Kortfattet løsningsforslag til midttermineksamen i FYS2130 30.mars 2007

Oppgave 1

Den vertikale hastigheten til et punkt x er:

$v_y = \dot{y} = -y_0 \omega \cos(kx - \omega t + \varphi)$

$v_y = 0$ for $x = 0$ og $t = 0$ gir $\cos\varphi = 0$ som gir $\varphi = \pi/2$

Bølgetall: $k = 2\pi/\lambda = \frac{2\pi \cdot 3}{2}$ m^{-1} $= 3\pi$ m^{-1} Vinkelfrekvens: $\omega = vk = \frac{10}{3} \cdot 3\pi$ s^{-1} $= 10\pi$ s^{-1}

Utslaget er $y = 1.0 \sin(3\pi \cdot \frac{1}{6} - 10\pi + \frac{\pi}{2}) = \underline{\underline{0}}$

Oppgave 2

Amplituden til svingningene kan skrives som $A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{b}{2m} \cdot t}$, der A_0 er amplituden ved $t = 0$.

Dempningskonstanten er $b = \frac{2m}{t} \ln(A_0 / A(t)) =$ $\underline{\underline{0.0220 \text{ kg/s}}}$

Oppgave 3

Bølgehastigheten for en transversell bølge på en streng med lengde L og masse per lengde μ og strekk-kraft F er: $v = \sqrt{F/\mu} = L/t$, der t er tiden det tar for en puls og bevege seg fra den ene til den andre enden av strengen.

Tiden det tar for en puls å bevege seg langs den kombinerte strengen er:

$$t_1 + t_2 + t_3 = \frac{L}{\sqrt{F}}(\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_3}) = \frac{1}{10}(\sqrt{0.04} + \sqrt{0.16} + \sqrt{0.01}) \text{ s} = \underline{\underline{0.07 \text{ s}}}$$

Oppgave 4

La den kritiske vinkel for totalrefleksjon i A være θ_c.

Snells lov gir: $n \sin\theta_c = 1$ $\quad \sin\theta_c = \frac{1}{n} = \frac{v}{c} = \frac{4}{5}$

Snells lov på brytning fra vakuum inn i mediet gir

$$1\cdot\sin\theta = n\sin(\frac{\pi}{2}-\theta_c) = n\cos\theta_c = n\sqrt{1-\sin^2\theta_c} = \frac{5}{4}\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{4}$$

$\theta = \underline{\underline{48.6^\circ}}$ Dette er den største θ som gir totalrefleksjon i A.

Oppgave 5

Siden det innkommende lyset er upolarisert er intensiteten bak det første filteret $\frac{1}{2}I_0$.

Intensiteten bak det andre filteret er $I = \frac{1}{2}I_0\cos^2 30^\circ = \underline{\underline{\frac{3}{8}I_0}}$

Oppgave 6

Tidsmiddelet av Poyntingsvektoren er lik intensiteten, *I*.

$I = \frac{1}{2\mu_0}E\cdot B = \frac{1}{2\mu_0}E\cdot\frac{E}{v} = \frac{1}{2\mu_0}\frac{E^2}{c/n} = \frac{nE^2}{2\mu_0 c}$ der *E* og *B* er amplitudene til henholdsvis det elektriske og magnetiske feltet.

Uttrykt ved *B* er:

$$I = \frac{1}{2\mu_0}E\cdot B = \frac{1}{2\mu_0}Bv\cdot B = \frac{1}{2\mu_0}B^2 c/n = \frac{cB^2}{2\mu_0 n}$$

Utstrålt effekt gjennom en kuleflate med sentrum i kilden og i en avstand *r* er uavhengig av *r*.

