

Løsningsforslag

Eksamen i FYS 2130 Svingninger og bølger, 4. juni 2009.

Oppgave 1

a

Uttrykkene 1 og 3 er ekvivalente. Begge kan angi en svingning både med vilkårlig amplitude og vilkårlig fase. Uttrykk 2 kan ikke angi en vilkårlig fase.

b

Bare frekvensen vil beholdes. For eksempel vil 1000 endringer i luft per sekund gi 1000 endringer i vann per sekund. Ingen av de andre nevnte faktorer har tilsvarende korrespondanse (riktignok vil et mikroskopisk lag i på hver side av grenseskiktet forflytte seg likt, men vår vanlige beskrivelse av bølger går ikke inn i den type detaljer).

c

Adderer vi $A \sin(kx - \omega t)$ og $B \sin(kx + \omega t)$ hvor A og B er forskjellige, vil vi kunne få en *sum* av en ren stående og en ren vandrende bølge. Aldri en ren stående bølge alene.

Dersom bølgene har ulik frekvens, blir det ikke stående bølger, generelt sett. Dette skyldes at punkter med konstruktiv og destruktiv interferens vil flytte seg med tiden. Men desom frekvensene er *eksakt* et heltalls multiplum av hverandre, vil vi likevel kunne få stående bølger, men ikke med det enklest mulige bølgebildet vi normalt forbinder med stående bølger.

d

Ja, dB-tallet er bestemt ved

$$\text{antall dB} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_{ref}}\right)$$

Øker man intensiteten med en faktor Z fra en verdi I_{rel} , vil endringen i dB-tallet bli:

$$X = \Delta dB = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{ZI_{rel}}{I_{ref}}\right) - 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_{rel}}{I_{ref}}\right)$$

$$X = 10 \cdot \log_{10}(Z) = \text{et tall}$$

e

Det tar tid før svingningene i orgelpipen er levert videre til omgivende luft. I tillegg er det slik at lyden flyr veggimellom i rommet etter at organisten har sluttet å spille. Lydenergien blir gradvis absorbert i vegger og gjenstander i rommet. Lydintensiteten vil derfor etter hvert avta mot null. Intensiteten kan falle omtrent som en eksponentialfunksjon karakterisert av en etterklangstid som er typisk for rom med innhold.

f

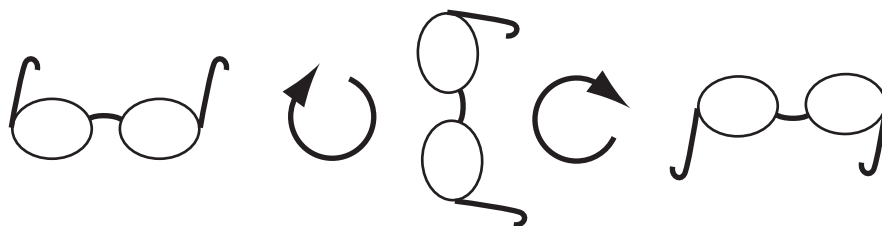
Vil høre lyd med frekvensen 800 Hz siden det blir ikke noe Dopplerskift siden kilden og mottaker står stille i forhold til hverandre (og luften har en stasjonær hastighet).

g

Nei. Totalrefleksjon kan vi bare oppnå dersom vi forsøker å sende lys fra et materiale med en viss brytningsindeks til et materiale med lavere brytningsindeks. Hos oss går lysgangen i motsatt retning.

h

Lys som reflekteres på skrå fra glass/lakk/maling/ikke-metalliske overflater, er delvis polarisert. Man kan betrakte refleksjonen fra en slik overflate og dreie brillene rundt slik: Endrer



refleksjonen seg på en systematisk måte (to minima pr 360 graders rotasjon av brillene) er brillene av polarisasjonstypen. Ellers ikke.

i

Nei, ren refleksjon endres ikke av brytningsindeksen til mediet utenfor den reflekterende flaten.

