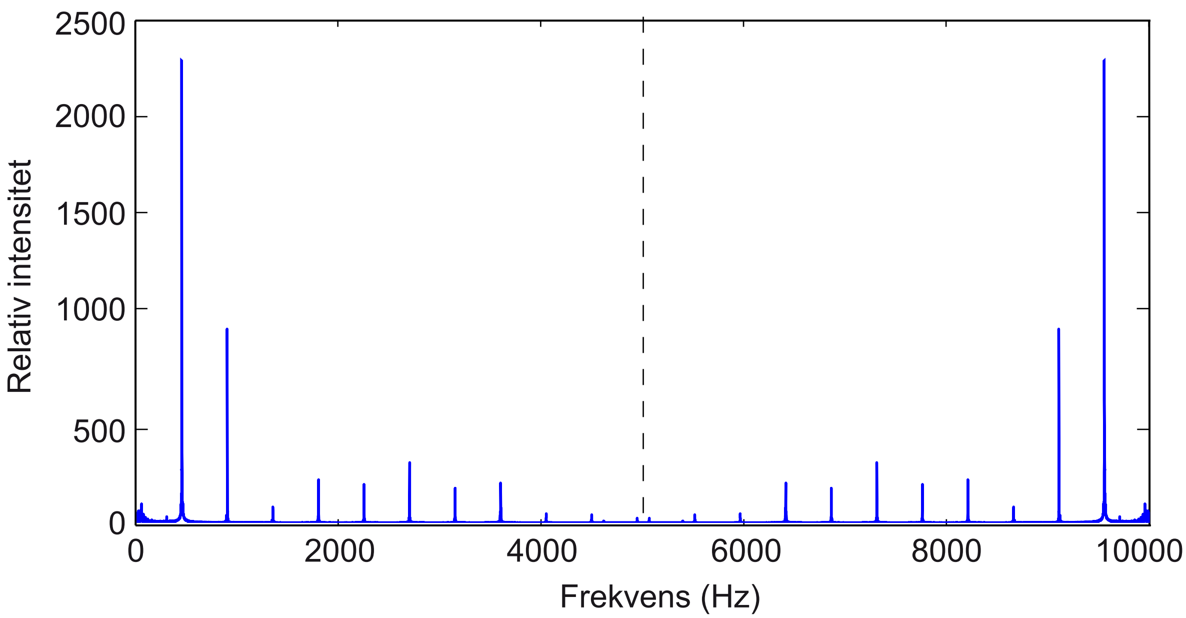
Løsningsforslag for FYS2130 eksamen juni 2011

Oppgave 1

a)

Fourierspekteret til det samplede lydsignalet fra en fiolin vil se ut omtrent som vist i figuren 1.1 nedenfor. Den første linjen av betydning vil være posisjonert ved 440 Hz (grunntonens frekvens for enstrøken A), men det vil være en rekke linjer ved et heltall multiplisert med grunntonens frekvens.



Figur 1.1: *Frekvensspekter til et samplet lydsignal fra en fiolin hvor det spilles enstrøken A (grunntone 440 Hz). Se teksten for detaljer.*

Siden samplingsfrekvensen F_s er 10 kHz, vil frekvensspekteret gå fra 0 Hz til F_s (egentlig

$(N-1)/N * F_s$). Alle linjer blir speilet omkring halve samplingsfrekvensen (med unntak av konstantleddet, som er første punkt i frekvensspekteret, men det er ingen viktig detalj).

En fouriertransformasjon av et reelt signal blir en tallrekke av komplekse tall. I figuren er det plottet absoluttverdien av de komplekse tallene. Dersom man skal foreta en omvendt fouriertransformasjon (for eksempel ved digital filtrering), må man beholde de komplekse tallene siden forholdet mellom realdel og imaginærdel angir fasen til hver enkelt frekvens-komponent.

Det kan legges til at linjene i frekvensspekteret til en fiolin som spiller en konstant tone under hele samplingen, blir meget pene, skarpe linjer.

b)

En temperert skala er bygget opp av 12 halvtoner (13 dersom vi inkluderer både en C hvor skalaen starter og C i den neste skalaen). Forholdet mellom frekvensen til grunntonen i to etterfølgende C-er 2 (eller $\frac{1}{2}$ alt etter hvordan brøken settes opp). Det er et identisk forhold K mellom frekvensen til grunntonen i en halvtone og den forrige halvtonen. Forholdstallet er ca 1.0595. Relasjonen som gjelder er at $K = 2^{1/12}$.

c)

