

## Løsningsforslag, eksamen i FYS2130 våren 2006

### Oppgave 1

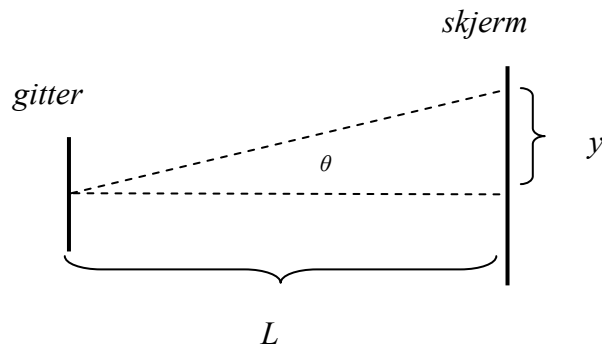
a) Betingelsen for konstruktiv interferens i  $P$  er:  $|R_1 - R_2| = m\lambda$   $m = 0, 1, 2, \dots$

Betingelsen for destruktiv interferens i  $P$  er:  $|R_1 - R_2| = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$   $m = 0, 1, 2, \dots$

b) Gitterkonstanten (avstanden mellom to nabospalter) er:  $d = \frac{1.00 \text{ cm}}{500} = 2.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ .

Siden avstanden mellom skjerm og gitter  $\gg d$ , kan betingelsen for lysmaksimum med god tilnærming skrives som

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (1)$$



Siden avstanden,  $y$ , mellom fjerde ordens maksimum og sentralmaksimum  $\ll L$  er  $\sin \theta \approx y/L$  og vi kan sette

$$\frac{d \cdot y}{L} = m\lambda. \text{ Lysets bølgelengde er } \lambda = \frac{d \cdot y}{m \cdot L} = \frac{2.00 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot 20.0 \text{ cm}}{3 \cdot 2.00 \text{ m}} \approx \underline{\underline{667 \text{ nm}}}$$

Siden  $\sin \theta < 1$  får vi fra (1):  $\frac{m\lambda}{d} < 1$

$$m < \frac{d}{\lambda} \approx 30.003$$

Det er altså maksimum 30 interferensstriper på hver side av sentralmaksimum og dermed maksimalt  $30 + 30 + 1 = \underline{\underline{61}}$  interferensstriper totalt.

c) Intensiteten i sentralmaksimum er  $I = N^2 I_0 = \underline{\underline{16 I_0}}$

For  $N = 4$  har vi at:

$$I = I_0 \left( \frac{\sin(2\varphi)}{\sin(\varphi/2)} \right)^2 \quad \text{der } \varphi = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

Intensitetsuttrykket over har hovedmaksimum når både teller og nevner er 0. Det inntreffer første gang utenfor sentralmaksimum for

$$\begin{aligned} \frac{\varphi}{2} &= \pm\pi \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} &= \pm\pi \\ \sin \theta &= \pm \frac{\lambda}{d} \end{aligned}$$

Intensitetsuttrykket har nullpunkter når teller = 0 og nevner  $\neq 0$ :

$$\begin{aligned} \sin(2\varphi) &= 0 \\ 2\varphi &= \pm n\pi \\ \varphi &= \pm n\pi/2 \quad n = 1, 2, 3 \\ \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} &= \pm n\pi/2 \\ \sin \theta &= \pm \frac{n\lambda}{4d} \quad n = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

## Oppgave 2

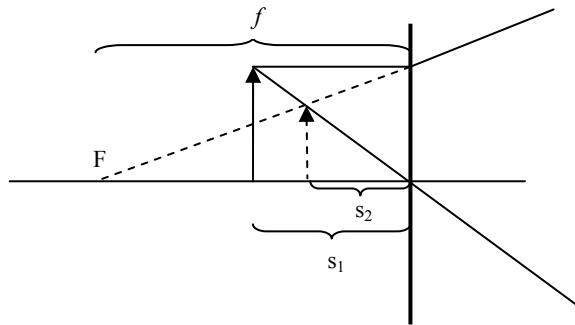
a) Linseformelen for den divergerende linsen er

$$\begin{aligned} \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} &= \frac{1}{-f} \quad s_1 \text{ er objektavstanden og } s_2 \text{ er bildeavstanden.} \\ s_2 &= \frac{-f \cdot s_1}{s_1 + f} = \frac{-f \cdot (f/2)}{f/2 + f} = -\frac{f}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Forstørrelsen er } m = -\frac{s_2}{s_1} = -\frac{-f/3}{f/2} = \frac{2}{3}$$

Siden  $s_2 < 0$  er bildet virtuelt.