j

Brillestyrke er egentlig ikke stort annet enn $1/f$. Brillestyrke på 1.5 vil derfor si at brennvidden er

$$f_{1.5} = \frac{1}{1.5} \text{ m} = \frac{2}{3} \text{ m} = 0.66 \text{ cm}$$

For brillestyrken 2.5 er brennvidden

$$f_{2.5} = \frac{1}{2.5} \text{ m} = \frac{2}{5} \text{ m} = 0.40 \text{ cm}$$

Vi kan da bruke ett brilleglass (skjerme av det andre) som en linse, og samle et bilde av et fjernt objekt på en skjerm. Når bildet er skarpt, vil avstanden fra brillen til skjermen være omtrent lik brennvidden. Er avstanden om lag 40 cm, er det 2.5 diopterbrillene vi har funnet. Er avstanden nærmere 67 cm, er det 1.5 diopter brillene vi har funnet.

Det bør legges til at det også er andre metoder man kunne bruke, men vi tar ikke med flere her.

k

Ved diffraksjon fra en spalt får vi en smal sentraltopp (gitt som vinkel) dersom spalten er mye bredere enn bølgelengden. Sentraltoppen brer seg imidlertid godt ut dersom bølgelengden er omtrent like stor som spaltens bredde (eller enda større).

Lyd fra en høyttaler svarer på mange måter til lys fra en spalt, og høyttalerdiameteren har en lignende virkning som spaltebredden.

Dersom vi betrakter en basslyd med frekvens 100 Hz, er bølgelengden

$$\lambda \cdot f = v$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 \text{ m/s}}{100 \text{ /s}} = 3.4 \text{ m}$$

Høytalerdiameteren er nesten alltid mye mindre enn dette. For bassen er derfor alltid diffraksjonen så effektiv at bassen høres nesten like god i alle retninger foran høyttaleren.

For diskanten er det annerledes. Vi kan f.eks. velge en lyd med frekvensen 10 kHz. Da er:

$$\lambda = \frac{340 \text{ m/s}}{10000 \text{ /s}} = 3.4 \text{ cm}$$

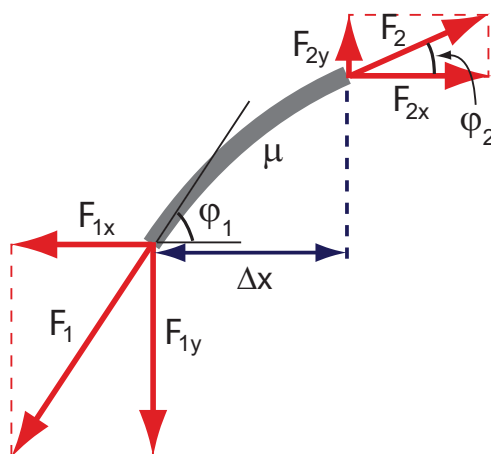
For å få en effektiv spredning av en slik diskantlyd vekk fra senterlinjen rett ut fra sentrum av høyttaleren, bør høyttalerelementet ha en diameter av størrelsesorden eller lik bølglengden, dvs bare noen få centimeter.

Oppgave 2

a

Her har vi bare klistret inn fremstillingen som stod i kompendiets kapittel 4 del 2, svingninger på en streng:

Anta at vi har en bølge langs en streng. Vi plukker ut en liten del av strengen, nærmere bestemt en bit som er liten i forhold til den effektive bølglengden på det stedet vi betrakter. Figur 1 viser biten sammen med krefter som virker på den. Bølgen tenker vi oss forplanter seg i horisontal retning (x -retning). Vi har en rent transversal bølge hvor utslaget utelukkende er i vertikal retning i figuren (y -retning). Det må bemerkes at utslaget i vertikal retning er *svært* lite i forhold til strengebitens lengde. Vi overdriver y -retningen i figuren bare for at vi rent visuelt skal forstå de relasjonene som angis.



Figur 1: Krefter som virker på en liten bit av en streng ved transversell bevegelse. Se teksten for detaljer.

Det antas at snoras stivhet er så liten (i forhold til utslaget) at kraften som virker på strengbiten er *tangentielt* rettet langs strengen. Biten av strengen vil stadig vekk endre posisjon i forhold til middelere posisjon. Denne bevegelsen må vi kunne beskrive ved hjelp av Newtons annen lov.