De to definisjonene av kvalitetsfaktor som ofte brukes er:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Lagret energi}}{\text{Tap av energi per periode}}$$

og

$$Q = f_0/\Delta f$$

Hvor f_0 er frekvensen der svingeenergien er størst når man påtrykker et svingende system en oscillerende harmonisk kraft med konstant amplitude, men varierer frekvensen gjennom resonans. Δf er halvverdibredden (FWHM) i resonanskurven/diagrammet vi nettopp henviste til.

d)

Det kan være interessant å spekulere i en sammenheng mellom skala og menneskets hørsel. Det er selvfølgelig ikke noe entydig svar på et slikt spørsmål, men vi håper at kandidaten klarer å trekke fram minst ett moment.

Det faktum at vi velger en oktav karakterisert ved en frekvensdobling når man går fra en tone til samme tone i neste skala, kan ha sammenheng med at det er mulig å få fram beat-frekvenser når man adderer $A\cos(\omega t) + A\cos(2\hat{\omega} t)$ dersom ω og $\hat{\omega}$ er nesten like.

Også andre toner klinger spesielt sammen, nemlig toner der frekvensene til grunntonene danner en heltallsbrøk i forhold til hverandre, med små heltall, så som $2/3$, $3/4$ og liknende. Starter vi med en C, vil slike forhold fastsette frekvensen til en F og en G. Og tar vi utgangspunkt i disse tonene og igjen bruker heltallsbrøker med små tall, vil også andre toner i skalaen defineres.

I tillegg til disse spesielle tonene som klinger godt sammen, er det valgt toner innimellom som har samme (temperert skala) eller omtrent samme (renstemt skala) frekvensforhold mellom nærliggende toner.

Her kunne man godt tenke seg at man når skalaen ble utviklet, valgte svært få mellomliggende toner, eller svært mange. I praksis er det 12 halvtoner i en skala.

Kan det være at også denne halvfine oppdelingen av en oktav har noe med vår hørsel å gjøre? Jeg vil selv tro det, fordi hadde vi kunne skille mellom svært mange tonehøyder, ville vi antakelig fått flere halvtoner i en skala enn 12. Og hadde vi ikke kunne skille så godt mellom ulike frekvenser som vi gjør, ville vi antakelig hatt færre enn 12 halvtoner i en skala.

Menneskets evne til å skille ulike frekvenser i grunntonen har sammenheng med effektiv Q-verdi i basillarmembranenen i det indre øret, og med hvordan nervesignalene derfra behandles i hjernen.

Bruker vi den eksperimentelt inspirerte definisjonen på Q-verdi, kan vi gjøre et grovt estimat av Q-verdien til basillarmembranen. Anta i første omgang at vi bare så vidt kan skille mellom en tone f_0 og en halvtone opp eller ned. I så fall ville Δf være omtrent lik $(1.0595 - 1.0000) \cdot f_0$. Q-verdien ville da bli

$$Q = f_0/(0.0595 \cdot f_0) = 16.8$$

Dersom vi er i stand til å skille ti toner med mellomliggende frekvenser til grunntonen mellom to halvtoner, ville Q-verdien stige til 168. Det vil neppe folk flest klare, i alle fall ikke for relativt kortvarige toner.

Ut fra disse grove estimatene er det mulig å estimere basillarmembranens Q-verdi til å ligge et eller annet sted mellom 17 og 170.

På denne oppgaven forventer vi svært få gode svar. To poeng gis dersom man har med minst ett av argumentene overfor (eller andre argumenter som er ok), mens et brukbart estimat av Q-verdien kan gi ytterligere to poeng.

e)

Vår hørsel er et kompromiss mellom høy frekvensoppløsning og høy tidsoppløsning, en sammenheng vi i kurset vårt har valgt å assosiere til Heisenbergs uskarphetsrelasjon. En grov sammenheng er at tidsoppløsningen Δt og frekvensoppløsningen Δf forholder seg omtrent til hverandre som

$$\Delta t \cdot \Delta f = 1$$

Detaljer avhenger av definisjoner av oppløsning / linjebredder, og en faktor 2π kan lett komme inn i forhold til den enkle varianten nevnt nettopp. I likning 1.42 i læreboka er relasjonen gitt på følgende vis:

$$\Delta t \cdot \Delta f = 1/(2\pi)$$

Vi velger å bruke denne relasjonen videre i dette løsningsforslaget, men kandidater som har brukt den første relasjonen, blir ikke trukket for forskjellen.

