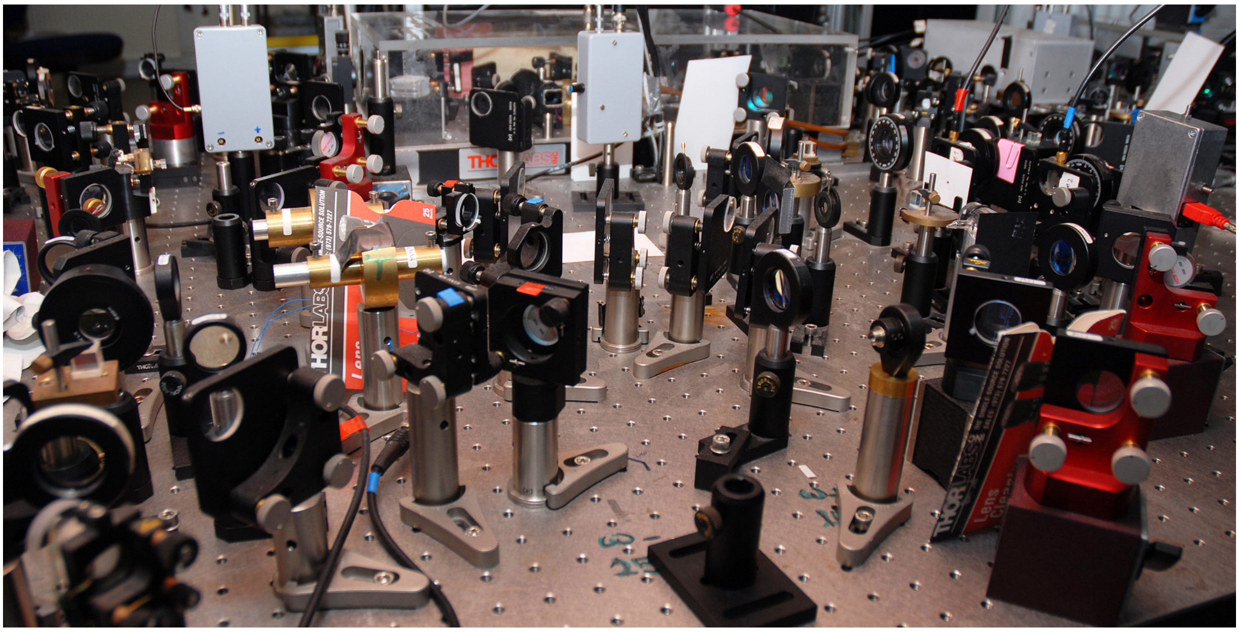
Kapittel 11

Geometrisk optikk



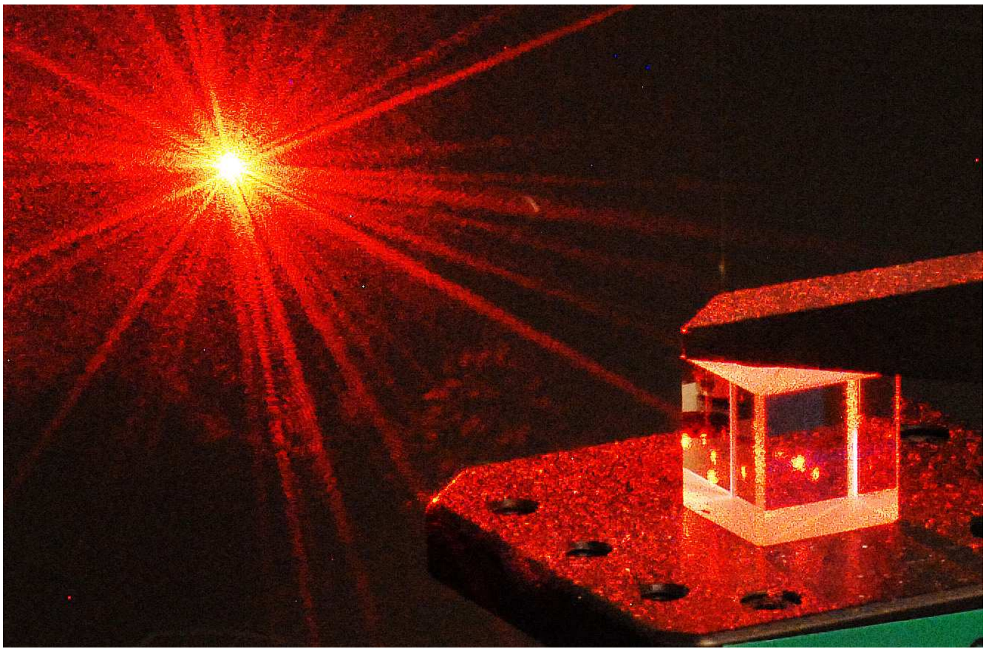
Utsnitt fra et velutstyrt optisk bord i Quantop-laboratoriet på Niels Bohr Instituttet i København 2007.

Optikk har i lang tid vært en meget viktig del av fysikken. Kikkerten hjalp Galilei til å innse at månene kretset rundt Jupiter, og det ga støtet til et nytt verdensbilde. I kvantefysikk brukes ofte lys og optikk for å utforske kvantefenomener. Optikk er avgjørende for moderne kommunikasjon siden alle viktige internettforbindelser foregår vha lys. Også fremtidens datamaskiner kan muligens bygges opp av optiske brytere og andre elementer.

Også på et mer personlig plan spiller optikk en betydelig rolle. Mange av oss trenger briller eller linser for å se ordentlig. Vi bruker kameraer for å forevige viktige hendelser i livet vårt. Kopimaskiner eller scannere foreviger skriftlig materiale, og vi bruker kikkerter for å utforske sjeldne fugler eller verdensrommet, og mikroskop for å identifisere bakterier eller pollen. I dette kapitlet ønsker vi å belyse noen generelle trekk innen optikk vi håper du vil ha glede av senere.

11.1 Lysstråler

Vi har tidligere sett at Maxwells ligninger sammen med energikonservering gir størrelse og retning på reflektert og transmittert elektrisk felt etter at plane elektromagnetiske bølger kommer inn mot en plan grenseflate mellom to ulike dielektriske medier. Fra Maxwells ligninger følger både refleksjonslov og Snels brytningslov. Vi har også sett at både refleksjonslov og Snels brytningslov også kan utledes ut fra prinsippet om minste tid, eller mer korrekt, prinsippet om at tiden lyset bruker på veien har en ekstremalverdi. Vi har med andre ord to ulike forklaringer. Hvilken skal vi regne som den mest fundamentale? Det er ikke godt å si, men her er et innspill du kan reflektere over.



Figur 11.1: *"Lysstråler" er et mye mer komplisert begrep enn det vi ofte tenker over.*

Dersom vi har en lyskilde som sender ut lys i alle mulige retninger, kan vi se for oss at lyset "velger" å følge veien som gir kortest tid dersom vi på forhånd har valgt ut lyskildens posisjon og endepunktets posisjon. Dersom vi derimot sender en vel avgrenset laserstråle i en gitt retning inn mot grenseflaten, vil strålen bli brutt i en bestem retning gitt av Snels lov (utledet av Maxwells ligninger). Har vi valgt et endepunkt som ikke ligger langs den brutte strålen, vil lyset faktisk ikke nå endepunktet. Vi må selv endre på den innfallende strålen inntil den brutte strålen når endepunktet. Med en slik beskrivelse er kriteriet om kortest mulig tid fra startpunkt til sluttpunkt nokså meningsløs. Retningen på den brutte strålen er fullt ut bestemt av retningen til den innfallende strålen. Likevel *er* det slik at dersom vi velger et sluttpunkt et eller annet sted langs den brutte strålen, så representerer lysveien den veien hvor lyset bruker kortest mulig tid, men det er på en måte en ekstra gevinst, ikke det primære. [Vi kommer tilbake til denne type refleksjoner når vi omtaler diffraksjon, for da får vi inn også Richard Feynman's tenkning som ligger til grunn for kvanteelektrodynamikk (QED).]

Går vi tilbake til lyskilden som sender ut lys i alle mulige retninger, kan vi i avstander større enn noen centimeter fra kilden anse at lyset tilnærmet kan betraktes som plane elektromagnetiske bølger så lenge vi betrakter en smal "bunt" i en gitt retning. Når denne bunten kommer f.eks. skrått inn mot en plan grenseflate mellom luft og glass, vil den oppføre seg omtrent som laserstrålen vi beskrev i stad. Det vil si at lysbunten vil bli brutt på en entydig måte ut fra hvilken innfallsvinkel strålen har mot grenseflaten.

I geometrisk optikk vil vi operere også med krumme overflater, f.eks. overflaten til en linse eller et krumt speil. Kan vi da bruke lovene vi har utledet for plane grenseflater? Vel, det kommer an på krumningen! En lysbunt hvor vi kan betrakte bølgen som tilnærmet plan, må være "mange" bølgelengder vid for at diffraksjon ikke skal ødelegge "lysbunten" i vesentlig grad. Bølgelengden for lys er i størrelsesorden 500 nm $= 0.5\ \mu$m $= 0.0005$ mm. En "lysbunt" med diameter i størrelsesorden minst 0.01-1 mm (avhengig av ulike detaljer), vil som oftest være vid nok til at den kan betraktes som en bunt med tilnærmet plane bølger.

Dersom denne bunten møter en overflate som er nokså plan innenfor denne tenkte bunten på 0.01-1 mm, vil vi kunne anvende refleksjonslov og brytningslov *lokalt* uten store problemer. Krumme overflater er derfor ikke et nevneverdig problem når vi analyserer lys gjennom linser, nettopp fordi bølgelengden er så liten sammenlignet med krumningsradien.

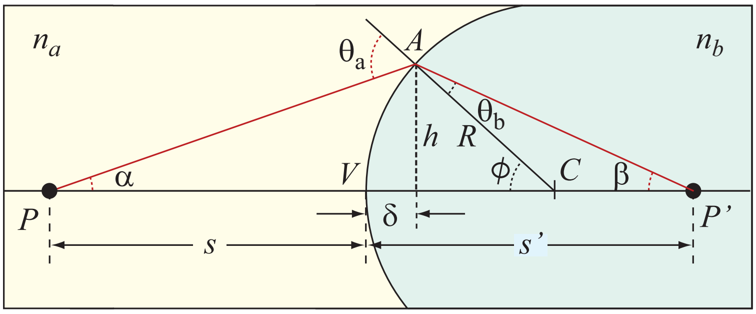
For vanndråper blir det fort annerledes. For vanlige store vanndråper kan vi tilnærmet bruke refleksjonslover og brytningslover for å f.eks. beregne regnbuens utseende, men for svært små vanndråper bryter det hele sammen. Da må vi tilbake til Maxwells ligninger med krumme grensesjikt, og beregningene blir da ekstremt omfattende. Lysspredning fra slike små dråper går under navnet Mie-spredning. Først etter at vi fikk slagkraftige datamaskiner kunne vi gjøre gode beregninger for Mie-spredning. Tidligere ble Mie-spredning bare sett på som en akademisk kuriositet.

Du lurer kanskje på hvilken hensikt jeg har med denne innledningen til geometrisk optikk, og den skal jeg røpe nå. I geometrisk optikk snakker vi om *lysstråler* som går i rette linjer i homogene medier. Men er det egentlig forenelig med moderne fysikk å snakke om lysstråler som går i rette linjer fra f.eks. en lampe, eller fra en blomst på bordet? Vel, så lenge vi er mange bølgelengder vekk fra kilden og fra kanter som begrenser lysets utstrekning, er vi i fjernfeltområdet for de elektromagnetiske bølgene. Da kan lyset lokalt betraktes som tilnærmet plane bølger, og lyset kan tenkes sammensatt av små lysbunter med diameter minst 0.01-1 mm. En såpass bred lysbunt vil kunne fortsette med tilnærmet konstant diameter innenfor lengdeskalaen som er aktuell for klassiske linser og speil. Det betyr at "lysstråler" er et greit nok begrep i klassisk geometrisk optikk. Samtidig må vi ikke glemme at i andre sammenhenger (om f.eks. i Mie-spreding) er begrepet helt ubrukelig.

11.2 Lys gjennom en krum grenseflate

Tenk deg en glasskule i luft og et lite lysende punkt et stykke fra kula som sender ut lys i alle mulige retninger (treffer i alle fall kula). Vi skal nå undersøke hvordan ulike tenkte lysstråler fra det lysende punktet vil gå når de treffer ulike områder på overflaten til glasskula.

I figur 11.2 er det lysende punktet i P, og vi har valgt et snitt hvor både dette punktet og sentrum av kula C ligger. En lysstråle fra P som følger linjen mellom P og C vil treffe kuleoverflaten vinkelrett på. Den delen av lyset som transmitteres vil da fortsette rett fram og fortsette i forlengelsen av linjen PC.



Figur 11.2: *Lysstråler fra et lysende punkt (objekt) i P vil danne et "bilde" i punktet P'. Se teksten for detaljer.*

Vi velger så en lysstråle som treffer kuleoverflaten i et punkt A i det planet vi betrakter. Linjen CA og forlengelsen av denne blir da innfallsloddet, og innfallsplanet og utfallsplanet ligger i det planet vi betrakter. Strålen vil *lokalt* synes å treffe en plan flate, og vanlig Snels brytningslov gjelder. Den brutte strålen får en bestemt retning, og lysstrålen vil i punktet P' krysse den første lysstrålen (som gikk gjennom kulesentrum).