Vi stykker opp Newtons annen lov i horisontal og vertikal retning, og tar horisontalen først. Siden strengen antas å ha en ren transversell bevegelse, forskyver ikke strengbitens

massesenter seg i x -retning. Følgelig må summen av krefter i horisontal retning være lik null, med andre ord:

$$F_{2x} = -F_{1x} = F_x$$

Den siste overgangen er bare en "dåp" av variabelen F_x som vi har bruk for senere.

Vi bruker Newtons annen lov også i y -retning, og får:

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$F_{1y} + F_{2y} = \mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{\Delta x/2}$$

Her har vi antatt at strengen har en konstant masse per lengde lik μ . Indeksen på siste parentes indikerer at vi beregner den dobbelt deriverte midt i intervallet Δx , dvs midt på strengbiten.

Vi kan nå kombinere krefter i horisontal og vertikal retning ved å bruke antakelsen at kreftene virker langs strengen (tangentielt til strengen i endepunktet av biten vi betrakter). Vi får da for stigningstallet i starten og slutten av biten vår:

$$\tan \phi_2 = \frac{F_{2y}}{F_{2x}} = \frac{F_{2y}}{F_x} = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x_2}$$

$$\tan \phi_1 = \frac{-F_{1y}}{-F_{1x}} = -\frac{F_{1y}}{F_x} = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x_1}$$

Bruker vi de siste to leddene på hver av disse uttrykkene, multipliserer med F_x , trekker den ene ligningen fra den andre og samler leddene, får vi:

$$\begin{aligned} F_x \left(\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x_2} - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x_1} \right) &= F_{2y} + F_{1y} \\ &= \Sigma F_y = \mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{\Delta x/2} \end{aligned}$$

Men $x_2 = x_1 + \Delta x$, og dividerer vi med $F_x \Delta x$ på begge sider, får vi:

$$\frac{\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x_1 + \Delta x} - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_{x_1}}{\Delta x} = \frac{\mu}{F_x} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{\Delta x/2}$$

Venstre siden er ikke noe annet enn den andre deriverte av y mhp x (evaluert omtrent midt i intervallet). Det er viktig at du skjønner at dette er annen derivert! Følgelig ender vi opp med:

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_{\Delta x/2} = \frac{\mu}{F_x} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{\Delta x/2}$$

Vi nærmer oss nå det resultatet vi er ute etter. Siden vi evaluerer den annen deriverte på samme sted i strengen, kan vi droppe indekser som viser dette. Videre kan vi erstatte kraften F_x i x -retning med kraften eller det vi heller kaller *strekkingen* F i strengen som sådan, forutsatt at utslagene er svært små (det vil si at vinklene ϕ i figuren over er svært små). Dette er vanligvis temmelig godt oppfylt for f.eks. bølger på en gitarstreng og lignende. Da følger (når vi velger å angi tidsderiverte først):

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (1)$$

Det betyr at vi faktisk har vist at vi kan beskrive bevegelsen til en streng ved hjelp av bølgeligningen. Bølgen må bevege seg med en hastighet:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Vi vet at en enkel bølge som er løsning av denne svingeligningen f.eks. kan være:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \phi)$$

hvor A er amplituden, k er bølgetallet, ω er vinkelfrekvensen og ϕ en vilkårlig fasevinkel. Vi kan velge alle disse fire størrelsene fritt, bortsett fra at k og ω må tilfredsstille relasjonen:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\omega}{k}$$

Sagt på en annen måte: Det er tre frihetsgrader i bølgebevegelsen, og det er kanskje mest vanlig å angi disse som amplitude, frekvens og fase (dvs i praksis valg av nullpunkt for tid). Det er initialbetingelsene som bestemmer disse (skjønt randbetingelsene spiller en enorm rolle, noe som fører til at vi kan få stående bølger selv om initialbetingelsene alene tilsier noe helt annet).