Dersom vi bare så vidt kan skille mellom frekvensene til to toner med en halvtones forskjell i frekvens, vil vi for eksempel for en enstrøken A ha en effektiv frekvensoppløsning: 440 Hz $\cdot\, 0.0595$ (se forrige deloppgave), det vil si ca 26 Hz.

Dersom det var tilfelle, ville vi når vi lytter til en lyd med frekvensen 440 Hz ha en tidsoppløsning på $\Delta t = 1/(2\pi\Delta f) = 0.006$ s.

Dersom vi har en frekvensoppløsning som er ti ganger bedre, ville vi få en tidsoppløsning på 0.06 s. Ut fra disse tallene kan vi gjette på at vi bruker i størrelsesorden 6 til 60 ms på å bedømme en tonehøyde fra for eksempel et musikkinstrument som spiller en enstrøken A.

Siden menneskeøret responderer logaritmisk i mange henseende, og relative tonetrinn er konstante, betyr det at vi vil forvente at øret må bruke mellom 0.6 og 6 ms på å bedømme en tonehøyde ved ca 4400 Hz.

I prosjektoppgaven la vi merke til at vi ikke kunne høre enkelte raske endringer i frekvens for noen fuglelyder. Det var da nettopp snakk om endringer på mindre enn en oktav i løpet av noen få millisekund ved noen få kHz frekvens. Dette er konsistent med estimatene ovenfor. Dette punktet tillegges liten vekt ved poenggivingen.

f)

Rayleighs oppløsningskriterium anvendes normalt i optikken. Når lys fra for eksempel en stjerne går gjennom et teleskop, klarer vi ikke å fokusere lyset til ett punkt slik vi kan få inntrykk av fra enkel geometrisk optikk. Ved den aller beste fokuseringen får vi et diffraksjonsmønster som består av en lysende sentral skive (Airy-skive) omgitt av konsentriske sirkler utenfor hverandre.

Airyskiva har en diameter D som er omvendt proporsjonal med objektivets effektive diameter D_0 (egentlig objektivets effektive diameter relativt til bølgelengden λ).

For at to nærliggende stjerner skal kunne skilles når vi betrakter dem med et teleskop, må vinkelavstanden mellom dem være minst så stor at sentrum til Airyskiven fra den ene stjernen havner i den første mørke ringen rundt Airyskiven fra den andre stjernen.

Det er dette som ligger bak den oppgitte formelen, og i denne sammenheng kommer også brennvidden f_0 til objektivet inn i bildet.

Tallet 1.22 har sammenheng med at Airyskiven er sirkulær. I uttrykkene for diffraksjon fra rektangulære spalter inngår ikke denne spesielle faktoren.

g)

Ved diffraksjon fra en spalt svarer første intensitetsminimum til at $a/2 \cdot \sin\theta = \lambda/2$. Dette kan vises raskt ved å påpeke at første minimum i det gitte uttrykket i oppgaveteksten må svare til at $\beta = 2\pi$. Da følger resten av seg selv.

Skrivemåten er antakelig valgt slik fordi dersom vi velger en stripe langs en spalt, vil det alltid finnes en annen parallell stripe som er slik at lyset fra de to stripene slokker hverandre ut i en bestemt retning θ når lyset som slipper gjennom spalten fanges opp på en skjerm langt fra spalten (sammenlignet med spaltens bredde).

Når vi skal finne vinkler der vi har konstruktiv og destruktiv interferens, er det hele tiden gangforskjeller vi refererer til. Kontstruktiv interferens får vi når vi adderer bølger med et heltalls bølgelengders forskjell i gangforskjell (forutsatt at alt lyset går gjennom samme mediet, for eksempel luft).

Destruktiv interferens får vi når gangforskjellen er et odde antall halve bølgelengder, og det er det som er tilfelle i det oppgitte uttrykket.

Oppgave 2

a)

En bølgeligning for elektromagnetiske bølger kan se slik ut:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial r^2}$$

Hvor $\vec{E}(\vec{r},t)$ er elektrisk felt som funksjon av posisjon i rom og tid. c er lyshastigheten i det homogene mediet bølgen går gjennom. For lys gjennom for eksempel glass, er $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ der ϵ er den elektriske permittiviteten for vakuum ϵ_0 multiplisert med den relative permittiviteten ϵ_r.

μ er den magnetiske permeabiliteten. Siden den relative magnetiske permeabiliteten for lys som går gjennom glass er omtrent lik 1.000, er lyshastigheten i praksis tilnærmet lik $1/\sqrt{\epsilon_0\epsilon_r\mu_0}$.