Vi skal nå gjennomføre en del geometri for å finne ut hvor skjæringspunktet P' er plassert. Kulas radius er R. Linjen som går gjennom lyskilden P, kulas sentrum C og krysningspunktet P', kaller vi optisk akse. Punktet der optisk akse skjærer kuleoverflaten kaller vi verteks, og er markert med V på figuren. Avstanden fra lyskilden til verteks kaller vi s og avstanden fra verteks til krysningspunktet P' kaller vi s'. Den loddrette avstanden fra punktet A inn mot den optiske aksen kaller vi h. Avstanden mellom verteks V og punktet der normalen fra A inn på den optiske aksen treffer aksen, kaller vi δ. Ellers er en del vinkler angitt med sine symboler på figuren.

For å gjøre beregningene så generelle som mulig, sier vi at brytningsindeksen for lys er n_a i mediet hvor lyskilden ligger (til venstre i figuren) og n_b i kula (til høyre i figuren). Vi antar også at $n_b > n_a$.

Snels lov gir:

$$n_a \sin\theta_a = n_b \sin\theta_b$$

Vi har også:

$$\tan\alpha = \frac{h}{s+\delta}, \qquad \tan\beta = \frac{h}{s'-\delta}, \qquad \tan\phi = \frac{h}{R-\delta}$$

Videre vet vi at en utenforliggende vinkel i en trekant er lik summen av de motstående vinklene:

$$\theta_a = \alpha + \phi, \qquad \phi = \beta + \theta_b \tag{11.1}$$

Vi gjør nå en meget vanlig forenkling når vi jobber med enkel optikk, nemlig såkal *paraksial* forenkling. Med det menes at vi begrenser oss til forhold der vinklene α og β er så små at både sinuser og tangenser kan tilnærmes med vinkelen selv (i radianer). Under den samme forutsetningen vil δ være liten sammenlignet med s, s' og R. Ligningene ovenfor kan da tilnærmet skrives:

$$n_a\theta_a = n_b\theta_b \tag{11.2}$$

og

$$\alpha = \frac{h}{s}, \qquad \beta = \frac{h}{s'}, \qquad \phi = \frac{h}{R} \tag{11.3}$$

Kombineres den første ligningen i (11.1) med ligning (11.2), får vi:

$$n_a\alpha + n_a\phi = n_b\theta_b$$

Setter vi inn også for andre del av ligning (11.1), får vi:

$$n_a\alpha + n_a\phi = n_b\phi - n_b\beta$$

og videre:

$$n_a\alpha + n_b\beta = \phi(n_b - n_a)$$

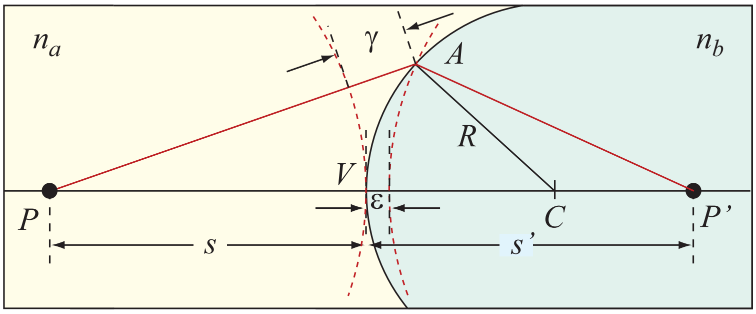
Setter vi nå inn uttrykkene (11.3) og forkorter med h, får vi:

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} \tag{11.4}$$

Denne formelen er ganske viktig. Den viser at relasjonen gjelder uavhengig av vinkelen α såfremt vi jobber med paraksial approksimasjon (små vinkler). *Alle* lysstråler fra lyskilden som har liten vinkel relativt til optisk akse, vil krysse optisk akse i punktet P'. Vi kaller lyskilden for *objektpunkt* og krysningspunktet for *bildepunkt*.

Så langt så godt. Men hva så? Er det noe spesielt at lysbunter krysser hverandre? Vil de ulike lysbuntene tilsammen gi et spesielt resultat, eller kan det hende at en lysbunt vil slokke ut en annen, og at det ikke blir noe spesielt ved krysningspunktet uansett?

Figur 11.3 viser de samme to lysbuntene som på forrige figur, men vi har nå fokusert på noe annet enn tidligere, nemlig *tiden* lyset bruker fra objektpunktet til bildepunktet. For den rette lysstrålen som følger optisk akse, vil lyshastigheten være c/n_a fram til verteks og



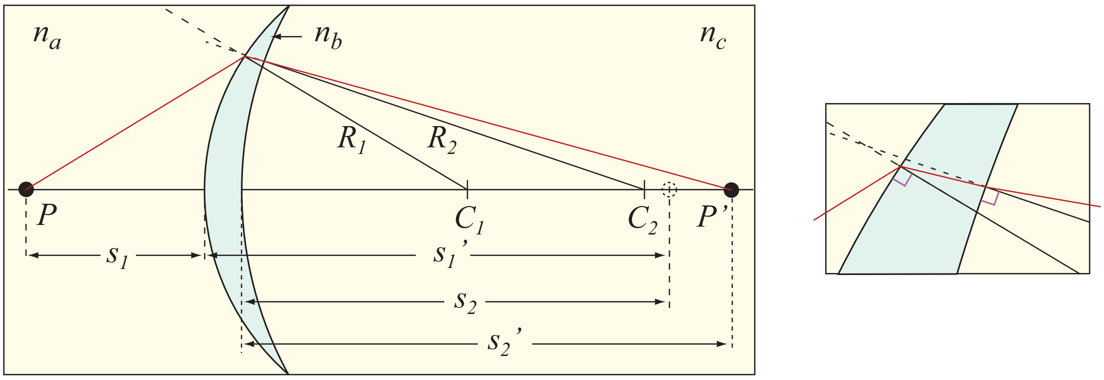
Figur 11.3: *Hvor lang tid vil to lysstråler bruke fra et lysende punkt i P til et "bilde" i P'?. Se teksten for detaljer.*

c/n_b resten. Hastigheten i glasset er minst. På en liknende måte er det for lyset som følger den andre retningen (via A). Vi ser at avstanden fra objektpunkt til A er γ lengre enn fra objektpunkt til verteks. Lyset vil altså bruke lenger tid på PA enn på PV. På den annen side ser vi at lyset vil bruke mindre tid inne i glasset når lyset følger den brutte linjen, for avstanden AP' er ϵ kortere enn VP'. Vi ser at ϵ er kortere enn γ, men dersom vi gjør en nøye geometrisk analyse (noe vi ikke skal gjøre), kan vi vise at *tiden* lyset bruker på avstanden γ i luft er identisk med tiden lyset bruker på avstanden ϵ i glass (gjelder bare for paraksial-tilnærmingen).

Med andre ord: Lyset bruker samme tid fra lyskilden (objektet) til skjæringspunktet (bildet) uansett hvilken retning lysstrålen går (innenefor paraksial-tilnærmingen). Siden lyset har samme frekvens uansett om det går gjennom luft eller glass, betyr dette at det er nøyaktig like mange bølgelengder langs den brutte lysstrålen som den rette. Følgelig vil lyset som kommer til krysningspunktet alltid være i fase med hverandre. Følgelig får vi en addering av amplituder. Kunne vi satt inn en skjerm på tvers av den optiske aksen i punktet P', ville vi kunne bekrefte dette ved at vi ville se en lysende flekk akkurat der. Ordet "bildepunkt" kan brukes, fordi vi kan danne oss et virkelig bilde av lyskilden på dette stedet.

11.3 Linsemakerformelen

I forrige underkapittel så vi hvordan lysstråler fra en lyskilde (objektpunkt) utenfor en glasskule samlet seg inne i kula i et bildepunkt. Et slikt system er imidlertid av ganske begrenset interesse. Vi skal nå se hvordan vi kan sette sammen to krumme flater, f.eks. fra luft til glass, og deretter fra glass tilbake til luft, for å få fram lover som gjelder for linser. Anta at vi har et opplegg som indikert i figur 11.4. For å få fram hvordan ligning (11.4) benyttes, velger vi å operere med tre ulike brytningsindekser, og vi lar linsen være "tynn", det vil si at linsens tykkelse er liten sammenlignet med både objektavstand, bildeavstand og radiene for både den ene grenseflaten og den andre. Under disse betingelsene (samt at



Figur 11.4: *En linse kan tenkes sammensatt av to krumme grenseflater mellom luft og glass. Bildet av P, dersom vi bare hadde første grenseflate, er markert med en stiplet sirkel. Til høyre viser detaljert strålegang gjennom linsen med brytning først mot innfallsloddet (luft til glass) og dernest fra innfallsloddet (glass til luft). Se teksten for detaljer.*

vi fortsatt arbeider bare innenfor paraksial-tilnærmingen) får vi:

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s_1'} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s_2'} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$

For en glasslinse i luft er $n_a = n_c = 1$ og $n_b = n$. Videre vil bildepunktet for andre grenseflate ligge på motsatt side av det vi brukte da vi utledet ligning (11.4). Det kan vises at vi kan implementere dette i ligningene våre ved å sette $s_2 = -s_1'$. Vi gjør da en tilnærming idet vi ser bort fra linsetykkelsen, dvs betrakter linsen som "tynn". Følgelig kan ligningsparet ovenfor skrives som:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s_1'} = \frac{n-1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s_1'} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1-n}{R_2}$$

Adderer vi ligningene, følger:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Dersom linsen betraktes som ett element, som attpåtil et tynt, er det naturlig å snakke om objektavstand og bildeavstand relativt til linsen som sådan (midt i linsen), i stedet for å operere med avstander til overflatene. Da ender vi opp med ligningen som går under navnet *"linsemakerformelen"*:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{11.5}$$

Et spesialtilfelle er når objektpunktet er "uendelig langt borte" (relativt til radiene R_1 og R_2). Da vil $\frac{1}{s} \approx 0$ og

$$\frac{1}{s'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Bildeavstanden for dette spesialtilfellet at objektpunktet er "uendelig langt borte", kaller vi *"brennvidden"* til linsen, og betegner den med f (fokal lengde). Bildepunktet ligger da i "brennpunktet" for linsen (en brennvidde fra midtpunktet av linsen). Med den gitte definisjonen av brennvidden f ender vi opp med:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \tag{11.6}$$

hvor brennvidden f er definert ved:

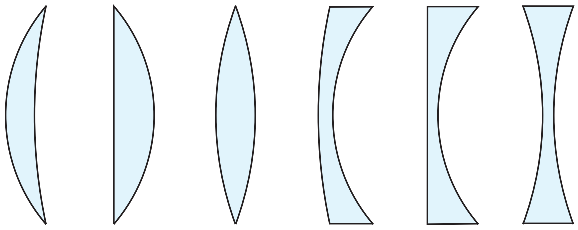
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{11.7}$$

Den første av disse formlene kalles "**linseformelen**", og vi skal benytte oss av den i resten av kapitlet.

Før vi går videre skal vi se hvordan linser vil se ut for ulike valg av R_1 og R_2 i linsemakerformelen. Disse radiene kan være positive og negative, endelige og uendelige. Ulike varianter er gitt i figur 11.5. Linser med størst tykkelse på optisk akse kalles *konvekse* (vokser i midten), men linser som er tynnest ved den optiske aksen kalles *konkave* (de er nesten "av" på midten).

Vi skal også ta med en liten påminning før vi går videre:

Utledningene ovenfor innebar en rekke tilnærminger, og resultatene vi kom fram til er bare omtrentlige. Dette er typisk for geometrisk optikk. De enkle formlene gjelder bare tilnærmet, og alle beregninger med disse er så enkle at de godt kunne vært gjort i den videregående skolen. På universitetsnivå skulle vi tro at vi kunne gå inn på mer kompliserte og mer nøyaktige beskrivelser, men disse er faktisk så kompliserte at de ikke egner seg i en såpass generell bok som denne. I dag brukes numeriske metoder for de mer avanserte beregningene. Det har da vist seg at det ikke er mulig å lage perfekte linser. Vi må gjøre



Figur 11.5: *Snitt gjennom en rekke ulike linseformer. Fra venstre mot høyre: Meniskformet konveks, plankonveks og bikonveks linser. Dernest: Meniskformet konkav, plankonkav og bikonkav linser.*

avveininger, og en linse som skal brukes stort sett ved korte avstander, vil måtte utformes på en annen måte enn en linse som hovedsakelig skal brukes ved lange avstander.

Vi har tatt utgangspunkt i sfæriske grenseflater. Dette skyldes at det inntil ganske nylig var mye lettere å fabrikere linser med sfæriske overflater enn andre former. I de siste årene er det blitt mer vanlig å fabrikere linser med noe annen form, og da reduseres problemet som kom til syne ved paraksial-tilnærmingen. Vi kan redusere såkalte sfæriske feil ved å forme overflatene ikke-sfærisk.