Før vi forlater bølgeligningen som beskriver bevegelsen til en streng, kan det være nyttig å minne om utgangspunktet for alle våre beregninger:

- Vi anvender Newtons annen lov.
- Vi antar at bølgen er rent transversell.
- Vi antar at kraften på en bit av strengen er tangentielt rettet (dvs en temmelig ren geometriantakelse).

b

En generell løsning er gitt ved:

$$y(x, t) = g(x \pm |v|t) = g(x - vt)$$

hvor v kan være både positiv og negativ. Funksjonen g kan ha en hvilken som helst form, men må være definert, entydig, kontinuerlig og deriverbar innenfor hele (det åpne) intervallet som svarer til den svingende strengen.

Et spesialtilfelle av den generelle løsningen er en harmonisk bølge av typen:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \phi) \tag{2}$$

hvor k er bølgetallet, ω er vinkelfrekvensen og ϕ er et faseledd som bestemmes ut fra valg av nullpunkt for tid og nullpunkt for posisjon.

c

I prinsippet må man kjenne både posisjon og hastighet i ethvert punkt langs strengen. Indirekte må man da også kjenne randbetingelsene, dvs hvor den jevne strengen er slutt i

hver ende. Det er med andre ord uendelig mange "tall" som må kjennes for å få en entydig løsning.

Selvfølgelig kan vi i en del tilfeller gi disse uendelig opplysningene ved hjelp av to matematiske funksjoner hvor det inngår langt færre parametre enn uendelig. Dette svarer likevel til at uendelig mange verdier for posisjon og hastighet er bestemt.

d

Ja, bølgen langs en gitarstreng er en stående bølge med flere frekvenskomponenter. Dette er en superposisjon av harmoniske bølger av typen 2 gitt under punkt 2b ovenfor.

e

Dersom vi skal øke frekvensen med en faktor 2, og vi baserer oss på grunnfrekvensen til en gitarstreng svarer til at bølgelengden er to ganger strenglengden, må hastigheten til bølgene øke med en faktor 2. Hastigheten er gitt ved:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

hvor strammingen er gitt ved F og massetettheten ved μ . En økning i frekvensen med en faktor 2 betyr at strammingen må øke med en faktor 4. Det er en *betydelig* endring i stramming som fort kan føre til at strengen (eller gitarhalsen) ødelegges. Ikke til å anbefale!

f

Superposisjonsprinsippet anvendes på amplitudenivå. Det er jo amplituden som i første rekke beskriver den grunnleggende fysikken: For eksempel en trykkøkning eller trykkreduksjon relativt til en middelvei. Amplituden kan være både positiv og negativ. Da kan vi få både forsterkning og utslokning som resultat av superponeringen. Intensiteter er per definisjon ikke-negative. Vi kan ikke få utslokning dersom superposisjonsprinsippet bare fungerte på intensitetsnivå.

g

Dersom vi ikke får en pen lineær annenordens bølgeligning, slik vi utledet, vil ikke bølgehastigheten nødvendigvis være konstant for alle typer bølger. Da gjelder ikke superposisjonsprinsippet lenger, og en bølgeform som har flere frekvenskomponenter i seg, vil etter hvert miste formen når bølgen brer seg langs strengen.

Oppgave 3

a

Fjernt motiv, dvs avstanden mellom linse og bildebrikke må være lik brennvidden, dvs 30 cm. For motiv 1.2 m unna, kan vi finne avstanden linse - bildebrikke ved å bruke linseformelen:

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{1.2} = \frac{10}{3} - \frac{3}{4} = \frac{40 - 9}{12}$$
$$s' = \frac{12}{31} \text{ m} \approx 37 \text{ cm}$$

Teleobjektivet må derfor være utformet slik at vi kan justere avstanden mellom selve linsen og bildebrikken i hele intervallet 30 - 37 cm.