Man kan også lage en tilsvarende bølgeligning hvor magnetisk feltstyrke H (eller magnetisk flukstetthet B) inngår i stedet for det elektriske feltet.

Denne oppgaven kunne også tatt utgangspunkt i den ikke-homogene bølgeligningen:

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_r\epsilon_0\mu_r\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\nabla\rho}{\epsilon_r\epsilon_0} + \mu_r\mu_0 \frac{\partial \vec{j}_f}{\partial t}$$

som gjelder dersom det også er en ladningstetthet ρ forskjellig fra null, og/eller en strømtetthet $\vec{j_f}$ av frie ladninger forskjellig fra null. Det var likevel bare forventet at kandidaten skulle gi den homogene bølgeligningen nevnt først i dette punktet.

b)

En vanlig løsning av denne ligningen (som samtidig er løsning av Maxwells ligninger) er en plan bølge (evt en bølge der bølgefronten danner konsentriske kuleskall). En planbølge som beveger seg i positiv z-retning kan for eksempel skrives slik:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t)\vec{i}$$
$$\vec{B}(z,t) = B_0 \cos(kz - \omega t)\vec{j}$$

Dette er en plan bølge idet størrelsen og fasen er identisk for E i et helt plan vinkelrett på bølgens forplantingsretning langs positiv z-akse. Bølgen er i tillegg lineært polarisert siden det elektriske feltet alltid er rettet i x-retning.

Tilsvarende argumentasjon for magnetisk flukstetthet B. Det er forresten også en kobling mellom elektrisk og magnetisk felt idet $E_0 = cB_0$.

For at en planbølge lik den som er angitt ovenfor skal være en tilnærmet løsning for bølgeligningen, må vi betrakte bølgen langt fra kilden. Med langt fra menes minst noen beregnede bølgelengder fra kilden hvor beregnet bølgelengde er gitt ved c/f der c er lyshastigheten og f er frekvensen til bølgen ($f = \omega/(2\pi)$).

Man må også være minst noen få beregnede bølgelengder unna for eksempel metallgjenstander som ville forstyrre de elektromagnetiske bølgene som er produsert, samt områder med en ladningstetthet ρ forskjellig fra null og områder med en strømtetthet $\vec{j_f}$ av frie ladninger forskjellig fra null. Med andre ord: Vi må være i den såkalte fjernfeltsonen.

c)

Vi har allerede angitt at lyshastigheten er gitt ved $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu}$ hvor ϵ_r er den relative permittiviteten. Denne størrelsen angir hvor lett det er å polarisere et medium (forskyve elektronskyen rundt atomkjernene i glasset).

Brukes et dielektrikum mellom platene i en platekondensator, vil et stoff med høy polarisering for et gitt ytre elektrisk felt, gi en økt kapasitans for kondensatoren.

For lys som går gjennom glass, er det naturlig å se for seg at det elektriske feltet i den elektromagnetiske bølgen polariserer atomene i glasset. Det må være denne polariseringen som medfører at lyset bruker lengre tid på å forplante seg gjennom glasset enn i vakuum.

d)

En plan bølge er karakterisert ved at det elektriske feltet ved et vilkårlig valgt tidspunkt er identisk i et helt plan vinkelrett på bølgens utbredelsesretning.

En planpolarisert (lineært polarisert) bølge er karakterisert ved at det elektriske feltet i ethvert punkt i rommet, har samme eller motsatt retning (selve feltverdien oscillerer imidlertid i tid og rom).

e)

En idealisert monokromatisk elektromagnetisk plan, planpolarisert bølge som beveger seg i z-retning (i fjernfeltsonen) og som er lineært polarisert i x-retning, kan skrives matematisk slik:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t)\vec{i}$$

$$\vec{B}(z,t) = B_0 \cos(kz - \omega t)\vec{j}$$

En monokromatisk elektromagnetisk plan, sirkulært polarisert bølge som beveger seg i z-retningen kan skrives slik:

$$\vec{E}(z,t) = E_0(\cos(kz - \omega t)\vec{i} + \kappa \sin(kz - \omega t)\vec{j})$$

$$\vec{B}(z,t) = B_0(-\sin(kz - \omega t)\vec{i} + \kappa \cos(kz - \omega t)\vec{j})$$

Vinkelfrekvensen er ω, og tiden er gitt ved t. For $\kappa = +1$ og og $\kappa = -1$ får vi henholdsvis en høyredreid og en venstredreid sirkulært polarisert bølge.

f)

Vi kan bruke lineært polarisert lys i x og y-retning som basisvektorer for å beskrive så vel lineært som sirkulært polarisert lys. Alt lineært lys kan angis som en superposisjon med reelle koeffisienter for hhv x- og y-polariserte bølgene. For å lage sirkulært polarisert lys må vi bruke komplekse koeffisienter på hhv x- og y-polariserte basisbølger.