Figur 11.6: *Eksempel på et moderne objektiv for fotografi: AF Nikkor 28 mm f/1.4 GED objektiv. I stedet for én enkel tynn linse, slik vi tenker oss et objektiv i vår gjennomgang av geometrisk optikk, har Nikkon-objektivet 12 linser som spiller sammen som én. De fleste enkeltlinsene har sfæriske overflater, men to (de blå) har ikke-sfæriske overflater. To linser (de gule) er laget av ekstra dispersivt glass, det vil si at brytningsindeksen har en annerledes variasjon med bølgelengden enn det som er mest vanlig i andre glasstyper. Illustrasjonene er hentet fra websidene til Nikon 6. april 2013.*

Vi ser forresten av ligning (11.4) at brytningsindeksene inngår. Når vi vet at brytningsindeksen avhenger av bølgelengden, vil det si at bildepunktet P' vil ha en annen posisjon for rødt lys enn for blått lys. Ved hjelp av flere linser med ulikt glass (ulike brytningsindekser) kan vi kompensere delvis for denne type feil (kromatisk avvik). Totalt sett er det likevel en meget krevende oppgave å lage en god linse. Det er derfor ikke uten grunn at entusiaster gransker nye objektiver fra Nikon, Canon, Leitz osv. med stor interesse like etter at de er kommet på markedet. Har spesialistene klart å lage noe spesielt godt denne gangen, og i så fall, i hvilket henseende? Den helt perfekte linsen finnes ikke!

11.4 Lysstråleoptikk

Vi skal nå gå løs på den delen av optikken som omhandler briller, fotoapparater, luper, kikkerter, mikroskop osv. På engelsk går den under navnet "Ray optics" i motsetning til "Beam optics" som mer konsentrerer seg om hvordan en laserstråle utvikler seg (der diffraksjon er helt essensiell).

Når vi tar et fotografi, avbildes et objekt på f.eks. en CMOS-brikke. Situasjonen er da en del forskjellig fra det vi hittil har omtalt. Hittil har vi latt objektet være et lysende punkt plassert på den optiske akse. Nå må vi kunne behandle også objektpunkter som ikke ligger på den optiske aksen.

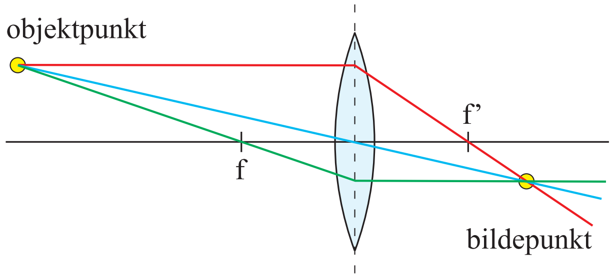
Det er da tre hovedregler vi forholder oss til om igjen og om igjen.

1. Innkommende lys parallellt med optisk akse, vil gå gjennom brennpunktet.
2. Lys som går gjennom linsens midtpunkt (der optisk akse skjærer gjennom linsen), vil gå videre i samme retning som det kom inn.
3. Lys som passerer linsens brennpunkt *foran* linsen, vil gå parallellt med optisk akse *etter* linsen.

Reglene kommer delvis fra linseformelen. Vi så at dersom objektavstanden s ble gjort uendelig stor, vil bildepunktet ligge i en avstand lik brennvidden etter linsen. Trekkes flere ulike lysstråler fra objektet i dette tilfellet, vil strålene komme inn (tilnærmet) parallellt med den optiske aksen, og alle slike stråler skal gå gjennom brennpunktet. Herav den første regelen.

Linseformelen kan imidlertid kjøres både forlengs og baklengs for å si det litt upresist. Dersom vi plasserer en svært liten lyskilde på den optiske aksen i en avstand lik brennvidden foran linsen, vil lyset fra kilden gå til linsen i mange ulike retninger, men bildepunktet vil da ligge i en avstand $s' = \infty$. Det betyr at strålene, uansett hvor de går gjennom linsen, vil fortsette tilnærmet parallellt med optisk akse etter linsen.

Den midterste regelen er kanskje enda lettere å skjønne. Midt på linsen (der optisk akse skjærer gjennom linsen) er de to overflatene tilnærmet parallelle. Dersom en lysstråle sendes gjennom et stykke planparallelt glass, vil lysstrålen bli brutt ved første grenseflate, men brutt tilbake til opprinnelige retning når den går gjennom andre grenseflate. Utgående lysstråle vil bli litt parallellforskjøvet i forhold til innkommende lysstråle, men dersom



Figur 11.7: *Et lysende objektpunkt som ikke ligger på den optiske aksen, vil avbildes i et punkt på motsatt side av en konveks linse. Bildepunktet ligger ikke på den optiske aksen. Tre hjelpelinjer brukes for å finne plasseringen til bildepunktet.*

vinkelen ikke er for stor, og linsen tynn, vil parallellforskyvningen bli såpass liten at vi kan se bort fra den i våre beregninger.

Objekt utenfor brennpunktet.

Anvendes disse reglene for et lysende objektpunkt som ikke ligger på optisk akse, får vi resultatet gitt i figur 11.7. De tre spesielle lysstrålene, angitt ved våre generelle regler, møtes eksakt i ett bildepunkt. Bildepunktet ligger på motsatt side av optisk akse sammenlignet med objektpunktet.

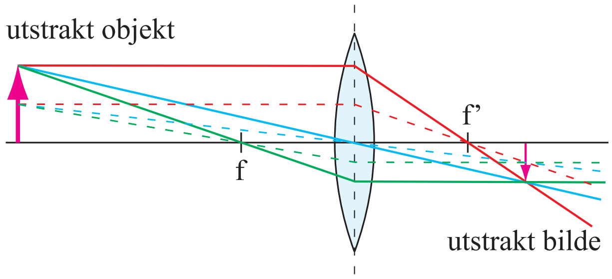
Dersom objektet ikke lenger er ett lyspunkt, men et utstrakt legeme, som for eksempel en pil, finner vi noe interessant (se figur 11.8). Fra hvert punkt i legemet sendes det ut lys, og for hvert punkt i objektet blir det et tilsvarende punkt i bildet. For våre forenklede regneregler er det slik at alle punkter i objektet som ligger i et plan vinkelrett på optisk akse, vil de tilsvarende bildepunktene ligge i et plan vinkelrett på optisk akse på motsatt side av linsen (under betingelser som angitt i figuren). Det vil si at vi kan avbilde et objekt (f.eks. forsiden av en avis) til et bilde, som kan fanges opp på en skjerm. Bildet vil da være en tro kopi av objektet (avissiden), bare at det vil ha en forstørrelse eller forminskning sammenlignet med originalen, og bildet vil være opp ned (men ikke speilvendt).

Forstørrelsen er rett og slett avhengig av s og s'. Er $s = s'$ vil objekt og bilde være like store. Er $s' > s$ er bildet større enn objektet (originalen), og visa versa. Lineær forstørrelse er rett og slett gitt ved:

$$M = -\frac{s'}{s}$$

Minustegnet er tatt med bare for å markere at bildet er opp ned sammenlignet med objektet.

Det er også mulig å definere en forstørrelse i areal. I så fall blir den kvadratet av uttrykket angitt her.



Figur 11.8: *Et utstrakt objekt kan tenkes å bestå av en mengde objektpunkter, og hvert punkt avbildes i et tilsvarende punkt på motsatt side av en konveks linse. Resultatet er at objektet som sådan avbildes som et bilde. Bildet er opp-ned og har en annen størrelse enn objektet.*

Objekt innenfor brennpunktet.

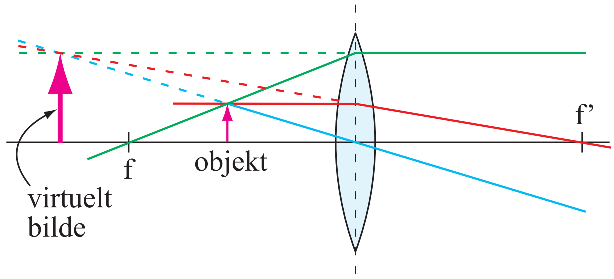
Hittil har det vært relativt lett forståelige sammenhenger mellom objekt og bilde, og vi har kunnet fange opp bildet på en skjerm og se at det er der. Men hva så dersom vi plasserer objektet nærmere linsen enn brennvidden? Figur 11.9 viser hvordan de tre referansestrålene nå går. De divergerer etter at de har passert linsen! Det finnes ikke noe punkt hvor lysstrålene møtes og hvor vi kan samle opp lyset og se på det. Derimot synes lysstrålene å komme fra ett og samme punkt, et punkt *på samme side av linsen som objektet*, men på et annet sted.

I tilfeller som dette snakker vi også om et bilde, men omtaler det som "virtuelt bilde" i motsetning til "reelt bilde" som vi hittil har omtalt. Et virtuelt bilde kan ikke samles opp på en skjerm. Derimot kan vi betrakte det virtuelle bildet dersom vi bringer inn enda en linse på en slik måte at objektet alt i alt, etter å ha gått gjennom den nye linsen, danner et reelt bilde.

Dersom vi f.eks. betrakter lyset som kommer gjennom linsen i figur 11.9 ved hjelp av øynene våre, vil øyelinsen vår kunne samle lyset slik at det danner seg et reelt bilde på netthinnen. Da ser vi bildet. Bildet på netthinna er et resultat av lys fra objektet går gjennom den frittstående linsen og deretter gjennom øyelinsen vår. Avstandene mellom objekt, linse og øyet er som gitt. Vi kunne imidlertid fått nøyaktig samme bilde på netthinna dersom vi erstattet det virkelige objektet, med et forstørret objekt med størrelse og plassering som angitt ved "virtuelt bilde" i figuren, men nå uten noe ytre linse. For oss ser det altså ut som om vi (når vi ser gjennom den ytre linsen) ser på en forstørret gjenstand i en annen avstand enn den virkelige. Dette er grunnen til at vi snakker om "virtuelt" bilde.

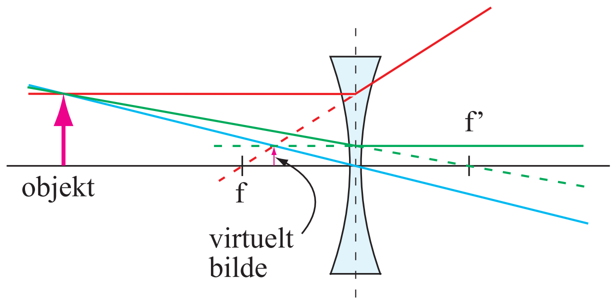
Konkav linse.

En konkav linse alene kan vi ikke danne noe reelt bilde for noen som helst posisjon av objektet (se figur 11.10). Konkave linser alene gir bestandig virtuelle bilder, og det er ofte litt uvant og krevende å jobbe med strålegang for konkave linser. Dersom vi skal bruke



Figur 11.9: *Når et utstrakt objekt plasseres innenfor brennvidden til en konveks linse, dannes det ikke noe bilde på motsatt side av linsen. Tvert om indikerer hjelpelinjene at objektet og linsen synes å kunne erstattes av et forstørret objekt på samme side av linsen som det virkelige objektet. Dette tilsynelatende, forstørrede objektet kalles et virtuelt bilde.*

linseformelen, sier vi at brennvidden er negativ for konkave linser. Vi må også operere med negative objektavstander og negative bildeavstander alt etter om objekt og/eller bilde er på "vanlig" side av linsen eller ikke. Det finnes et sett fortegnsregler for hvordan vi skal behandle s, s' og f i linseformelen for alle kombinasjoner av tilfeller.



Figur 11.10: *En konkav linse vil aldri kunne produsere et reelt bilde alene. Dersom vi betrakter et objekt gjennom en konkav linse, vil det imaginære bildet se mindre ut enn det virkelige objektet.*

11.4.1 Fortegnsregler for linseformelen

Linsemakerformelen og linseformelen kan brukes for både konvekse og konkave linser og speil, men iblant må vi operere med negative verdier for posisjoner, krumningsradier og brennvidder for at formlene skal fungere.
Fortegnsreglene for lys som kommer inn mot linser eller speil er som følger:

- Objektavstanden $s > 0$ dersom objektet er et reelt objekt, $s < 0$ ellers.
- Bildeavstanden $s' > 0$ dersom bildet er reelt (virkelige lysstråler møtes i bildet), $s' < 0$ ellers.
- Brennvidden $f > 0$ for konvekse linser, $f < 0$ for konkave linser.
- Brennvidden $f > 0$ for konkave speil (hulspeil), $f < 0$ for konvekse speil.

I tillegg gjelder konvensjonen:

- Forstørrelsen m regnes som positiv når bildet har samme retning som objektet, $m < 0$ når bildet er opp-ned.

Fortegnsreglene er ofte greie å ha, men erfaring viser at de iblant er til mer forvirring enn til nytte. Av den grunn velger noen å bestemme hvilket fortegn størrelsene må ha ved å tegne opp lysgangen i lysstråleoptikk, få et omtrentlig mål for bildeavstand i forhold til objektavstand, og sjekke om bildet blir reelt eller imaginært. Derved gir fortegnet seg av seg selv. Framgangsmåten betinger likevel at vi kjenner fortegnsreglene for brennvidden til konvekse og konkave linser og speil.

Slavisk bruk av linseformelen og fortegnsregler uten samtidige tegninger basert på lysstråleoptikk, vil nesten garantert medføre dumme feil før eller siden!