Dersom samme teleobjektivet skulle fungert helt inn til 50 cm, måtte avstanden linse bildebrikke kunne økes til:

$$\frac{1}{s'} = \frac{10}{3} - \frac{2}{1} = \frac{10 - 6}{3}$$

$$s' = \frac{3}{4} \text{ m} \approx 75 \text{ cm}$$

Måtte i så fall skyve selve linsen i teleobjektivet hele 45 cm fram sammenlignet med når den fokuserer på uendelig avstand. Så stor forskyving av selve linsen ville medføre betydelige mekaniske utfordringer, og vanlige kommersielle kameraobjektiver legger vanligvis ikke inn SÅ store fokuseringsspillrom for teleobjektiver.

b

Blendertall er definert ved:

$$F = \frac{D}{f} = \frac{50}{300} = 1 : 6$$

Vi kan selvfølgelig også få høyere blendertall (f.eks. 1:22) dersom man setter inn en blender som fører til at vi ikke bruker hele linsen.

c

Kikkerten skal fungere fra 5 m til uendelig. Okularet brukes hele tiden som en lupe slik at okularets plasseres sin egen brennvidde vekk fra bildet dannet vha objektivet. Finner avstanden mellom objektiv og bilde ved 5 meter objektavstand:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{10}{3} - \frac{1}{5} = \frac{50 - 3}{15}$$

$$s' = \frac{15}{47} \text{ m} \approx 31.9 \text{ cm}$$

Det holder derfor at kikkertrøret er utformet slik at vi kan forskyve objektiv og okular i forhold til hverandre med ca 2 cm.

d

Strålegangen er vist i figurene neste side.

Forstørrelsen for kikkerten med to bikonvekse linser finner vi ved å observere: $\tan \theta = \frac{h}{f_1}$ og $\tan \phi = \frac{h}{f_2}$. Følgelig er forstørrelsen gitt ved:

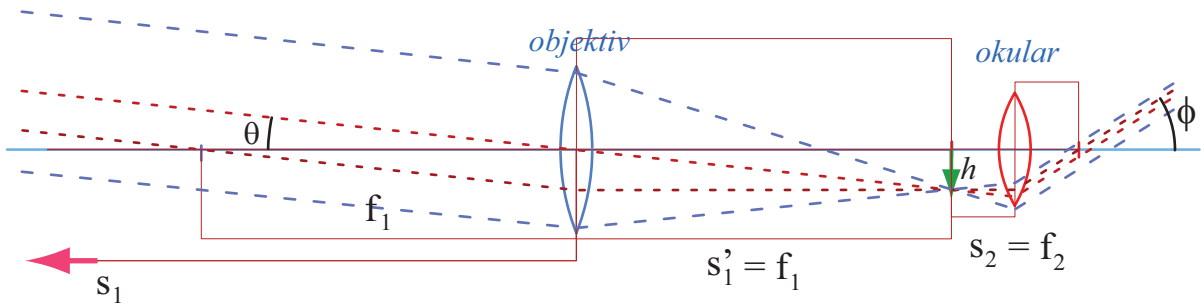
$$m = \frac{\phi}{\theta} \approx \frac{\tan \phi}{\tan \theta} = \frac{f_1}{f_2} = 6.0$$

Egentlig gis forstørrelsen som det negative av dette forholdet for å markere at bildet vi ser i kikkerten står opp-ned.

For kikkerten som har en bikonvex linse som objektiv og en bikonkav linse som okular, får vi samme forstørrelse, men nå med positivt fortegn siden bildet nå er rettvendt.

For denne siste kikkerten ligger bildet som objektivet danner lenger vekk enn okularet, og er derfor å regne som et imaginært bilde som vi betrakter ved hjelp av den bikonkave linsen som lupe.

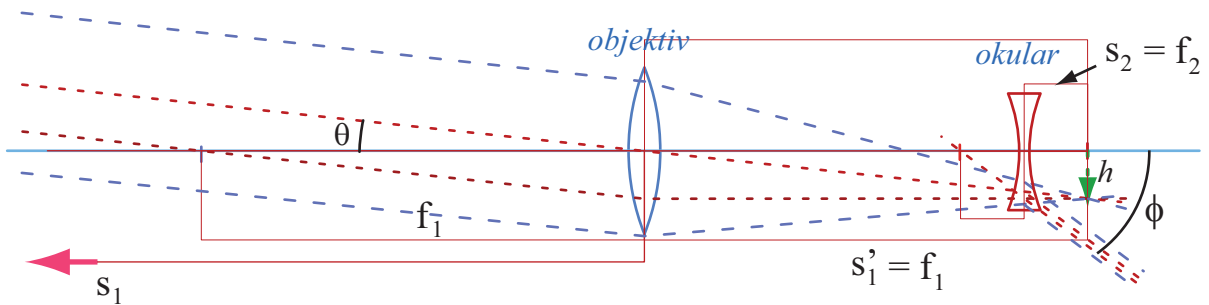
Kikkert med to bikonvekse linser



Objekt svært langt unna ("uendelig langt unna") (rel. brennvidden)