Det betyr at såfremt vi har valgt et referansesystem der bølgen forplanter seg i z-retning, er det to komplekse koeffisienter som må angis for å karakterisere polariseringen til en monokromatisk plan elektromagnetisk bølge (i fjernfeltsonen). Disse fire tallene (to rent reelle og to rent imaginære) er imidlertid ikke helt uavhengige av hverandre, for til sammen angir de intensiteten i bølgen.

Skiller vi ut intensiteten som en egen variabel, gjenstår det tre parametre.

Det kommer imidlertid også inn en ny parameter som angir faseforskjell i den lineære beskrivelsen i forhold til den sirkulære.

Tar vi med også denne detaljen, ser vi at det trengs fire parametre for å angi polarisasjonen til en plan, monokromatisk elektromagnetisk bølge.

Det er flere måter å komme fram til et slikt resultat. En annen vri ville være å angi hvor mye av lyset som kan karaktiseres som en ren lineært polarisert bølge, og hvor mye som er rent sirkulært. Dette gis med en parameter, siden total intensitet skilles ut som en egen parameter.

I tillegg måtte man angi forholdstallet mellom x og y-komponenter i den lineære delen, og forholdstallet mellom høyre og venstredreid sirkulært polarisert lys for den sirkulære delen. I tillegg er det igjen en faseforskjell mellom den lineære og den sirkulære beskrivelsen som må inn. Totalt gir det igjen at fire parametre trengs for å angi polariseringen.

g)

I Fresnels ligninger er R refleksjon når lys går gjennom en uendelig tynn, perfekt plan grenseflate mellom et medium n_1 og et medium med brytningsindeks n_2 (lysstrålen antas å starte i n_1). θ_i er innfallsvinkelen til lysstrålen. R_s står for refleksjon av lys med lineær polarisering normalt på innfallsplanet (s: senkrecht), mens R_p står for refleksjon av lys med lineær polarisering parallellt med innfallsplanet.

h)

Kommer strålen vinkelrett inn mot grenseskiktet, er $\theta_i = 0$ og R_s og R_p bør være identiske siden det da ikke er mulig å definere et entydig innfallsplan. Vi ser av uttrykket i Fresnels ligninger at vi faktisk får

$$R_s = R_p = [(n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)]^2$$

Dersom $n_1 = 1$ og $n_2 = 1.54$, får vi: $R_s = R_p = 0.045$, dvs at snaue 5 % av lyset reflekteres, og at det ikke er noe forskjell mellom refleksjon av ulike polariseringer av lyset.

Transmisjonen må da være 0.955, det vil si 95.5 %, siden alt lys enten reflekteres eller transmitteres (antar absorbsjon lik null).

Brewstervinkelen for det samme grenseskiktet svarer til at lys som reflekteres kun har en polarisering normalt på innfallsplanet. Det vil si at $R_p = 0$.

Dette vil skje når:

$$n_1 \sqrt{1 - (\frac{n_1}{n_2} \sin\theta_i)^2} - n_2 \cos\theta_i = 0$$

$$1 - [n_1/n_2]^2 \sin^2\theta_i = [n_2/n_1]^2 \cos^2\theta_i = [n_2/n_1]^2 (1 - \sin^2\theta_i)$$

$$[n_2/n_1]^2 - 1 = ([n_2/n_1]^2 - [n_1/n_2]^2) \sin^2\theta_i$$

$$\sin\theta_i = \sqrt{\frac{[n_2/n_1]^2 - 1}{[n_2/n_1]^2 - [n_1/n_2]^2}}$$

$$\sin\theta_i = \sqrt{\frac{(n_2/n_1)(n_2/n_1 - n_1/n_2)}{(n_2/n_1 + n_1/n_2)(n_2/n_1 - n_1/n_2)}}$$

$$\sin\theta_i = \sqrt{\frac{n_2/n_1}{n_2/n_1 + n_1/n_2}}$$

$$\sin\theta_i = \sqrt{\frac{1}{1+(n_1/n_2)^2}}$$

Men vi vet fra Rottmann (under ”Spesielle funksjoner”, ”Trigonometriske funksjoner”) at

$$\sin x = \frac{1}{\pm\sqrt{1+\cot^2 x}}$$

I vårt tilfelle er det bare vinkler i første kvadrant vi er interessert i, slik at fortegnene ikke er noe problem. Anvender vi denne Rottmann-relasjonen på vårt uttrykk, får vi:

$$\cot\theta_i = n_1/n_2$$

eller

$$\tan\theta_i = n_2/n_1$$

Dette er den formelen som er angitt i læreboka for Brewstervinkelen. Ved innsetting for brytningsindeksene i vårt tilfelle, følger da:

$$\theta_i = 57.0 \text{grader}$$

i)

Brewstervinkel:

Kan forekomme både når lysstrålen går fra et medium med lav brytningsindeks til et med høyere brytningsindeks, og omvendt.