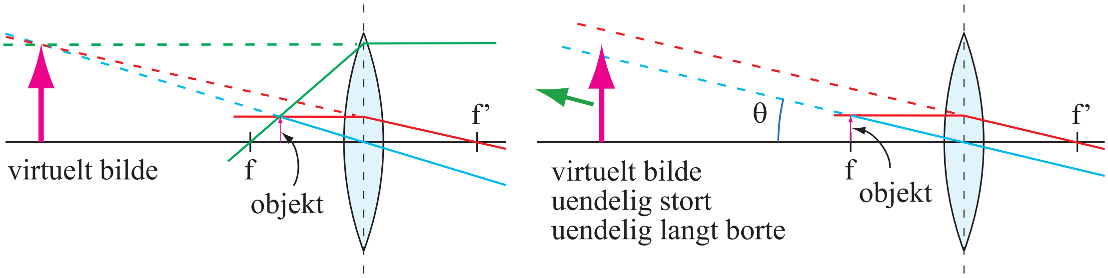
11.5 Optiske instrumenter

Flere linser ble satt sammen til optiske instrumenter på begynnelsen av 1600-tallet. Teleskopet åpnet opp for Galilei slik at han fikk sett månene rundt Jupiter, noe som fikk avgjørende betydning for utviklingen av vårt verdensbilde. Mikroskopet åpnet opp for studier av bakterier og celler, og åpnet opp for vår forståelse av biologiske systemer. Optiske instrumenter har spilt og spiller fortsatt en enorm betydning for vår utforskning av naturen og også som et meget nyttig teknologisk hjelpemiddel.

Vi skal straks se på hvordan vi kan bygge opp et teleskop og mikroskop ved hjelp av to linser. Aller først skal vi imidlertid ta for oss en enkel linse brukt som lupe, siden denne konstruksjonen også inngår i såvel teleskop som mikroskop.

11.5.1 Lupen

En lupe består i sin enkleste variant av en enkel konveks linse. Strålegangen ved en lupe er noe annerledes enn vi har angitt i figurene hittil.



Figur 11.11: *Når et objekt plasseres litt innenfor brennvidden, får vi et virtuelt oppreist bilde på samme side av linsen som objektet. Lar vi objektet nærme seg brennpunktet, flytter det virtuelle bildet lenger og lenger vekk fra linsen, samtidig som størrelsen av det virtuelle bildet øker.* Vinkelen *som toppen av objektet danner med optisk akse vil derimot gå mot en bestemt grense θ. Når objektet ligger i brennplanet, vil lysstrålene som stammer fra toppen av pilen og som virkelig passerer linsen, alle være parallelle (høyre del av figuren). De vil derfor se ut som om de kommer fra et objekt som er plassert uendelig langt borte.*

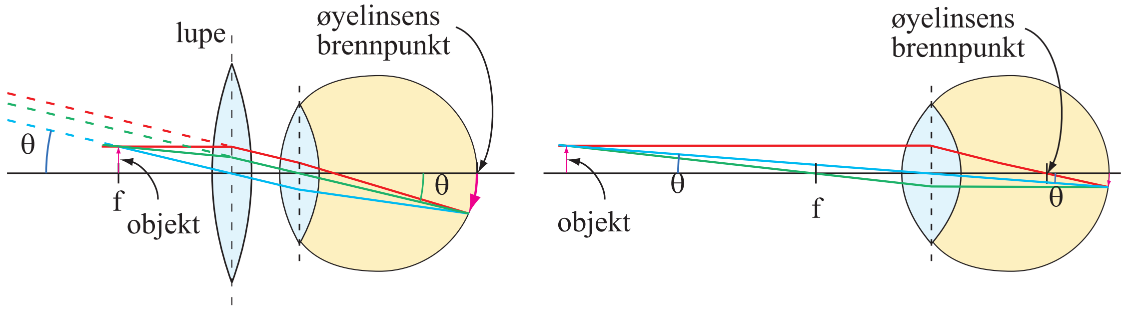
Figur 11.11 viser hvordan en linse ofte er plassert når den brukes som en lupe. Det essensielle er at objektet plasseres på eller såvidt innenfor brennpunktet for linsen. De utvalgte lysstrålene vil da sprike svakt eller gå omtrent parallellt ut på høyre side av linsen. Vi får ikke dannet noe reelt bilde, men et imaginært bilde langt vekk fra linsen, på samme side som objektet. Til venstre i figur 11.11 har vi valgt å plassere objektet en del innenfor brennpunktet for at vi skal få plass til det virtuelle bildet innenfor figuren.

I høyre del av figuren er gjenstanden plassert på en mer vanlig måte, nemlig i brennpunktet (egentlig brennplanet). Det virtuelle bildet ligger da uendelig langt til venstre i figuren og lysstrålene fra et punkt på objektet er da parallelle med hverandre på høyre side av linsen.

En lupe fungerer bare sammen med øyet vårt. Hva skjer når vi setter inn øyelinsen etter lupen? Jo, lyset fra toppen av pilen (i vår figur) vil komme inn til øyelinsen som parallelle lysstråler. Øyet vil danne et reelt bilde på netthinnen (se figur 11.12), forutsatt at øyet innstiller seg på å betrakte ting som er langt unna (fokuserer på uendelig).

Bildets størrelse på netthinnen er proporsjonal med *vinkelutstrekningen* til de innfallende lysstrålene.

Vi har bare tegnet inn lysstrålene fra spissen av pilen. Lysstrålene fra bunnen av pilen vil fokusere på netthinna der optisk akse skjærer netthinna. Det synes altså som om pilen har en annen størrelse på netthinna enn om vi hadde sett på pilen direkte.



Figur 11.12: *Her vises lysstrålene som går gjennom lupen og videre inn gjennom øyelinsen og danner et reelt bilde på netthinnen. Når vi bruker en lupe slik at objektet er plassert i brennplanet (venstre side av figuren), vil alle lysstråler fra et vilkårlig valgt punkt (f.eks. toppen av pilen i figuren) komme ut parallelle etter lupen. Øyet vil da fokusere på uendelig, hvilket vil si at brennpunktet for øyelinsen ligger på netthinnen. Bildet av objektet spenner seg ut på netthinnen (her markert ved en vinkel θ). Dersom vi skulle betrakte objektet* uten *lupe, måtte objektet flyttes vekk en avstand $d \approx 25$ cm fra øyet for at vi skulle se et skarpt bilde (høyre del av figuren). Øyelinsen vil da krumme seg så kraftig den kan, og brennpunktet flytter seg inn mot øyets sentrum. Vi får da en vanlig bildedannelse hvor bare en konveks linse inngår, og resultatet blir igjen et reelt bilde på netthinnen. Bildets størrelse blir likevel mindre enn det var da lupen var i bruk. Legg merke til hvordan vinklene θ kommer inn i de to tilfellene.*

Forstørrelsen.

Hvordan ville pilen sett ut dersom vi betraktet den direkte? Vel, det kommer an på hvor nær vi kunne ha pilen til øyet og fortsatt kunne fokusere skarpt på den. Et "normaløye" (se siden) kan ikke fokusere på objekter nærmere enn ca 25 cm. Størrelsen på netthinna for pilen plassert 25 cm fra øyet blir da det største bildet vi kan få på netthinna uten hjelpemidler.

Forstørrelsen lupen gir blir forholdet mellom tangens til vinklene lyset har når det kommer inn mot øyet via en lupe, og vinkelen lyset har når det kommer direkte fra objektet i $d =$ 25 cm avstand uten lupe. For en lupe med brennvidde f blir forstørrelsen:

$$M = \frac{h/f}{h/d} = \frac{d}{f}$$

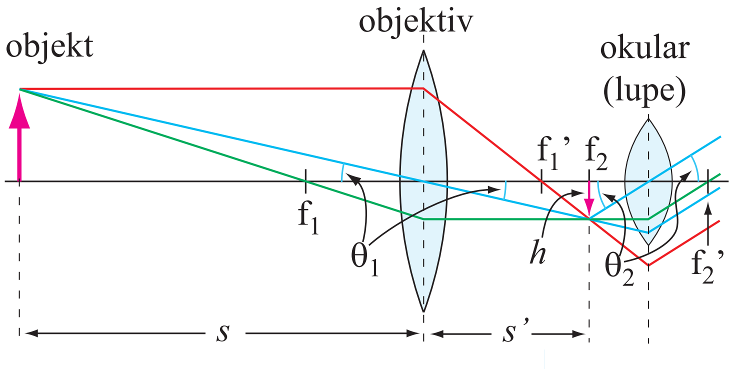
Her er h høyden på objektet. En lupe som har en brennvidde på 5 cm vil da ha en forstørrelse på 25 cm / 5 cm = 5. Vi skriver gjerne 5 X (fem gangers forstørrelse). Merk forøvrig at forstørrelsen her er positiv, fordi bildet vi ser gjennom lupen har riktig retning i forhold til objektet.

Kort sagt kan vi si at lupen bare har den funksjonen at objektet kan flyttes nærmere øyet vårt enn om vi ikke hadde lupen der. Den effektive avstanden er rett og slett lupens brennvidde. Har vi en lupe med brennvidde 2.5 cm, vil vi kunne betrakte en sommerfuglvinge i en effektiv avstand 2.5 cm i stedet for å måtte flytte sommerfuglvingen 25 cm vekk fra øyet for å få et skarpt bilde av den. Effekten er et ca ti ganger så stort reelt bilde på netthinnen når vi bruker lupen sammenlignet med uten.

I et mikroskop eller teleskop brukes en lupe sammen med enda en linse. Lupen kan ha brennvidder på ned til ca 3 mm. Det gir automatisk en bortimot 100 gangers forstørrelse sammenlignet med om vi ikke hadde benyttet oss av lupen.

11.5.2 Teleskopet

Et teleskop består av minimum to linser (eventuelt minst ett krumt speil og en linse). Linsen (eller speilet) som er nærmest objektet kalles et *objektiv*, mens linsen som er nærmest øyet kalles et *okular*. Objektivets rolle er å lage en lokal avbildning av objektet (på en måte flytte objektet mye nærmere oss enn det egentlig er). Okularet brukes som en lupe for å betrakte den lokale avbildningen. Selv om den lokale avbildningen nesten alltid er *mye* mindre i utstrekning enn objektet, er det også mye nærmere øyet enn objektet selv. Når vi atpåtil kan bruke en lupe når den lokale avbildningen betraktes, kan vi få en (angulær) forstørrelse på opp til flere hundre ganger. En vanlig prismekikkert har dog en begrenset forstørrelse på om lag 5 - 10 X. Kikkerter med større forstørrelser krever at vi har et stødig stativ for at bildet ikke skal hoppe og sprette sjenerende mye i synsfeltet.



Figur 11.13: *For et teleskop er objektet langt borte sammenlignet med brennvidden. Objektivet lager et reelt, forminsket "lokalt" bilde litt bakenfor brennvidden. Dette bildet betraktes så med en lupe. Forstørrelse totalt måles som vinkelforstørrelse til objektet sett gjennom kikkerten sammenlignet med uten kikkert.*

I figur 11.13 er det tegnet en prinsippskisse for et teleskop. Vi bruker standard valg av lysstråler fra objektets største vinkelavstand fra optisk akse (fra toppen av pilen). Punkter i objektet som ligger på optisk akse vil bli avbildet på optisk akse, og vi tegner vanligvis ikke inn disse linjene.

Vi merker oss at objektivet gir et reelt opp-ned bilde litt lenger vekk fra linsen enn brennplanet. Objekter som er meget langt unna, vil avbildes temmelig nær brennplanet. Objekter som er nærmere faller lenger og lenger utenfor brennpunktet til objektivet.

Okularet plasseres slik at bildet fra objektivet faller i okularets brennplan. Da vil alle lysstråler fra et valgt punkt i objektet, etter det har gått gjennom okularet, komme ut parallelle. Øyet vil fokusere på uendelig og det dannes et reelt bilde på netthinnen.

Forstørrelsen.

Forstørrelsen til teleskopet er gitt som forholdet til tangens til vinkler mellom optisk akse og lysstrålene som går gjennom sentrum av linsene.
Fra figur 11.13 ser vi at vinkelforstørrelsen kan defineres som:

$$M = -\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = -\frac{h/f_2}{h/s'}$$

Forstørrelsen varierer med andre ord med bildeavstanden fra objektivet til det reelle bildet som ligger mellom objektiv og okular. Denne avstanden vil variere alt etter hvor nær objektet er objektivet. Det er mer hensiktsmessig å angi forstørrelsen som ett tall. Det oppnås ved å velge forstørrelsen når objektet er uendelig langt unna. Da er s uendelig, og s' blir lik brennvidden til objektivet f_1. Forstørrelsen kan da skrives:

$$M = -\frac{h/f_2}{h/f_1} = -\frac{f_1}{f_2}$$

Vinkelforstørrelsen er med andre ord lik forholdstallet mellom brennviddene til objektiv og okular.

For et teleskop med brennvidde $f_1 = 820$ mm og okular med brennvidde $f_2 = 15$ mm, blir vinkelforstørrelsen:

$$M = \frac{820}{15} = 54.7 \approx 55X$$

Merk at siden det er så mange tilnærminger som gjøres i den enkle varianten av geometrisk optikk, har det ingen hensikt å angi f.eks. en forstørrelse med mer enn to gjeldende siffer.

Okularprojeksjon.

