger like langt fra begge spaltene på skjerm 1. Da er faseforskjellen når bølgene møtes i P:

$\varphi = 2\pi \frac{d \sin\theta}{\lambda}$

Intensitetsfordelingen er på skjerm 2 er da $I = 4I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = \underline{\underline{4I_0 \cos^2 \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}}}$

b)



Kilden er nå flyttet vekk fra x-aksen som antydet på figuren over. Når bølgene møtes i P er den totale faseforskjellen: $\varphi = 2\pi \frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} + 2\pi \frac{d \sin\theta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\left[|r_1 - r_2| + d \sin\theta\right]$

Intensitetsfordelingen på skjerm 2 er dermed:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = \underline{\underline{4I_0 \cos^2\left[\frac{\pi}{\lambda}\left(|r_1 - r_2| + d \sin\theta\right)\right]}}$$

c) Når rommet mellom skjerm 1 og skjerm 2 fylles med en væske med brytningsindeks n vil bølgelengden for lyset mellom skjerm 1 og skjerm 2 endres til λ′. La *v* være lyshastigheten i væsken. Da er :

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda f}{\lambda' f} = \frac{\lambda}{\lambda'} \quad \text{og} \quad \lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

i a) er intensitetsfordelingen: $I = 4I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda'} = \underline{\underline{4I_0 \cos^2 \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda / n}}}$

i b) er bølgelengden i mediet til venstre for skjerm 1 fortsatt λ men altså λ′ mellom skjermene. Intensitetsfordelingen blir

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = 4I_0 \cos^2\left[\pi\left(\frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} + \frac{d \sin\theta}{\lambda'}\right)\right] = \underline{\underline{4I_0 \cos^2\left[\pi\left(\frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} + \frac{d \sin\theta}{\lambda / n}\right)\right]}}$$

Oppgave 3

a) Linsemakerformelen er: $\frac{n_1}{f} = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b}\right)$

Linsene er plassert i vakuum og dermed er $n_1 = 1$.

For linse A er $R_a > 0$ og $R_b < 0$. Vi kan da sette $R_a = R$ og $R_b = -R$

$$\frac{1}{f_A} = (n_A - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \quad \text{som gir} \quad f_A = \underline{\underline{\frac{R}{2(n_A - 1)}}}$$

For linse B er $R_a < 0$ og $R_b > 0$. Vi kan da sette $R_a = -R$ og $R_b = R$

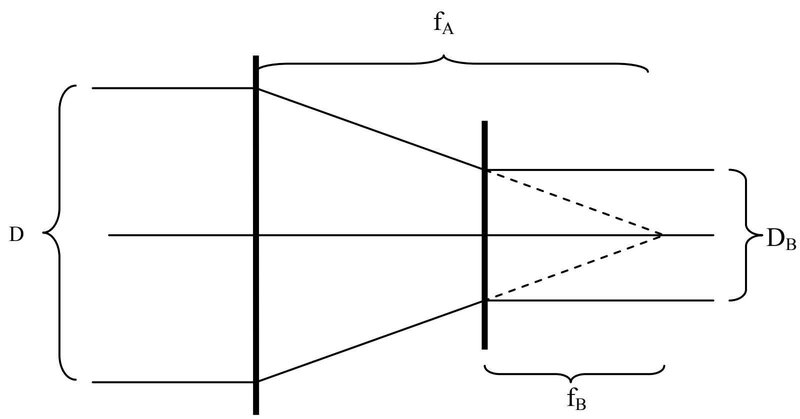
Dette gir $f_B = \underline{\underline{\frac{-R}{2(n_B - 1)}}}$

b) Linseformelen gir for linse A: $\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$.

s > 0 siden objektet er reelt. s´ > 0 siden bildet og utgående stråle er på samme side.
Vi setter s´=s i linseformelen over. Objektet må derfor plasseres i avstanden $\underline{\underline{s = 2f_A}}$ fra linsen.

Bildeforstørrelsen er $m = \frac{-s'}{s} = \frac{-s}{s} = \underline{\underline{-1}}$, dvs et omvendt bilde.

c)



Linsene må ha felles fokalpunkt. Figuren over viser strålegangen og det følger av denne at avstanden mellom linsene Q = $f_A - f_B$. Videre følger det at $\frac{D_B}{f_B} = \frac{D}{f_A}$. Diameteren på strålebundten etter å ha passert linse B er $\underline{\underline{D_B = \frac{f_B}{f_A} D}}$.

Oppgave 4

a) Kirchhoffs 2. regel gir

$$V_m \sin \omega t - RI - \frac{q}{C} - L\frac{dI}{dt} = 0$$

der I er strømmen i kretsen og q er ladningen på kondensatoren.
Derivasjon mhp tiden, t, gir:

$$V_m \omega \cos \omega t - R\frac{dI}{dt} - \frac{I}{C} - L\frac{d^2 I}{dt^2} = 0$$

$$\underline{\underline{\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = \frac{V_m \omega}{L}\cos \omega t}}$$

b) Resonansfrekvensen er $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ som gir $C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2} = \underline{\underline{2.53\,pF}}$

Kvalitetsfaktoren $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi f_0}{R}$ $\qquad R = \frac{2\pi f_0}{Q} = \underline{\underline{0.42\,\Omega}}$

Kvalitetsfaktoren kan også uttrykkes som $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{2\pi f_0}{2\pi\,\Delta f} = \frac{f_0}{\Delta f}$

$\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \underline{\underline{66.7\;kHz}}$