Brewstervinkel angir bare en vinkel der reflektert stråle er fullstendig lineært polarisert.

Sier ikke noe om transmisjonen.

For totalrefleksjon må lysstrålen treffe grensesjiktet fra den siden der brytningsindeksen er størst. Totalrefleksjonen er uavhengig av polarisasjon.

j)

Lys som kommer for eksempel fra Sola inn mot Jorda, er elektromagnetiske bølger som kommer fra ulike deler fra soloverflaten, deler som er opptrer uavhengig av hverandre. Det betyr at vi i ethvert punkt P med solskinn på Jorda, får en summasjon av nær uendelig mange bølger, med ulike bølgelengder, amplituder og faser – alt er i en voldsom endring.

Dersom vi plukker ut lys i et ganske snevert bølgelengdeintervall, kan vi si at i ethvert punkt P kan det elektriske feltet til enhver tid bare ha én amplitude, én fase og én retning i rommet. Da er det slik at i et plan vinkelrett på solstrålen til det aktuelle punktet, vil det være et område rundt punktet P vi tok utgangspunkt i, der amplitude, fase og retning på det elektriske feltet er nær korrelert (nær likt) det vi hadde i punktet P. Det er en statistisk varierende størrelse som angir hvor langt bort fra P vi kan gå før vi ikke kan forutsi amplitude, fase og retning på det elektriske feltet selv om vi kjenner disse parametrene i punktet P. Denne avstanden kaller vi den spatielle koherenslengden (romlige koherenslengden). Helt nøyaktig statistisk mål kommer an på analysemetoden som velges, men forklaringen gir i det minste en idé om hva den spatielle koherenslengden forteller oss.

Fra punktet P er det også slik at dersom vi forflytter oss i strålens retning, vil det igjen være et område nær P hvor det statistisk er nær samme amplitude og retning i rommet for E-feltet, og at fasen endrer seg slik det forventes ut fra en planbølge beskrivelse. Men går vil lenger vekk fra punktet P, kan vi ikke forutsi amplitude, retning på elektrisk felt eller fase ut fra verdiene som gjelder for punktet P. Lengden vi kan gå uten å miste kjennskap til disse størrelsene, kaller vi den temporære koherenslengden (tidskoherenslengden).

Så vel romlig koherens som tidskorherens er som sagt statistiske størrelser. Disse karakteriserer på en måte hvor kaotisk lyset er.

Lys fra Sola har gjerne koherenslengder på bare noen få mikrometer til millimeter, mens lys fra en god laser kan ha koherenslengder på i størrelsesorden flere meter.

Oppgave 3

a)

Linseformelen ser ut som følger:

$$1/s + 1/s' = 1/f$$

Her er s objektavstand, s' bildeavstand og f brennvidden.

b)

Konstruksjonsregler:

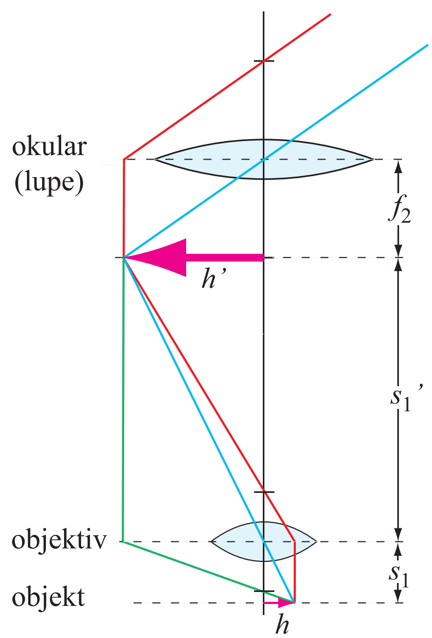
1. Lysstråle gjennom sentrum i en tynn linse går gjennom uten å skifte retning.
2. Lysstråle fra et objektpunkt parallellt med optisk akse inn mot linsen, blir brutt gjennom brennpunktet etter linsen.
3. Lysstråle som går fra et objektpunkt gjennom brennpunktet FORAN linsen, vil etter at lysstrålen treffer linsen, fortsette parallellt med den optiske aksen.