For kuleflater med radius r_1 og r_2 er:

$$4\pi r_2^2 I(r_2) = 4\pi r_1^2 I(r_1)$$
$$\frac{cB_2{}^2}{2\mu_0 n}r_2^2 = \frac{nE_1{}^2}{2\mu_0 c}r_1^2$$
$$B_2 = \frac{r_1}{r_2}\cdot\frac{nE_1}{c} = \frac{10}{20}\cdot\frac{nE_0}{c} = \underline{\underline{\frac{nE_0}{2c}}}$$

Oppgave 7

Den innkommende bølgen kan betraktes som en sum av to bølger i fase; en i z-retning og en i y-retning. Amplituden for disse er like siden den gitte vinkelen er 45º. Når bølgene trenger inn i materialet vil bølgehastighetene til disse være forskjellig fordi brytningsindeksene n_z og n_y er forskjellig. Skal resultantbølgen være sirkulærpolarisert etter å passert platen må faseforskjellen mellom bølgene i *z*- og *y*-retning være $\frac{\pi}{2}$:

$$k_z \cdot s - k_z \cdot s = \frac{\pi}{2}$$

$$s = \frac{\pi}{2\left[\frac{2\pi}{\lambda_z} - \frac{2\pi}{\lambda_y}\right]} = \frac{1}{4\left[\frac{1}{\lambda_z} - \frac{1}{\lambda_y}\right]} = \frac{1}{4\left[\frac{n_z}{\lambda_0} - \frac{n_y}{\lambda_0}\right]} = \frac{\lambda_0}{4\left[n_z - n_y\right]} = \underline{\underline{750\,\mathrm{nm}}}$$

Oppgave 8

Fra speilformelen får vi:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

Multiplikasjon med –*s* gir:

$$-1 + \frac{1}{m} = \frac{-2s}{R} \quad \text{der } m = -\frac{s'}{s}$$

$$s = \frac{R(1 - 1/m)}{2} = \underline{\underline{3R/10}}$$

Oppgave 9

Vi finner først bildeavstanden $s_1^{'}$ for avbildning med linse 1:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1^{'}} = \frac{1}{f_1}$$

$$s_1^{'} = \frac{s_1 f_1}{s_1 - f_1} = \frac{6 \cdot 4}{6 - 4}\ \text{cm} \ = 12\ \text{cm}$$

Dette bildet er reelt og er objekt for linse 2. Objektavstanden for linse 2 er $s_2 = (18 - 12)\ \text{cm} = 6\ \text{cm}$:

$$s_2^{'} = \frac{s_2 f_2}{s_2 - f_2} = \frac{6 \cdot 3}{6 - 3}\ \text{cm} \ = \underline{\underline{6\ \text{cm}}}\ \text{(reelt bilde) til høyre for linse 2}$$

Oppgave 10

Svingeperioden for en harmonisk oscillator er $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

Forholdet mellom svingeperiodene er:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}}$$

som gir $m_2 = m_1\left[\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1\right] = 0.100 \cdot \left[\left(\dfrac{2.4}{2}\right)^2 - 1\right]$ kg = $\underline{\underline{0.044 \text{ kg}}}$

Oppgave 11

En erstatningsfjær som skal ha samme virkning som parallellkoplingen har fjærkonstant k_{eff}.

For en posisjon x vil kraften fra fjær 1 + kraften fra fjær 2 på *m* være lik kraft fra erstatningsfjæren på *m*:

$-k_1(x - x_1) - k_2(x - x_2) = -k_{eff}(x - x_0)$ der x_0 er likevektsstillingen for oscillatoren.

$$-(k_1 + k_2)x + k_1x_1 + k_2x_2 = -k_{eff}x + k_{eff}x_0$$

Dette gir

$$k_{eff} = k_1 + k_2$$

$$x_0 = \frac{k_1x_1 + k_2x_2}{k_{eff}} = \frac{k_1x_1 + k_2x_2}{k_1 + k_2} = \frac{40 \cdot 4 + 20 \cdot 6}{40 + 20} \text{ cm} = \underline{\underline{4.7 \text{ cm}}}$$