Strålediagram:



b) Objekt og bilde er på hver side av linsen. Avstanden mellom objekt og bilde er

$$D = s_1 + s_2$$

Fra linseformelen finner vi  $s_2$  uttrykt ved  $s_1$  og  $f$ :

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f}$$

$$s_2 = \frac{s_1 f}{s_1 - f}$$

Avstanden er dermed

$$D = s_1 + s_2 = \frac{s_1^2}{s_1 - f}$$

Her er  $s_1$  den eneste variable og vi kan finne minimalverdien ved derivasjon:

$$\frac{dD}{ds_1} = \frac{s_1^2 - 2f \cdot s_1}{(s_1 - f)^2}$$

$$\frac{dD}{ds_1} = 0 \text{ gir } s_1 = 2f. \text{ Fra linseformelen finner vi at } s_2 = 2f$$

Den minste avstanden blir dermed  $D = \underline{\underline{4f}}$

### Oppgave 3

a) Resonansvinkelfrekvensen er den vinkelfrekvens som gir maksimal effekt. For denne vinkelfrekvensen er  $(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 0$ . Resonansvinkelfrekvensen er dermed

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$\Delta\omega$  er definert slik at for  $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$  er effekten 50% av maksimalverdien.

b) Vi stiller inn på stasjon 1 og kapasitansen C er bestemt av  $\omega_1 = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\text{Kapasitansen er: } C = \frac{1}{\omega_1^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 (100.0 \cdot 10^6)^2 \cdot 10^{-6}} \text{ F} \approx \underline{\underline{2.53 \text{ pF}}}$$

Når vi stiller inn på stasjon 1 er i følge kravet:

$$\frac{\overline{P}_1}{\overline{P}_2} = 100 = \frac{R^2 + (\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C})^2}{R^2 + 0}$$
$$R = \frac{\omega_2 L - \frac{\omega_2^2 L}{\omega_2}}{\sqrt{99}} = \frac{2\pi L(f_2 - f_1^2)}{f_2 \sqrt{99}} \approx \underline{\underline{0.50 \Omega}}$$

$$\text{Kvalitetsfaktoren er } Q = \frac{\omega_1 L}{R} = \frac{2\pi f_1 L}{R} \approx \underline{\underline{1250}}$$

### Oppgave 4

a) Energibevarelse:

$$I_{inn} = I_{refl} + I_{transm}$$

$$1 = \frac{I_{refl}}{I_{inn}} + \frac{I_{transm}}{I_{inn}}$$

$$\frac{I_{refl}}{I_{inn}} = 1 - \frac{I_{transm}}{I_{inn}} = 1 - \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = \underline{\underline{\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2}}$$

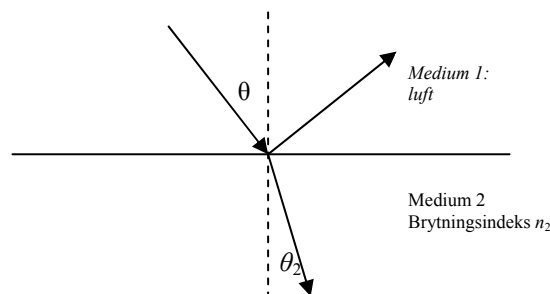
Luft har brytningsindeks  $n = 1$ . Brytningsindeks for medium 2 er  $n_2 = \sqrt{K} = \sqrt{81} = 9$

$$\frac{I_{refl}}{I_{inn}} = \left( \frac{1-9}{1+9} \right)^2 = \underline{\underline{0.64}}$$

$$\frac{I_{refl}}{I_{inn}} = \frac{\frac{E_{refl} B_{refl}}{2\mu_0}}{\frac{E_{inn} B_{inn}}{2\mu_0}} = \frac{E_{refl} B_{refl}}{E_{inn} B_{inn}} = \frac{E_{refl}}{E_{inn}} \frac{E_{refl}}{E_{inn}} \frac{v_{inn}}{v_{refl}} \text{ som gir } \frac{E_{refl}}{E_{inn}} = \sqrt{\frac{I_{refl}}{I_{inn}}} = \sqrt{0.64} = \underline{\underline{0.8}}$$

I utregningen over har vi benyttet at bølgehastighetene  $v_{refl} = v_{inn}$  siden den innkommende og reflekterte bølgen er i samme medium.

b)



Når  $\theta + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$  er den reflekterte bølgen 100% polarisert.  $\theta$  kalles *Brewstervinkelen*.

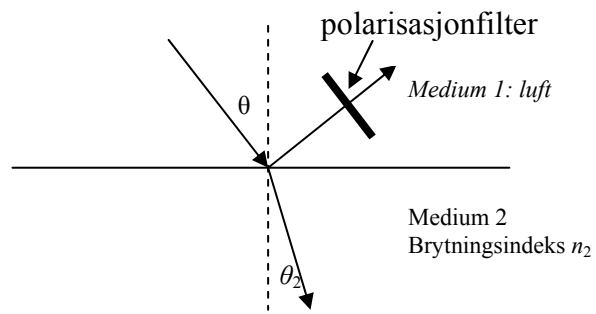
Ved å bruke Snells lov får vi:

$$\sin \theta = n_2 \sin \theta_2 = n_2 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = n_2 \cos \theta$$

$$\tan \theta = n_2 = 1.5$$

$$\underline{\underline{\theta = 56^\circ}}$$

c) Når  $\theta$  er Brewstervinkelen er den reflekterte bølgen 100% polarisert, med E-feltet normalt på papirplanet. Hvis vi innstiller polarisasjonsfilterets retning parallelt med papirplanet vil den målte intensiteten være 0. Vi varierer altså  $\theta$  inntil intensitetsmålingen viser 0. Brytningsindeksen i medium 2 er dermed gitt ved  $\underline{\underline{n = \tan \theta}}$



Polarisasjonsfilterets retning er parallelt med papirplanet