Der disse tre lysstrålene treffer hverandre, er bildepunktet for det aktuelle objektpunktet. Reglene overfor passer best for konvekse linser. For konkave linser må man gjerne trekke forlengelser i forhold til de nevnet linjer bakover (gal retning i forhold til lysets reting) for å finne det punktet der strålene krysser hverandre.

Når lysstråler treffer hverandre på motsatt side av linsen i forhold til der objektet er, får vi et reelt bilde av objektet. Når lysstråler treffer hverandre på samme side av linsen som objektet er, er bildet som dannes et virtuelt bilde.

c)

Lysveien i et mikroskop er gitt i figur 2.



Figur 1.2: *Strålegangen i et mikroskop. Objektet plasseres litt utenfor brennpunktet til objektivet, følgelig gir objektivet et reelt forstørret bilde av objektet. Dette bildet betraktes så med okularet som fungerer som en lupe.*

Objektet plasseres like utenfor brennvidden til objektivet, i en avstand som sikrer at bildet som objektivet danner, blir liggende akkurat i brennplanet for okularet. Det betyr at tubelengden i mikroskopet må være lik brennvidden til okularet pluss bildeavstanden for objektivet.

d)

Forstørrelsen til mikroskopet er definert som vinkelforstørrelsen vi får dersom vi betrakter en detalj gjennom mikroskopet sammenlignet med bildevinkelen for samme detalj dersom denne detaljen ble plassert i standard-nærpunktet (25 cm) foran øynene våre.

Objektivet brukes for å lage et reelt forstørret bilde, som vi i neste omgang betrakter gjennom okularet, som fungerer som en lupe.

Dersom så vel objektiv som okular har brennvidden 10 mm, og tubelengden er 21 cm, betyr det at bildet objektivet lager må ligge 10 mm under okularet. Da er bildeavstanden for objektivet 20 cm. Objektavstanden s fra objektivet, finner vi ved å bruke linseformelen (s gitt i antall millimeter):

$$1/s + 1/200 = 1/10$$

Herav: $s = 10.526$ mm dvs bare en halv millimeter utenfor brennvidden. Forstørrelsen M som objektivet gir er da:

$$M = s_1'/s_1 = 200/10.526 = 19$$

Skal vi følge vanlig praksis, bør vi egentlig skrive $M = -19$ siden bildet er opp-ned.

I tillegg kommer okularets forstørrelse (i form av en lupe), slik at total forstørrelse blir:

$$F_{tot} = -19 \cdot 250/10 = -475x$$

som med fordel kan angis som -480 dersom vi tar hensyn til antall gjeldende siffer (skjønt i vår sammenheng ville vi ikke gitt trekk på -475 heller).

e)

Okularprojeksjon betyr at vi ikke lenger bruker okularet som en lupe, men som et avbildende element. Det vil si at vi får to linser etter hverandre som gir hvert sitt reelle bilde. Objektet plasseres en ørliten tanke lenger unna objektivet, slik at bildet kommer litt utenfor brennvidden til okularet.

Okularet vil da danne et nytt reelt bilde, på samme måte som objektivet gjorde. Det gunstige med en slik ordning er at vi da får et reelt bilde av objektet, som vi kan betrakte på en skjerm, eller sende inn på en ccd-brikke for enten fotografering eller filmopptak.

f)

"Lysstråler går i rette linjer" er et underliggende prinsipp innen klassisk geometrisk optikk. Men ingen lysstråler vil egentlig følge jevntykke lysstråler. Alle lysstråler vil bli påvirket av diffraksjon. Dersom en tenkt lysstråle har en diameter på i størrelsesorden 1 mm (som er minst tusen bølgelengder), vil imidlertid diffraksjonen være nokså begrenset innenfor gangavstander for lyset på noen få cm opp til en snau meter. Da er det greit nok å se på strålen som en ensartet stråle som følger konstruksjonsreglene.

Dersom lyset følger en nokså bred lysbunt som har en brukbar romlig koherens, vil diffraksjonen uansett bli ganske minimal, så fremt at lysbunten er rimelig brei (som den ofte er i en kikkert eller kameraobjektiv). Har vi virkelig tynne stråler (godt mindre enn 1 mm i diameter), eller dersom koherenslengden (mest i romlig forstand, men også tidskoherens) er godt mindre enn 1 mm, vil diffraksjon gjøre seg så mye gjeldende, at de vanlige konstruksjonsreglene har begrenset verdi.