Kikkert med bikonveks linse i objektiv og bikonkav linse i okular

"Galilei-kikkert" , 400 år i året



Objekt svært langt unna ("uendelig langt unna") (rel. brennvidden)

e

Kikkertøret for Galilei-kikkerten er "bare" $f_1 - f_2 = 300 - 50 \text{ mm} = 250 \text{ mm}$ lang, mens den andre kikkerten er $300 + 50 \text{ mm} = 350 \text{ mm}$ lang. Når Galilei-kikkerten atpåtill gir et opprett bilde mens den andre gir et opp-ned bilde, blir det fort at man foretrekker Galilei-kikkerten.

[I praksis er det imidlertid ikke slik at man f.eks. foretrekker en Galilei-kikkert i stedet for en kikkert basert på konvekse linser i både objektiv og okular. Hva grunnen til dette er, kjenner jeg ikke til, men en gjetning er at det kan ha noe med kvaliteten på optikken vs pris å gjøre.]

f

Her kommer Rayleigh-kriteriet for oppløsning av punktformige kilder inn. Vi nøyer oss med å se på avbildningen av stjernene ved hjelp av objektivet. Rayleigh-kriteriet sier da at vi bare kan skille to punktformige kilder fra hverandre, dersom vinkelen mellom dem tilfredsstillers:

$$\theta < 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

hvor λ er bølgelengden på lyset og D er diameteren på objektivet. Vi velger å se på lys

midt i det synlige området, dvs ca 500 nm, og diameteren er 50 mm. Følgelig:

$$\begin{aligned}\theta_{kritisk} &= 1.22 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-2}} \text{ radianer} = 1.22e - 5 \text{ radianer} \\ &= 1.22 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{360}{2\pi} = 6.99 \cdot 10^{-4} \text{ grader} \\ &= 6.99 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \cdot 60 \text{ buesekunder} = 2.5 \text{ buesekunder}\end{aligned}$$

Vi ser at vi klart klarer å løse opp de to parene i epsilon Lyrae fra hverandre, siden avstanden mellom dem er 208 buesekunder. Vi klarer teoretisk sett også så vidt å løse opp ett av de to tettliggende parene fra hverandre, det med vinkelavstand 2.5 buesekunder. Airyskivene fra de to stjernene vil ligge delvis over hverandre, men tilstrekkelig forskjøvet til at man vil kunne se at det er to Airyskiver. Den siste dobbeltstjernen vil vi kunne se som to forskjøvnede Airy-skiver forutsatt at vi bruker et filter som slipper gjennom blått lys. Da er bølgelengden ca 400 nm, og vi vil kunne tilfredsstillte Rayleigh-kriteriet. Vi er imidlertid så nær grensen for å kunne skilne dobbeltstjernene at vi måtte ha god kvalitet på objektivet dersom vi skulle lykkes. Vi måtte ha såkalt "diffraksjonsbegrenset optikk" (dvs linsefeil av ulike typer må gi mindre feil i bildet enn diffraksjonen).

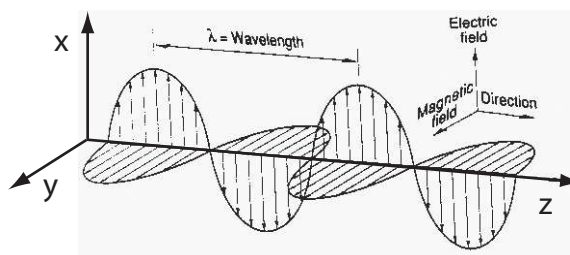
Vi vil altså gjennom kikkerten vår såvidt kunne se alle fire stjernene når vi retter den mot epsilon Lyrae, i alle fall dersom vi bruker et filter som bare slipper gjennom blått lys.