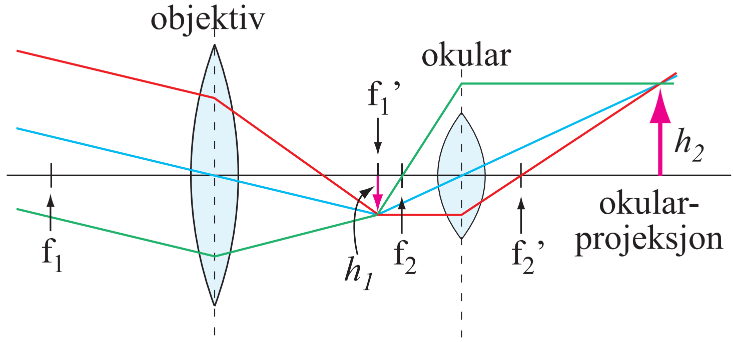
Før vi forlater teleskopet skal vi nevne en nyttig liten detalj. Det er vel og bra å kikke gjennom et teleskop eller et mikroskop, men i dag ønsker vi ofte å kunne dokumentere detaljer som observeres slik at andre også kan se dem. Siden okularet normalt virker som en lupe, kan vi ikke uten videre fange opp noe reelt bilde ved å plassere f.eks. en CMOS-brikke eller en gammeldags film et eller annet sted bak lupen. En mulighet er å fjerne hele okularet og plassere CMOS-brikken akkurat der det reelle bildet danner seg. Men det vi da egentlig har gjort er å lage et vanlig fotoapparat, med telelinse dersom brennvidden på objektivet er lang nok. For teleskopet vi nevnte ovenfor vil vi da få et kamera med en 820 mm telelinse. CMOS-brikken kan være fra et speilreflekskamera med utskiftbar optikk. Vi kan da fjerne det vanlige objektivet og bruke teleskopets objektiv i stedet.

Anta at vi ønsker å ta bilder av månen. Vinkeldiameteren til månen er ca. en halv grad. Størrelsen på det reelle bildet som dannes av teleskopobjektivet med 820 mm brennvidde, vil da bli:

$$h = 820\,\text{mm} \cdot \tan(0.5°) = 7.16\,\text{mm}$$

Dersom CMOS-brikken er 24 mm i minste utstrekning, betyr det at månen vil dekke 7.2/24 = 0.3 av denne dimensjonen. Bildet av hele månen får en diameter på kun 30% av bildets minste dimensjon ("høyde"). Det er da umulig å få med seg fine detaljer fra måneoverflaten selv om eksponeringen av bildet er optimal.

Finnes det en mulighet for at bildet av månen kan blåses opp slik at vi f.eks. kan ta et utsnitt av måneoverflaten? Ja, det er mulig. Vi bruker da såkalt “okularprojeksjon”.



Figur 11.14: *Ved okularprojeksjon brukes okularet ikke som en lupe, men som en avbildende linse nr 2. Se tekst for detaljer.*

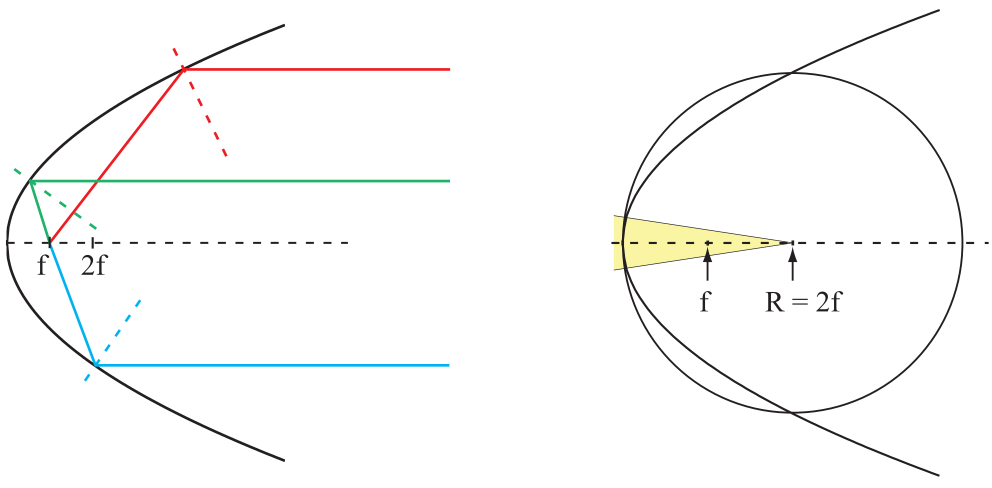
Prinsippet er ganske enkelt. Normalt brukes okularet som en lupe, og da plasseres bildet fra objektivet i brennplanet for okularet. Skyver vi okularet lenger bort fra objektivet, vil det relle bildet ligge utenfor brennplanet, og da vil okularet faktisk lage et nytt reelt bilde ved å bruke det første reelle bildet som sitt eget objekt. Figur 11.14 viser prinsippet. For at det nye reelle bildet skal bli større enn det første reelle bildet, må okularet bare skyves *litt* lenger vekk enn normalt fra objektivet. Vi kan da i prinsippet få så stort reelt bilde nummer to vi vil, men avstanden fra okularet til dette siste reelle bildet står i forhold til størrelsen på bildet. Vi må da ha et egnet stativ for å holde CMOS-brikken på plass et stykke bak okularet. Med en slik teknikk kan vi lett ta bilder av utsnitt av måneoverflaten fra f.eks. teleskopet med brennvidde 820 mm.

Det er imidlertid en catch ved metoden. Objektivet fanger opp like mye lys uansett om vi bruker okularprojeksjon eller ikke. Når lyset spres ut over en større flate, betyr det at lysstyrken per pixel på CMOS-brikken avtar til dels betydelig. Eksponeringen må da skje over en lengre tid for å få et brukbart bilde. Det bør legges til at okularer vanligvis optimaliseres for normalt bruk. Linsefeil kan dukke opp ved okularprojeksjon som vi ellers ikke legger merke til.

Okularprojeksjon kan brukes også ved mikroskopering.

11.5.3 Speilteleskop

Store astronomiske teleskop benytter som oftest krumme speil som objektiv. Den vesentligste grunnen for dette er at refleksjonslovene for et speil ikke er bølgelengdeavhengige. Lys med lang bølgelengde oppfører seg omtrent likt med lys med kort bølgelengde, og vi slipper da det kromatiske avviket som skyldes at brytningsindeksen for glass er bølgelengdeavhengig.



Figur 11.15: *Venstre del: Et parabolspeil sikrer at alle lysstråler som kommer inn parallellt med optisk akse bli fokusert i samme punkt, uansett om strålene ligger nær eller lenger vekk fra optisk akse. Høyre del: Et parabolspeil og et sfærisk speil har nær samme form forutsatt at "åpningsvinkelen" er liten, dvs at speilets diameter er liten sammenlignet med brennvidden.*

I likhet med linser er det lettest å lage krumme speil når overflaten er kuleformet. Denne formen er likevel ikke god fordi parallelle lysstråler med optisk akse vil fokuseres på ulikt sted alt etter hvor langt fra aksen lysstrålene kommer inn. Matematisk ville det vært langt bedre å velge en overflate som har form som en paraboloide. I venstre del av figur 11.15 er det vist eksempler på tre ulike lysstråler som kommer inn mot et parabolsk speil parallellt med optisk akse. Strålene blir reflektert ifølge refleksjonslovene, og ender opp i nøyaktig samme punkt (brennpunktet). En kikkert med et slikt parabolsk speil som objektiv, kan få meget skarpe bilder og samtidig svært høy lysstyrke (se siden).

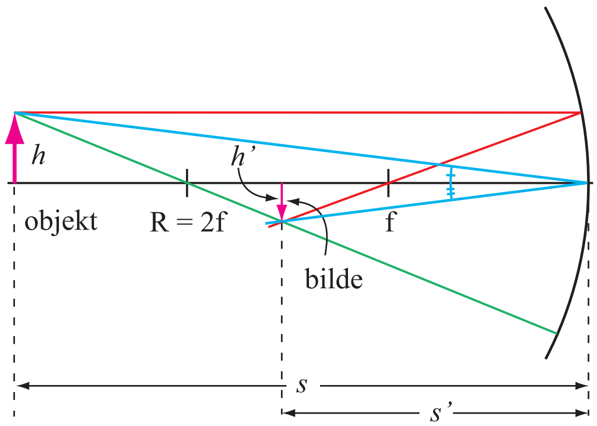
Dessverre er det komplisert å lage kikkerter med parabolsk overflate med den presisjonen som trengs for lysbølger (siden bølgelengden er så liten). I de fleste tilfeller velges derfor speil med sfærisk overflate, men da med en svært liten åpningsvinkel i forhold til radien (se høyre del av figur 11.15). Da er det nemlig ikke så stor forskjell mellom parabelform og kuleform. Alternativt kan vi kombinere et sfærisk speil med en korreksjonslinse av glass for å få et bra totalresultat til en lavere pris enn om vi skulle laget et nær perfekt parabolsk speil.

Konstruksjonsregler for speil.

Vi kan konstruere bildedannelsen ved et krumt speil på temmelig lik måte som for tynne linser. Vi kombinerer egenskaper med sfærisk og parabolsk form for å gjøre reglene så enkle som mulig, og får:

1. Lys som kommer inn parallellt med den optiske akse, vil reflekteres gjennom brennpunktet.
2. Lys som treffer speilets midtpunkt (der optisk akse skjærer gjennom speilet), vil reflekteres med samme vinkel til optisk akse som det kom inn.
3. Lys som passerer speilets krumningssentrum (to ganger brennvidden) *foran* linsen, vil reflekteres tilbake samme vei som den innkommende strålen kom fra.

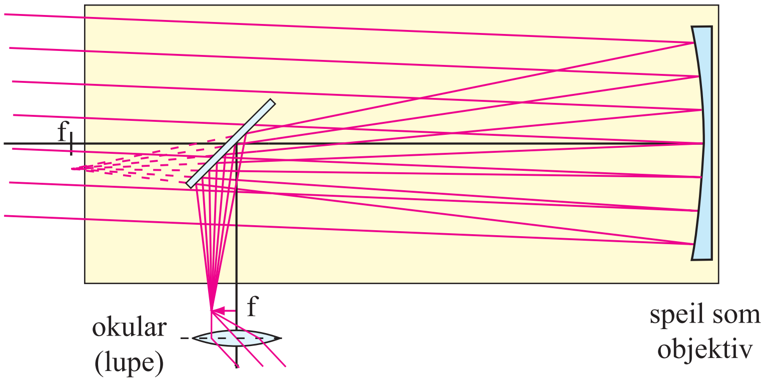
I figur 11.16 er det vist bildedannelsen for et konkavt speil der objektet er litt utenfor to ganger fokallengden. Legg merke til alle detaljer knyttet til hvordan hjelpelinjene er trukket.



Figur 11.16: *Eksempel på konstruksjon av bildedannelse for et konkavt speil.*

Vi kan bruke linseformelen også for et speil, men må da være ekstra påpasselig med å vurdere fortegn for å komme riktig ut.

Et hulspeil (konkavt speil) vil danne et reelt bilde av objektet forutsatt at objektet plasseres lenger vekk fra speilet enn én brennvidde. Et problem med speil er at bildet danner seg i samme område som det innfallende lyset går gjennom. Setter vi opp en skjerm for å fange opp bildet, vil det for det første fjerne lys som når speilet, og for det andre får vi diffraksjonseffekter på grunn av kanten mellom lys og skygge (se siden). Det finnes flere triks for å minimalisere ulempene så mye som mulig. Et av de klassiske triksene er å sette inn et skråspeil som reflekterer strålebunten bort fra det området lyset kommer inn (se figur 11.17). Et teleskop av denne typen kalles en Newton reflektor.

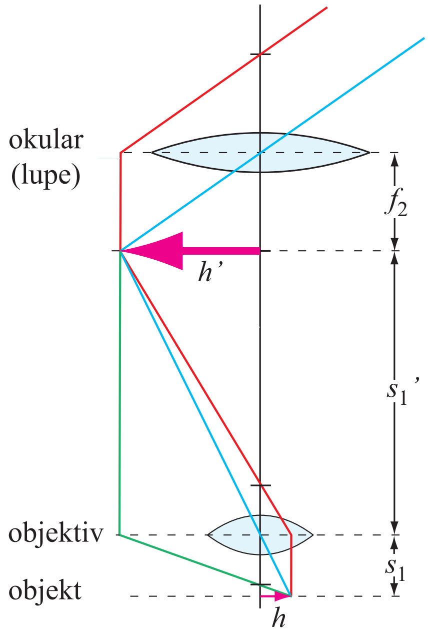


Figur 11.17: *I en Newton-reflektor brukes et skråspeil for å bøye av lysbunten fra hovedspeilet slik at vi kan bruke et okular og kikke på stjerner uten å selv komme i veien for innkommende lys. Skråspeilet tar likevel en del av dette lyset.*

11.5.4 Mikroskopet

I teleskopet brukte vi objektivet for å lage et lokalt bilde av objektet, og dette bildet ble betraktet gjennom en lupe. Det er en strategi som fungerer bra når objektet er så langt unna at vi ikke kan komme nær det. Det er nettopp i slike situasjoner vi har bruk for et telekop.