Det ligger forresten også i kortene at linsene og alle strukturer lyset møter kan anses som nokså perfekt plane for avstander på i størrelsesorden noen få bølgelengder på tvers av strålen.

Alt dette har nesten ikke noe sammenheng med såkalt paraksial tilnærming. Paraksial tilnærming går ut på at vi bare betrakter lysstråler som har liten vinkel relativt til optisk akse, slik at vi blant annet kan benytte oss av relasjonene $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$. Det er en liten kobling mellom paraksial tilnærming og vår bruk av lysstråler, for når vi atpåtil paraksial tilnærming også opererer med "tynne linser", sørger vi i det minste for at lyset aldri treffer noen grenseflater med en innfallsvinkel som nærmer seg 90 grader. Innfallsvinklene vil alltid være nokså små.

g)

De fargede stripene er sannsynligvis såkalte randfarger. Randfarger opptrer når vi har et objekt med markante kanter mellom lys og mørke og lyset fra objektet brytes av et dispersivt medium. Randfarger gjenkjenner vi som et rødt bånd inn mot det mørke området, som så går over i gult, og videre til hvitt i det lyse området. Alternativt har vi en blåfiolett stripe nærmest det mørke partiet som går over i en lys cyan som så går over i hvitt i det lyse partiet.

De to variantene opptrer alt etter hvilken vei den mørke kanten vender i forhold til hvilken vei det røde lyset brytes sammenlignet med blått lys etter at lyset passerer det dispersive elementet.

h)

Synssansen er slik at vi bare kan se én farge på ett sted i synsfeltet. Hvilken farge vi faktisk ser, kan bestemmes ut fra hvor mye absorbsjon av lyset vi har i hver av de tre typer tapper. Lyset kan gjerne være sammensatt av mange ulike samtidige spektralfarger (der hver spektralfarge er karakterisert ved hver sin frekvens). Men uansett hvor mange spektralfarger (frekvenser) vi starter opp med, vil tappene bare effektivt sende tre "intensiteter" videre til bearbeiding i synsrelaterte celler i synsnervebanen og hjernen. Og de tre signalene vil prosesseres slik at vi bare ser én farge på hvert sted i synsfeltet. Denne fargen kan imidlertid generelt sett oppnås på mange forskjellige måter. Det er med andre ord ikke slik at vi ut fra en gitt farge, kan slutte entydig hvilke spektralfarger/frekvenser som ligger bak. [Synssansen gir imidlertid en meget bra romlig oppløsning i synsfeltet, men det er ikke hovedpoenget her.]

Hørselen er veldig forskjellig. Her vil vi ha parallell prosessering av lyd med ulike frekvenser. Bass registreres av en del av basillarmembranen, og diskant av en annen del. De to delene kan sende signaler temmelig uavhengig av hverandre til hjernen, slik at vi kan høre flere frekvenser samtidig! Riktignok er det slik at en lyd fra et musikkinstrument, f.eks. en trompet, i praksis inneholder en rekke frekvenser samtidig. Hjernen er da laget slik at vi ikke oppfatter hele spekteret av harmoniske som forskjellige toner, men at vi opplever hele røkla som én tone. Men to ulike toner, f.eks. en D og en E spilt samtidig på to ulike trompeter, vil oppfattes som to samtidige, skillbare toner, hver karakterisert ved hver sin frekvens (frekvensen til grunntonen).

Det ligger i kortene at synssansen er basert på synlig lys (elektromagnetiske bølger) med bølgelengde 400 - 800 nm, mens lyd er mekanske trykkbølger i luft (eller et annet materiale) med frekvens stort sett mellom 50 Hz og 20 kHz.

Denne oppgaven er formulert uklart slik at den også kan tolkes dithen at vi spør etter hvor stor *forskjell* det må være i frekvensene for at hhv øyet eller øret skal oppfatte stimuliene som separate. Vi har ikke gått gjennom denne problemstillingen i tilstrekkelig grad når det gjelder synssansen, slik at vi ikke har grunnlag for å gi et godt svar der. For hørselen har vi delvis dekket denne problemstillingen gjennom diskusjon om tonesprang mellom toner i skalaen, og ved diskusjon om Q-verdi for basillarmembranen.

De studentene som har tolket spørsmålet i denne sistnevnte retningen vil få en del poeng selv om svaret ligger på siden av hva vi tenkte oss, nettopp fordi spørsmålet ikke var klart nok formulert.