[I praksis ville vi ikke sett fire stjerner dersom vi brukte det aktuelle okularet. Grunnen er at vi ikke hadde hatt stor nok forstørrelse til at alle fire stjernene ble oppfattet som fire på netthinnen vår. Vi måtte hatt et okular med en del mindre brennvidde for å få tilstrekkelig forstørrelse. Det bør likevel bemerkes at dersom objektivet hadde en diameter mindre enn 50 mm diameter, ville vi aldri kunne skille alle fire stjernene i epsilon Lyrae fra hverandre uansett hvor stor forstørrelse vi hadde valgt. Lysets bølgenatur setter begrensinger som man ikke kan overvinne ved hjelp av en teoretisk forstørrelse, selv om den er aldri så stor.]

Oppgave 4

a

Her følger en figur som viser en planpolarisert plan elektromagnetisk bølge:



En plan elektromagnetisk bølge kan beskrives matematisk slik:

$$\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \vec{i}$$

$$\vec{H} = H_0 \cos(kz - \omega t) \vec{j}$$

her er k bølgetallet $k = 2\pi/\lambda$ hvor λ er bølgelengden. Videre er ω lik vinkelfrekvensen $\omega = 2\pi/f$ hvor f er frekvensen.

$$f\lambda = \omega k = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Merk at \vec{E} har samme verdi i *hele* planet $z = z_1$. Det samme gjelder for \vec{H} . Dette er grunnen til at vi kaller dette for en *plan* bølge.

Jeg har valgt å angi en planpolarisert plan bølge. Planpolarisering betyr at \vec{E} hele tiden er rettet i x -retningen (dvs alltid parallellt med xy -planet).

Figuren er litt spesiell siden vi har tegnet inn elektrisk felt i enkelte punkter langs z -aksen i ett bestemt tidspunkt. Vi har også tegnet inn magnetfeltet for de samme punktene langs z -aksen i samme tidspunkt.

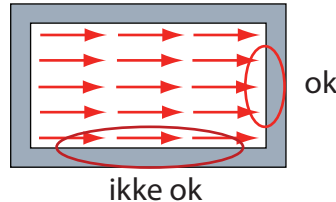
Egentlig er dette en mix av tre figurer i én, siden vi blander elektrisk felt, magnetfelt og romlige kartesiske koordinater i en mølje.

Bølgen slik vi har tenget den og beskrrevet den matematisk, vil bevege seg (når tiden går) mot høyere z -verdier (“i z -retning”).

En plan bølge lar seg aldri realisere fullt ut, fordi den da ville strekke seg uendelig langt ut og kreve uendelig energi. Men for lokale områder i rommet langt fra kilden til bølgene (“langt” relativt til bølgelengden) og langt fra gjenstander som kan påvirke feltene, har vi ofte *tilnærmet* plane bølger.

b

I en rektangulær bølgeleder vil ikke en plan bølge (velger for enkelhets skyld en planpolarisert plan bølge) la seg forene med randbetingelserne som finnes ved veggen i bølgelederen. Slik vi har tegnet det elektriske feltet vi få et elektrisk felt parallellt med metallveggen i



bølgelederen for øvre og nedre flate. Det er ikke en god løsning, siden vi da ville få svært store elektriske strømmer i sideflatene som ville ødelegge feltet i stor grad og dempe bølgen som skulle ha gått gjennom bølgelederen. Elektrisk felt kan imidlertid stå vinkelrett på en metallflate, som på sideflatene i tegningen.