Når vi skal betrakte f.eks. cellene i en plantestengel, har vi objektet rett foran oss. Vi trenger ikke å lage noe lokalt bilde, for vi har originalen. Da bruker vi en annen strategi for å kunne se et forstørret bilde. Strategien er egentlig nøyaktig den samme som for okularprojeksjon. Vi plasserer objektet like utenfor brennpunktet til objektivet (som nå har liten brennvidde) for å danne et reelt opp-ned bilde et godt stykke bakenfor objektivet. Dette forstørrede bildet av objektet betraktes så med en lupe. Strålegangen i et mikroskop er illustrert i figur 11.18.



Figur 11.18: *Strålegangen i et mikroskop. Objektet kan plasseres vilkårlig nær brennpunktet til objektivet, følgelig gir objektivet et reelt forstørret bilde av objektet. Dette bildet betraktes så med okularet som fungerer som en lupe.*

Forstørrelsen som følger av objektivet alene er gitt som:

$$M_1 = \frac{s_1'}{s_1}$$

Denne forstørrelen kan i prinsippet gjøres vilkårlig stor, men da vil ogå det reelle bildet forflytte seg langt fra objektivet, og mikroskopet ville bli uhåndterlig stort. Ved å bruke et objektiv med meget kort brennvidde, gjerne bare noen få mm, kan vi oppnå en betydelig forstørrelse selv for en tubelengde (avstand mellom objektivet og okularet) på 20-30 cm. Lupen gir i tillegg en forstørrelse slik luper gjør, nemlig:

$$M_2 = \frac{25 \text{ cm}}{f_2}$$

Den totale forstørrelsen til mikroskopet blir da:

$$M_{tot} = \frac{25 \text{ (cm)s}_1'}{f_2 s_1}$$

For et 8 mm objektiv og en tubelengde på 30 cm, samt et okular med brennvidde 10 mm, blir den totale forstørrelsen (måltall i mm i mellomregning):

$$M = \frac{25\,(\mathrm{cm})s_1'}{f_2 s_1} \approx \frac{250 \cdot (300 - 10)}{10 \cdot 8} = 906 \approx 900\,\mathrm{X}$$

11.5.5 Bildekvalitet

Her må det likevel inn et advarende ord. Kjøper vi et mikroskop (eller teleskop for den saks skyld), kan vi gjerne få billige mikroskop med like stor forstørrelse som dyre instrumenter. Forstørrelsen i seg selv er egentlig langt mindre viktig enn bildekvaliteten. I alt for lang tid har det vært et problem at bildekvaliteten ikke kunne angis i noe vel etablert og utbredt system. Det var derfor rom for lureri i stor grad, og mange har kjøpt både mikroskop og kikkerter som bare var penger ut av vinduet fordi bildekvaliteten var for dårlig. Enn så lenge er det slik at går du til en optiker og skal kjøpe en kikkert, er det i høy grad bare en vag subjektiv synsing om kvaliteten vi kan støtte oss til. Det er frustrerende!

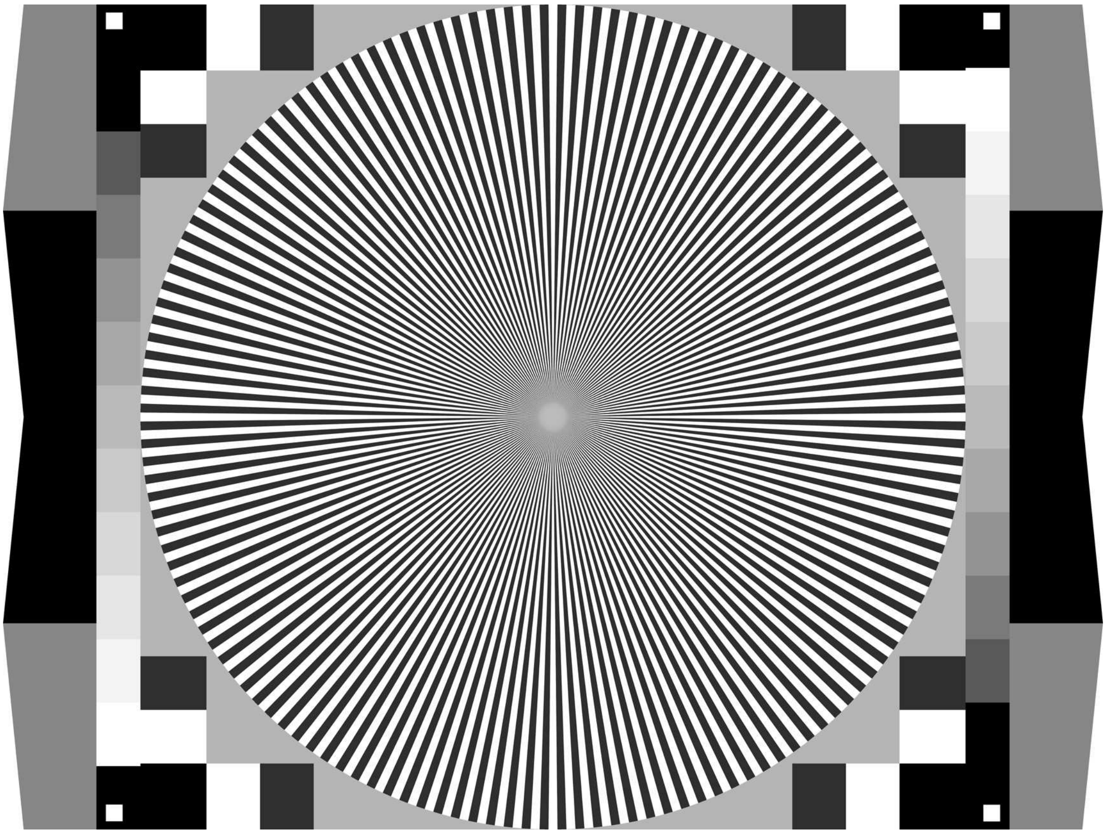
Heldigvis er dette i ferd med å endre seg. Et mål for optisk kvalitet som nå synes å få fotfeste er å angi måleresultater basert på en såkalt "Modulation Transfer Function" (MTF). Dette er først og fremst en metode for å bestemme hvor skarpe bilder vi kan få. Fargegjengivelse blir ikke vurdert ved denne målemetoden.

Kort fortalt forteller MTF-verdiene oss om hvor tett linjene i et sort-hvitt stripemønster kan ligge, før det sorte og hvite flyter mye over i hverandres områder. Når stripene ligger tett, vil stripemønsteret bare blir mer og mer et gråtone-stripemønster, i stedet for sort og hvitt, og for de tetteste linjene forsvinner stripemønsteret helt.

Det er utviklet flere testbilder som kan brukes for å bestemme MTF-verdier og dermed si litt om det optiske systemets kvalitet med hensyn på kontrast og oppløsning. I figur 11.19 er det gitt ett eksempel hvor stripemønsteret blir tettere og tettere jo nærmere sentrum i sirkelen man kommer. Har vi et ark med stripemønsteret skrevet ut i høy kvalitet (høy oppløsning), kan vi i prinsippet f.eks. betrakte mønsteret gjennom et teleskop og se hvor fine stripedetaljer vi kan oppdage. Vi kommer tilbake til denne problemstillingen siden i kurset, men da med et litt annet testobjekt.

Det er mange grunner til at kvaliteten i et optisk system kan ødelegges. Diffraksjon, som jo skyldes at lyset har en bølgenatur, vil alltid spille inn. Diffraksjon vil imidlertid bare gi en begrensing for svært gode optiske systemer. De fleste systemer har alvorligere kilder til forringelse av optisk kvalitet enn diffraksjon.

For å unngå sfærisk og kromatisk avvik i linser, er objektiver og okularer i dag ofte sammensatt av flere (mange) linseelementer (se figur 11.6). Vi vet fra tidligere kapitler, at når lys går fra luft til glass, reflekteres ca 5 % av intensiteten i overflaten. Kommer lyset på skrå inn mot overflaten, kan refleksjonen gjerne være enda større (for en viss polarisering, slik vi så det i Fresnels ligninger).



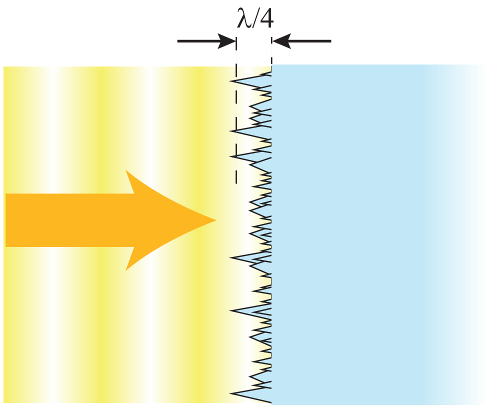
Figur 11.19: *Et av flere populære testobjekt for å måle kvaliteten på et optisk system. Stjernen brukes ved test av oppløsning, mens gråtone-trinnene i ytterkantene kan brukes for å teste om optikken gir en god gjengivelse av ulike lyshetsgrader. Testobjektet var gratis tilgjengelig fra http://www.bealecorner.org/red/test-patterns/star-chart-bars-full-600dpi.png den 6. april 2013 (originalen har langt bedre oppløsning enn vår gjengivelse her).*

Reflekteres 5 % i enhver ytre og innvendige glassflate i et objektiv som består av f.ek. åtte elementer, vil ganske mye lys gå fram og tilbake flere ganger mellom elementer og ha en tendens til å ødelegge skarphet og kontrast.

Vi har i mange år redusert dette problemet ved å bruke antirefleksbelegg på overflaten til glasset. Da kan vi få redusert refleksjonen mye. Problemet er imidlertid at slik behandling både er avhengig av bølgelengden og av vinkelen lyset treffer overflaten med. Antirefleksbehandling av denne typen gir en vesentlig forbedring av bildekvaliteten, men behandlingen er ikke så god som vi kunne ønske for systemer så som kameraer og kikkerter hvor lys med mange bølgelengder betraktes samtidig.

Siden om lag 2008 har denne situasjonen endret seg dramatisk til det bedre, og det er morsom fysikk som ligger bak! Nikon kaller deres variant av teknikken for "Nano Crystal Coating", mens konkurrenten Canon kaller den for "Subwavelength Structure Coating".

Figur 11.20 viser hovedprinsippet.



Figur 11.20: *En skjematisk figur som viser prinsippene for strukturene som ligger bak den nye typen antirefleks-behandling basert på nanoteknologi.*

Da vi i et tidligere kapittel beregnet hvor mye lys som ville bli reflektert og transmittert ved en grenseflate mellom luft og glass, var vår bruk av Maxwells ligninger basert på noen antakelser. For å sette ting på spissen, sa vi at grensesjiktet måtte være "uendelig glatt, plant og vidt" og "uendelig tynt" i forhold til bølgelengden. Da ble integrasjonen lett å gjennomføre, og vi fikk de svarene vi fikk. Vi hevdet at betingelsene kunne oppfylles ganske bra f.eks. på en glassoverflate, siden atomene er så små i forhold til bølgelengden.

Det nye konseptet som nå er tatt i bruk baserer seg på "nanoteknologi", som i vår sammeneheng betyr at vi lager og bruker strukturer som er litt mindre enn bølgelengden for lys.

På overflaten til glasset legges det på et sjikt som har en uordnet struktur med elementer som i størrelse langs sjiktet er mindre enn bølgelengden, og som bygger en tykkelse på laget på omtrent en kvart bølgelende (ikke like kritisk som for de tradisjonelle antirefleks belegg). Et slikt sjikt virker helt vilt når vi tenker tradisjonelt. Vi ville tro at lyset ville bli brutt i hytt og vær når det går ned gjennom de skråstilte overflatene. Men slik er det ikke! Lyset slik vi behandler det er elektromagnetiske bølger som er utstrakt i tid og rom. På en måte kan vi si at bølgen ser mange av de små strukturene *samtidig*, og detaljer mindre enn bølgelengden vil ikke kunne spores hver for seg når bølgen har forplantet seg flere bølgelengder videre.

En annen måte å beskrive fysikken bak disse nye antirefleks-beleggene på, er å si at overgangen fra luft til glass skjer gradvis over en avstand ca en kvart bølgelengde. Da blir refleksjonen kraftig redusert.

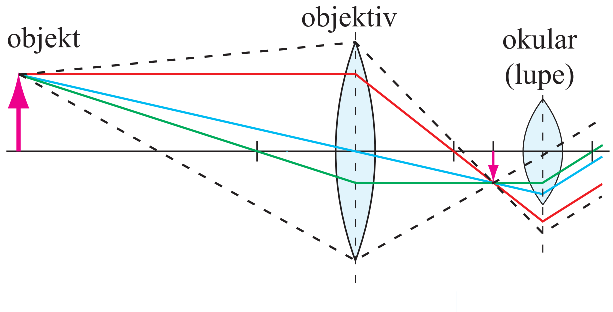
Det bør legges til at siden atomene fortsatt er små i forhold til nanokrystallene som brukes, kan vi fortsatt bruke Maxwells ligninger for å se hva som skjer når en elektromagnetisk bølge treffer en linse med nanokrystaller på overflaten. Er f.eks. strukturene 100 - 200 nm store, er det om lag 1000 atomer i lengderetningen for disse krystallene. Alle beregninger på slike systemer krever bruk av avanserte numeriske metoder.

Nanokrystall-belegget er så vellykket at om lag 99.95 % av lyset slipper gjennom, og bare 0.05 % blir reflektert. Denne nye teknologien brukes i dag på alle dyre objektiver fra Canon og Nikon, og har forbedret bildekvaliteten betraktelig.

