Kortfattet løsningsforslag til midttermineksamen FYS2130 18. mars 2005

Oppgave 1

a) Vi finner først fjærstivheten, *k*. Når *m* er festet til fjæra, er systemet i ro:

$$kx_1 = mg$$
$$k = mg / x_1$$

der x_1 = 10 cm.

Svingeperioden er $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{mx_1}{mg}} = 2\pi\sqrt{\frac{x_1}{g}} = \underline{\underline{0.63\,s}}$

b) Ved t = 0 er v = 0:

$v(0) = v_0 \sin(\varphi) = 0$ som gir φ = 0

$$\frac{dx}{dt} = v(t) = v_0 \sin(\omega t)$$

Forflytningen er

$$x(t) - x(0) = \int_0^t v dt = -\frac{v_0}{\omega}\left[\cos(\omega t) - 1\right]$$

Forflytningen fra t = 0 til t = 2s er da $\underline{\underline{8/\pi}}$ m

c) Totalenergien til den harmoniske oscillatoren er

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = E_p + E_k = E_p + \frac{1}{2}E_p = \frac{3}{4}kx^2$$

Utslaget,x, hvor $E_k = ½E_p$: $x = \sqrt{\frac{2}{3}}A = \underline{\underline{8.2\,cm}}$

Oppgave 2

a) Snells lov på overgang mellom medium 1 og medium 2:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1$$

Snells lov på overgang mellom medium 2 og medium 3:

$$n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3$$
$$n_2 \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 = n_3 \sin\theta_3$$
$$\sin\theta_3 = \frac{n_1}{n_3}\sin\theta_1$$

Totalrefleksjon i grenseflaten mellom medium 2 og medium 3 inntreffer når

$$\frac{n_1}{n_3}\sin\theta_1 > 1$$
$$\sin\theta_1 > \frac{n_3}{n_1}$$

som gir $\theta_1 > 60^\circ$.

b)

Fokallengden er positiv og er: f = R/2 = 20 cm

Speilformelen er

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Bildeavstanden er:

$$s' = \frac{f \cdot s}{s - f} = \underline{\underline{40\ cm}}$$

c) Vi har et konkavt og et konvekst speil med krumningsradier R_1 og R_2 slik at $R_1 = -R_2$. Begge bildeavstandene er her negative: $s_1' = -10$cm og $s_2' = -30$cm. Objektavstanden er den samme i begge tilfeller, *s*. Bruk av speilformelen gir

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s_1'} = -\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s_2'}\right)$$

$$s = \frac{-2s_1^{'}s_2^{'}}{s_1^{'} + s_2^{'}} = \underline{\underline{15\ cm}}$$

Oppgave 3

a) Betingelsen for stående bølger i røret er at vi for den longitudinelle forskyvningen må ha en knute i den lukkede enden og en buk i den åpne enden.
For grunnfrekvensen er L = λ / 4. Lydhastigheten er v = λ·f = 320 m/s

b) Konstruktiv interferens inntreffer første gang når forskjellen i veilengde er én bølgelengde:

$$\sqrt{x^2 - h^2} - x^2 = \lambda$$
$$x = \frac{h^2 - \lambda^2}{2\lambda} = \frac{h^2 - (v/f)^2}{2v/f} = \underline{\underline{1.25\ m}}$$

c)

Ubåt B registrerer frekvensen $f' = \dfrac{v + v_B}{v - v_A} f$ (B er mottager og A er kilde). Lydbølgen reflekteres mot A. A registrerer frekvensen f'' (A er mottager og B er kilde):

$$f'' = \frac{v + v_A}{v - v_B} f' = \frac{v + v_A}{v - v_B} \cdot \frac{v + v_B}{v - v_A} f = \underline{\underline{1041\ Hz}}$$

Oppgave 4

a) $I = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2$, $B_0 = \dfrac{E_0}{c}$ og $c = \dfrac{\omega}{k}$ gir $\underline{\underline{I = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 (\omega / k)^3 B_0^2}}$

b) Snells lov gir brytningsindeksen i det dielektriske mediet:

$$\sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$
$$n_2 = \sqrt{3}$$

Energikonservering gir:

$$I_1 = I_r + I_2$$
$$I_1 = 0.2I_1 + I_2$$
$$I_2 = 0.8I_1$$

$$\frac{1}{2\mu_0}E_2B_2 = \frac{0.8}{2\mu_0}E_1B_1$$
$$\frac{1}{2\mu_0}E_2\frac{E_2}{v} = \frac{0.8}{2\mu_0}E_1\frac{E_1}{c}$$
$$E_2^2 = 0.8\frac{v}{c}E_1^2 = 0.8\frac{E_1^2}{n_2}$$
$$E_2 = \sqrt{0.8\frac{E_1^2}{n_2}} = \underline{\underline{68\ V/m}}$$

c) Den innkommende bølgen kan betraktes som en sum av to bølger i fase; en i x-retning og en i y-retning. Amplituden for disse er like siden den gitte vinkelen er 45º. Når bølgene trenger inn i materialet vil bølgehastighetene til disse være forskjellig fordi brytningsindeksene n_x og n_y er forskjellig. Skal resultantbølgen være sirkulærpolarisert etter å passert platen må faseforskjellen mellom bølgene i x- og y-retning være $\frac{\pi}{2}$:

$$k_yd - k_xd = \frac{\pi}{2}$$

$$d = \frac{\pi}{2\left[\frac{2\pi}{\lambda_y} - \frac{2\pi}{\lambda_x}\right]} = \frac{1}{4\left[\frac{1}{\lambda_y} - \frac{1}{\lambda_x}\right]} = \frac{1}{4\left[\frac{n_y}{\lambda_0} - \frac{n_x}{\lambda_0}\right]} = \frac{\lambda_0}{4\left[n_y - n_x\right]} = \underline{\underline{1.67\ \mu m}}$$

der λ_0 = 589 nm.