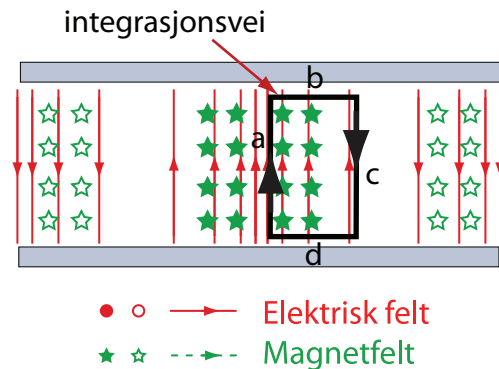
c

I denne TE_{01} -løsningen har vi én retning på feltet (akkurat som for plan bølge, men vertikalt i forhold til vår skisse ovenfor). Feltet reduseres imidlertid til null når vi kommer til de problematiske sideflatene hvor feltet ellers ville ha gått parallellt med flaten. Siden det elektriske feltet nå er null langs denne sideflaten, kan Maxwells ligninger tilfredsstilles på en god måte, og det blir lite tap når bølgen går langs bølgelederen.

d

I det aktuelle området ser vi at det *er* en elektrisk rotasjon forskjellig fra null. Dette får vi fram på følgende måte: Tettheten til feltlinjene angir styrken på feltet. Vi velger et linjeintegral parallellt med snittet 2 i figuren i eksamensoppgavene, med den integrasjonsveien jeg har tegnet inn. Vi integrerer medurs. Får betydelig positivt bidrag i a -grenen og ikke noe bidrag i b og d -grenen (siden elektrisk felt her er vinkelrett på integrasjonsveien). I

gren c får vi et negativt bidrag, men mindre i absoluttverdi enn det positive bidraget vi fikk fra gren a.



Følgelig får vi en elektrisk rotasjon som peker inn i papiret i skissen ovenfor.

Vi må sjekke om elektrisk rotasjon også har komponenter i andre retninger. Bruker da integrasjonsveier i plan vinkelrett på det vi brukte fra først av. Det er imidlertid nok så lett å innse at linjeintegralene i de to andre planene vil bli null, enten på grunn av at elektrisk felt er vinkelrett på integrasjonsveien i linjeintegralet, eller på grunn av symmetri (vi holder oss i de sentrale delene av bølgelederen).

Følgelig har den elektriske rotasjonen kun en komponent vinkelrett inn i papiret i skissen ovenfor.

Fra Maxwells ligninger (Faradays lov) vet vi at:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Det betyr at magnetfeltet skal *avta* i retningen inn i papiret i figuren ovenfor. Alternativt kan man si at magnetfeltet skal *øke* i motsatt retning, dvs *ut av* papiret.

Magnetfeltet går ut av papiret i dette området allerede (viser til figuren i eksamensoppgavene), og dersom det skal øke med tiden på dette stedet i rommet (i bølgelederen), må bølgen bevege seg mot høyre. Da kommer det aller kraftigste område for H-felt inn i det aktuelle området like etter det tidspunktet skissen angir.

Vi ser at dette stemmer eksakt med den retningen som Poynting vektor peker. I det aktuelle området er:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = |E|\vec{j} \times |H|(-\vec{i}) = |E| \cdot |H|\vec{k}$$

f

Bølgeledere brukes gjerne for 2-60 GHz. Dette har sammenheng med at bølgeledere må ha en utstrekning (lengde på sidekantene i et tverrsnitt) som er i størrelsesorden en halv bølgelengde. For 2 GHz er bølgelengden:

$$\left(\frac{\lambda}{2}\right)_{2 \text{ GHz}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 2 \cdot 10^9} \text{ m} = 7.5 \text{ cm}$$

For 60 GHz har vi:

$$\left(\frac{\lambda}{2}\right)_{60 \text{ GHz}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 6 \cdot 10^{10}} \text{ m} = 2.5 \text{ mm}$$

Det er vanskelig å lage bølgelederen med mindre tverrsnitt enn dette, og det er klumpe å bruke bølgeledere med størrelser i tverrsnittet på 10 cm og oppover. Dette setter begrensinger i hvilke frekvenser der bølgeledere egner seg.

g

Stor effekt betyr at det må være stor energitetthet som igjen betyr at det må et kraftig E-felt til. Luft tåler bare ca $3 \cdot 10^8$ V/m før vi får dielektrisk gjennomslag. Dette setter en begrensning på hvor stor effekt som kan overføres. Begrensingen er mest brysom for de høyere frekvensene siden tverrsnittet da er lite.