11.5.6 Synsfelt

Hittil har vi tegnet de tre hjelpelinjene fra objekt til linseplan til bildeplan uten å bekymre oss om linjene går utenfor eller innenfor selve linseelementene. Det er greit så lenge vi bare er interessert i hvor bildet dannes og hvilken forstørrelse det har. Lyset fra et objekt følger alle mulige vinkler, og så snart vi har etablert hvor bildet er plassert og hvor stort det er, kan vi fylle på med så mange ekstra lysstråler vi måtte ønske. Vi har da nok opplysninger om hvordan linjene må trekkes.

På dette tidspunktet er det meningsfylt å vurdere hvilke lysstråler som faktisk vil bidra til det endelige bildet vi f.eks. ser gjennom et teleskop. Ut fra denne type betraktninger kan vi bestemme hvilken bildevinkel f.eks. et teleskop eller mikroskop vil gi.



Figur 11.21: *Når vi først har etablert de tre hjelpelinjene for å vise bildedannelse, kan vi fylle inn med alle tenkelige lysstråler som faktisk går gjennom en linse. Når flere linser kombineres, vil ikke nødvendigvis alt lys som kommer gjennom første linsen gå gjennom neste. Denne type betraktning kan gi et omtrentlig mål for hvilken bildevinkel et teleskop eller mikroskop vil ha.*

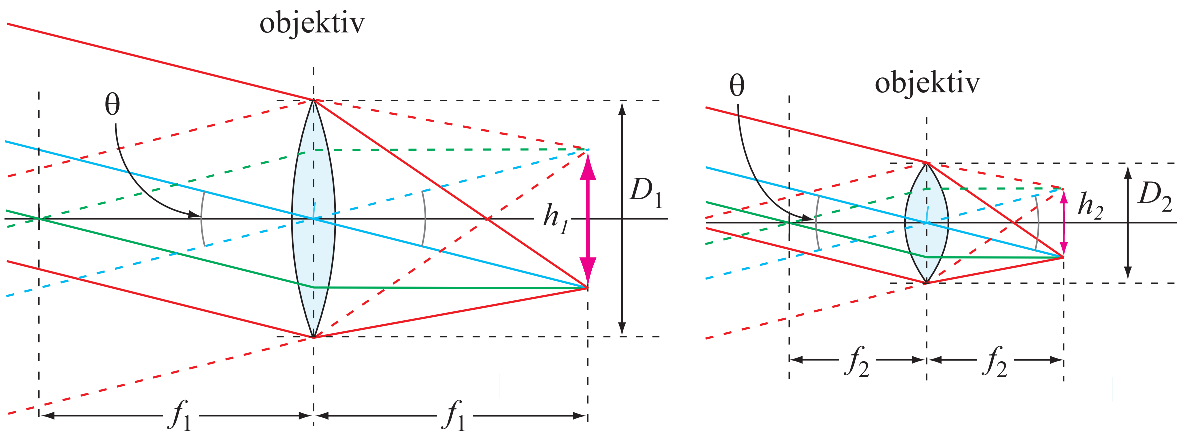
Figur 11.21 gir en indikasjon på hvordan dette fungerer i praksis. De stiplede linjene indikerer yttergrensene for hvilke lysstråler fra pilens spiss som fanges opp av objektivet, og hvordan disse utvikler seg videre. I dette tilfellet ser vi at bare vel halvparten av lyset som objektivet fanger inn vil gå videre gjennom okularet. Dersom objektet hadde en enda større vinkelutstrekning, ville vi kunne risikere at ikke noe lys fra de ytterste delene av objektet vil nå okularet, selv om det faktisk går en del lys gjennom objektivet. Ved å gjøre denne type analyse, kan den maksimale bildevinkelen til f.eks. et teleskop bestemmes, forutsatt at vi faktisk kjenner diameteren til såvel objektiv som okular.

I praksis er det ikke fullt så enkelt, fordi det brukes objektiver og okularer som er sammensatt av mange linser for å redusere sfærisk og kromatisk feil m.m. Likevel kan denne type betraktning gi et omtrentlig mål for synsfeltet.

Det bør også legges til at ulike konstruksjoner av okularer gir ganske forskjellige opplevelser når vi ser gjennom f.eks. et teleskop. I gamle dager måtte vi holde øyet i en ganske bestemt avstand fra det nærmeste elementet i okularet for å se noe som helst, og det vi så var stort sett sort, bortsett fra et lite rundt felt der motivet befant seg. I dag gir gode okularer mye mer spillerom i hvor vi må holde øyet i forhold til okularet for å se noe bilde ("eye relief" på engelsk, på opp til 10 mm), og bildet vi ser fyller mer eller mindre hele det effektive synsfeltet til øyet. Det er ikke noe sort område utenfor som vi legger merke til uten å kikke aktivt etter det. Når vi ser gjennom slike okularer får vi inntrykk at vi ikke ser gjennom noe teleskop i det hele tatt, men bare rett og slett *er* der bildet viser. I astronomi snakker vi om en følelse av "space walk" når slike okularer benyttes.

11.5.7 Lysstyrke, blendertall

Alle har vel opplevd enkelte kikkerter der bildet er lyst og fint, men andre kikkerter hvor bildet er mye mørkere enn det vi forventet. Hva er det som bestemmer lysstyrken på bildet vi ser gjennom en kikkert?



Figur 11.22: *En linse fanger opp en begrenset mengde lys fra et objektet, og denne lysmengden blir spredt ut over arealet til bildet som dannes. I denne figuren antas objektet å være svært langt unna slik at bildet dannes i brennplanet. Sammenligning mellom venstre og høyre del: Dersom linsens diameter reduseres til det halve, samtidig som brennvidden reduseres til det halve, vil lysintensitetstettheten på bildet som dannes være uendret. Se tekst for detaljer.*

I figur 11.22 er det tegnet inn en enkel linse med objekt langt unna, sammen med bildet som danner seg tilnærmet i brennplanet. Når den totale bildevinkelen som objektet utspenner er θ, brennvidden for linsen f, og utstrekningen av bildet i bildeplanet er h_1, følger:

$$\tan(\theta/2) = \frac{h_1/2}{2}$$

$$h_1 = 2f\tan(\theta/2) \tag{11.8}$$

Avbilder vi f.eks. månen, er vinkeldiameteren om lag en halv grad. Dersom brennvidden er 1 m, vil bildet linsen danner ha en diameter på 8.7 mm. Hvor mye lys samles i månebildet i brennplanet? Det avhenger av hvor mye lys vi faktisk fanger inn av lyset som sendes ut fra Månen. Når lyset når linsen, har det en innstrålingstetthet (irradians) S gitt f.eks. i antall mikrowatt per kvadratmeter. Total strålingseffekt som samles opp av et objektiv med diameter D er da $S\pi(D/2)^2$ (i antall mikrowatt). Den totale strålingseffekten vil fordele seg utover bildet av månen i brennplanet, slik at:

$$S\pi(D/2)^2 = S_b\pi(h_1/2)^2$$

Irradiansen S_b i bildeplanet blir:

$$S_b = \frac{\pi(D/2)^2}{\pi(h_1/2)^2}$$

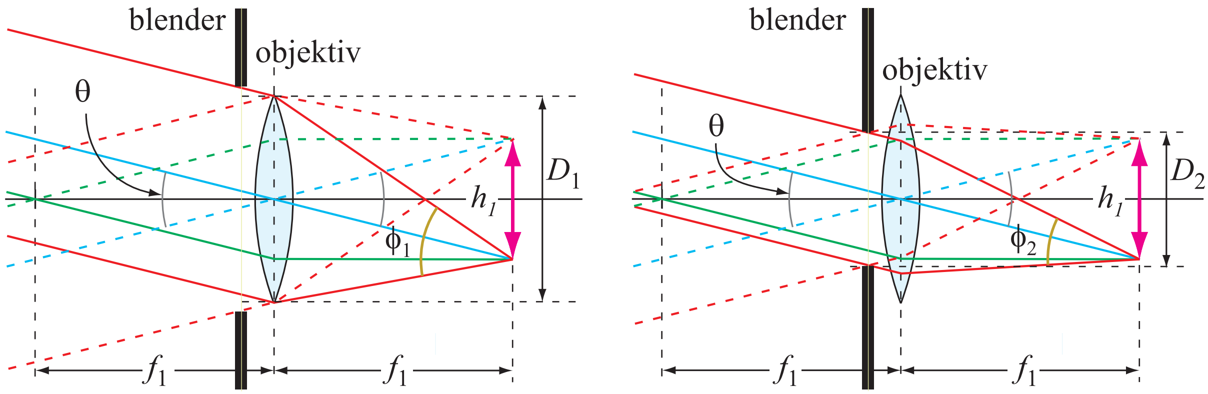
Bruker vi ligning (11.8) og omgrupperer leddene litt, får vi:

$$S_b = \frac{S}{4\tan^2(\theta/2)}\left(\frac{D}{f}\right)^2$$

hvor θ er vinkeldiameter for månen og f og D er hhv. brennvidden og diameteren for linsen. Det første leddet har bare med lyskilden å gjøre, mens det siste leddet har bare med linsen å gjøre. Jo større forholdet D/f er, desto mer intens lysstyrke får bildet som linsen danner (og det er dette bildet som eventuelt siden betraktes ved hjelp av et okular eller samles opp på en CMOS-brikke eller liknende).

I figur 11.22 er det tegnet inn to ulike linser, med ulik radius og ulik brennvidde. Dersom brennvidden går ned til det halve (høyre del av figuren), vil bildets størrelse (diameter) bli halvparten så stor som i venstre del. Men dersom linsens diameter også går ned til det halve, vil arealet som kan fange inn f.eks. lys fra Månen, gå ned til fjerdeparten. Men når *arealet* av bildet også har gått ned til fjerdeparten, betyr det at irradiansen i bildeplanet er identisk med hva vi har i venstre del av figuren. Forholdstallet D/f er det samme i begge tilfeller. Det har derfor vist seg at forholdet D/f er et mål for lysstyrken til bildet en linse danner.

Dersom vi setter inn en film eller en CMOS-brikke i brennplanet og fanger opp bildet av f.eks. Månen, vil vi måtte samle inn lys i en viss tid for å få en passe eksponering. Dersom linsen har stor lysstyrke, vil vi trenge kortere tid enn dersom linsen har liten lysstyrke. Et teleskop med stor diameter på objektivet (eller speilobjektivet), vil kunne fange inn svakt



Figur 11.23: *Dersom en blender brukes for å redusere lysintesiteten i bildet av et objekt, vil størrelsen av bildet hele tiden være uendret – bare lysstyrken går ned. Forholdstallet mellom brennvidde og diameter for lysbunten som slipper inn i linsen, angir det såkalte blendertallet, eller f-stop på engelsk.*

lys fra fjerne galakser mye lettere enn et teleskop med liten diameter. Det er imidlertid ikke diameteren i seg selv som avgjør dette, men lysstyrken angitt i forholdet D/f.

f-tallet.

I fotoapparater brukes en blender, som rett og slett er en nær sirkulær åpning hvor vi kan endre diameteren. Ved hjelp av en blender kan vi endre hvor mye lys som skal slippe inn på filmen eller CMOS-brikken. Dette er antydet i figur 11.23. Bildets størrelse endres ikke om vi blender ned for å få mindre lys inn på CMOS-brikken, men irradiansen i bildeplanet vil gå ned. Lysstyrken på et kameraobjektiv blir gjerne angitt i et såkalt f-tall som er inversverdien av lysstyrken slik vi har definert den. f-tallet er gitt som:

$$\mathrm{f-tall} \equiv f/D$$

Typiske f-tall er 1.4, 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22. Dersom vi tar kvadratet av disse tallene får vi tilnærmet: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512. Det vil si at dersom vi endrer f-tallet med ett hakk, svarer det til at irradiansen i bildeplanet endres med en faktor to opp eller ned. Økende f-tall svarer til mindre effektiv diameter for linsen og derved mindre lysintensitet på bildebrikken. For å få samme mengde energi samlet opp per pixel i CMOS-brikken må da eksponeringstiden enten økes til det doble (for økende f-tall) eller reduseres til det halve (for avtakende f-tall).

Egentlig angis f-tallet gjerne som en brøk, slik: f/4, f/5.6, f/8 osv. Dersom vi da oppfatter dette som 1/4, 1/5.6 og 1/8, blir verdien av brøken mindre og mindre for høyere blendertall slik vi brukte tallet ovenfor. Et objektiv som har lavest mulig blendertall, f.eks.

1.4, eller f/1.4 dersom vi ønsker å skrive det slik, har en større lysstyrke enn en linse med minste blendertall f.eks. 5.6 (f/5.6).

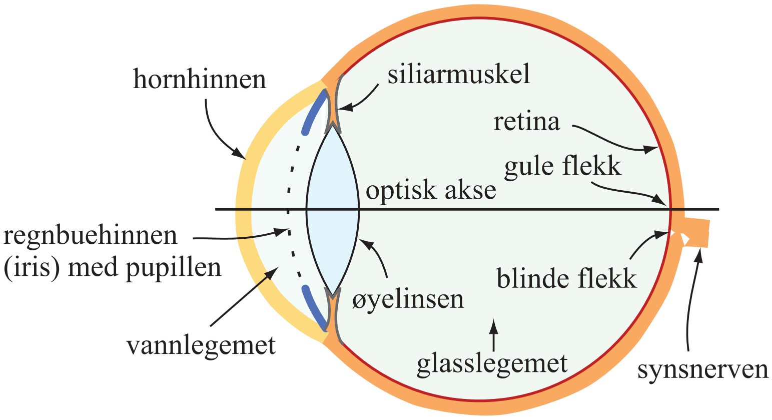
Figur 11.24: *Når et lysende punkt i et objekt avbildes av en linse, vil det avbildes omtrent som et punkt i det aktuelle fokalplanet. Dersom vi skal avbilde flere objekter som ikke har samme avstand til linsen, finnes det ikke ett fokalplan for bildene som dannes. Da vil lysende punkter i objekter som har en annen avstand til linsen enn det vi har fokusert på, bli avbildet som sirkulære skiver, og bidet blir "uskarpt". Ved å redusere åpningen til blenderen vil uskarpheten bli redusert (vinkel ϕ_2 er mindre enn vinkel ϕ_1 i figur 11.23), og vi sier at vi har fått større dybdeskarphet. I venstre fotografi er det brukt et objektiv med blendertall 3.5 og lukkertid 1/20 s, i høyre foto er det brukt samme objektiv og fokusering, men nå med blendertall 22 og lukkertid 1.6 s.*

Av figur 11.23 kan vi merke oss en annen detalj. Dersom vi forskyver CMOS-brikken litt fram eller tilbake i forhold til der bildet er, vil et lysende punkt erstattes av en lysende skive. Lysbunten inn mot brennplanet har en romvinkel som avtar når åpningen på linsen blendes ned, antydet som ϕ_1 og ϕ_2 i figuren. Det betyr at skyver vi bildebrikken et lite stykke vekk fra fokalplanet, vil sirklene på bildebrikken bli større når blenderen er åpen (mest mulig lysintensitet inn) enn når blenderen er mindre (mindre lys slipper inn).

Dersom vi tar et bilde av et motiv hvor ikke alle objektene har samme avstand fra objektivet, vil vi ikke kunne få bildet av alle objektene i fokus på samme tid. Har vi åpen blender, vil uskarpheten for objektene som ikke ligger i fokalplanet være større enn dersom blenderen har redusert åpning. Jo mindre åpning (høyere blendertall), desto mindre vil uskarpheten bli. Innen fotografi sier vi at vi har større "dybdeskarphet" ved liten blenderåpning (stort f-tall) sammenlignet med stor blenderåpning (lite f-tall). Figur 11.24 viser et eksempel på denne effekten.

11.5.8 Øyets optikk

Figur 11.25 viser skjematisk hvordan et menneskeøye er bygget opp. Optisk sett er det en kraftig sammensatt linse som danner et reelt bilde på netthinnen i bakre del av øyet. Mengde lys som når netthinnen kan reguleres ved å endre størrelsen på hullet (iris) i regnbuehinnen. Netthinnen har meget stor oppløsning (som gjør at vi kan se detaljer) bare i et lite område av retina der øyets optiske akse treffer. Dette området kalles *den gule flekk* (se figur 11.27), og her er synscellene såkalte tapper som kan gi fargeinformasjon (jamfør kapittel 10). I retina forøvrig ligger synscellene ikke så tett, og det er mest staver (mer lysfølsomme enn tappene, men gir ikke fargeinformasjon). Merkelig nok må lyset gå gjennom flere cellelag før det treffer selve synscellene. Dette har kanskje en evolusjonsmessig opprinnelse siden mennesket oppholder seg i dagslys hvor sollyset er ganske kraftig. Det finnes arter som lever på store (mørke) havdyp hvor lyset når synscellene direkte uten å gå gjennom andre cellelag først.

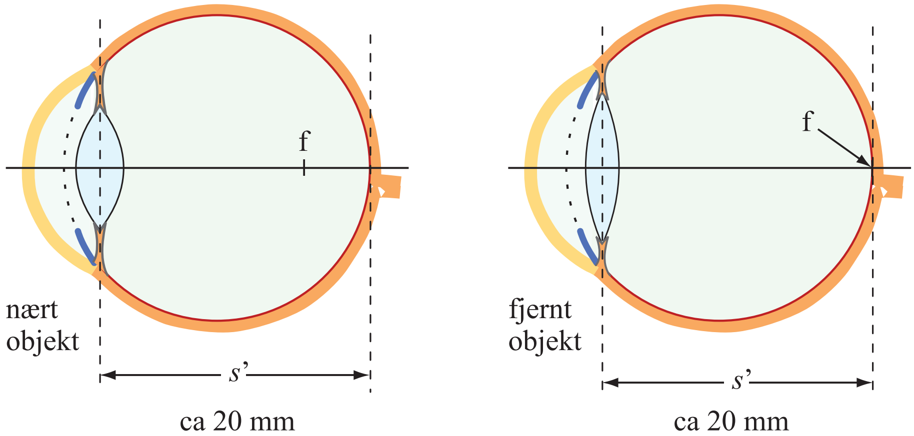


Figur 11.25: *Skjematisk oppbygging av et menneskeøye.*

Den vesentligste linseeffekten til øyet kommer fra den krumme overflaten mellom luft og hornhinnen. Øyelinsen virker bare lett modifiserende på linsestyrken som hornhinnen selv setter opp. Brytningsindeksen til vannlegemet (aqueous humor) og glasslegemet (vitreous humor) er om lag 1.336 (omtrent som for vann), mens øyelinsen har en brytningsindeks på 1.437. Forskjellen mellom disse brytningsindeksene er nokså liten, og dette er en vesentlig grunn til at total linsestyrke i størst grad skyldes den krumme flaten mellom luft og hornhinna.

Øyets størrelse er omtrent uendret under bruk, slik som indikert i figur 11.26. Når vi skal fokusere på objekter som er nær oss og langt fra oss, justeres øyelinsen. Øyelinsen lar seg forme, og når siliarmusklene tekker hardt i linsen, blir den tynn og får liten krumning. Linsestyrken går da ned. For et normaløye vil da brennvidden for linsene totalt ligge på netthinnen. Objekter som er "uendelig langt borte" vil da avbildes som et reelt opp-ned bilde på netthinnen. Når siliarmusklene slapper mere av, vil linsen krympe sammen og bli mer krum og få større linsestyrke. Da faller brennpunktet inn i glasslegemet et sted, og objekter som ikke er så langt fra øyet vil kunne danne et reelt bilde på netthinnen. Bildeavstanden s' i linseformelen vil altså alltid holde seg konstant, mens brennvidden på den totale linsen vil endre seg. Vi regner ofte at bildeavstanden s' er lik 20 mm.

Øyelinsen blir stivere med alderen og klarer ikke å gjennomløpe så store endringer i brennvidde som linser til barn. Normalt betyr det at linsen ikke blir så krum som den pleide være når vi slapper av i siliarmusklene. Total linsestyrke går da ned, og følgen er at vi må holde et objekt lenger vekk fra øyet for å kunne se det skarpt.



Figur 11.26: *Øyets størrelse holder seg nær konstant, men brennvidden kan endres. På den måten kan vi se gjenstander skarpt i et helt intervall av avstander.*

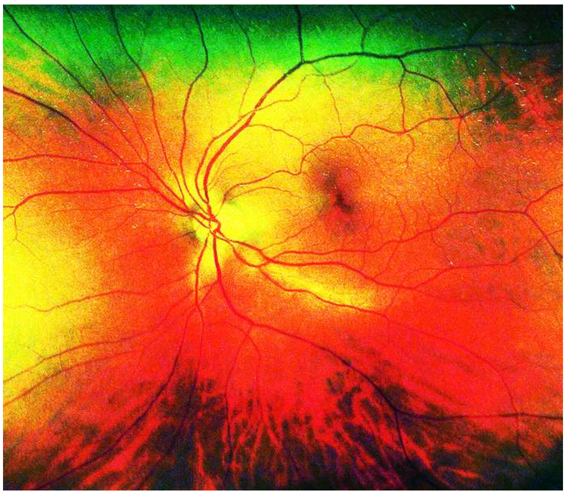
Tabell 11.1: Aldersutvikling

Alder (år)	Nærpunkt (cm)
10	7
20	10
30	14
40	22
50	40
60	200

Den minste avstand et objekt kan ha som samtidig gir skarpt bilde på netthinnen kalles øyets *nærpunkt*. Den største avstanden et objekt kan ha og samtidig gi skarpt bilde kalles øyets *fjernpunkt*. Et normaløye har fjernpuktet i "det uendelige". Nærpunktet endrer seg med alderen, av grunner allerde nevnt, og tabell 11.1 gjengir en oversikt tatt fra en amerikansk lærebok.

Ta disse tallene med en klype salt, men de antyder i det minste en aldersutvikling som mange vil oppleve med årene. Det bør bemerkes at normalavstanden vi bruker for å beregne en lupes fortørrelse er 25 cm, altså nærpunktet for en person i ca 40-årsalderen. En tiåring vil kunne holde en gjenstand ved en tredjedel av denne avstanden og fortsatt se den skarpt. For en tiåring vil derfor reell forstørrelse for en lupe bare være tredjeparten så stor som verdien vi fikk fra den generelle regelen vi ga tidligere.

Øyets linsestyrke, briller.



Figur 11.27: *Netthinnen tatt med et kamera gjennom pupillen med en spesiell blitz-anordning. Bildet er tatt ved en rutinekontroll ved Krogh optikk, Strømmen, 2009. Den blinde flekk er det gule området hvor blodårer og nerver går ut fra øyeeplet. Den såkalte gule flekk (makula på latin) er et ca. 1.5 mm diameter stort område omtrent midt inni det svakt mørke ovale området litt til høyre fra den blinde flekk. I makula ligger tappene tettest, og området er ansvarlig for vårt skarpsyn. Lyset må gå gjennom flere cellelag før det når de lysømfintlige synscellene. I vårt bilde er ikke den gule flekken gul! (Bildet er bearbeidet for å øke kontrast m.m.)*

La oss nå bli litt mer kvantitative ved å bruke linseformelen for øyet.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

For et normaløye som fokuserer på et gjenstand langt, langt borte, vil s tilnærmet være uendelig, og s' omtrent lik 20 mm = 0.02 m. Da følger:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0.02\ \mathrm{m}} = 50\ \mathrm{m}^{-1}$$

Størrelsen $1/f$ kalles *linsestyrken* og denne angis i antall *dioptre* som er lik m^{-1}. Et normaløye som fokuserer på uendelig har altså en linsestyrke på 50 dioptre.
Et normaløye som har nærpunkt på 25 cm, har en linsestyrke gitt ved:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0.25\ \mathrm{m}} + \frac{1}{0.02\ \mathrm{m}} = 54\ \text{dioptre}$$

Øyelinsen klarer med andre ord bare å endre total linsestyrke med om lag ti prosent. Hornhinnen tar seg av resten av linsestyrken.

Ikke alle øyne er “normale”. Noen har hornhinner med alt for stor krumning, slik at linsestyrken blir for stor i forhold til avstanden mellom linse og retina. Når et slikt menneske forsøker å se et objekt langt borte, vil det reelle bildet ikke treffe netthinnen, men ligge et sted inne i glasslegemet. Personen vil derfor ikke se skarpt når hun/han ser på noe langt borte. En slik person kaller vi *nærsynt*. Nærsynhet kan avhjelpes ved bruk av briller eller kjøpe-øyelinser. Øyets naturlige linsestyrke må da *motvirkes*, siden den er for stor, og brillene eller de ytre øyelinsene må være konkave (negativ brillestyrke).

Noen har hornhinner med alt for lite krumning, og linsestyrken blir da for liten. Når personen forsøker å se på en gjenstand 25 cm fra øyet (nominelt nærpunkt), vil det reelle bildet ikke falle på netthinnen, men vil teoretisk sett falle bak denne. Bildet på netthinnen blir igjen uskarpt. En slik person kalles *langsynt*. Igjen kan vi kompensere feilen ved å sette inn en ekstra konveks linse i form av briller eller eksterne øyelinser inntil vi ser skarpt også for legemer i 25 cm avstand.

Som ung kan en person ved hjelp av én brille få et tilnærmet normalsyn, med nærpunkt i 25 cm og fjernpunkt i det uendelige. Når alderen øker, minker *akkomodasjonsevnen*, og én brille vil ikke lenger både kunne gi nærpunkt ved 25 cm og samtidig fjernpunkt i det uendelige. Det blir nødvendig å stadig ta av seg og på seg briller, kanskje til og med skifte mellom to sett for å få kunne se tilfredsstillende både nært og fjernt. Det finnes også såkalte “progressive briller” hvor øvre del av glasset har én brennvidde og nedre del en annen (med en glidende overgang mellom disse).

Noen har linsefeil som kan karakteriseres ved at hornhinnen ikke har kuleflateform, men mer form som en ellipsoide. Det blir da forskjellig linsestyrke for linjer rettet en retning sammenlignet med linjer rettet vinkelrett på den første. Denne linsefeilen kalles *astigmatisme* og kan rettes opp ved hjelp av linser som har overflater til sylindre heller enn overflater til kuler. Slike linser kalles sylinderlinser. De kombineres i praksis med sfæriske overflater om ønskelig.

I dag er det temmelig vanlig å ta en slags laseroperasjon for å endre overflaten til hornhinnen dersom linsen har betydelige feil fra fødselen av. I så fall kan deler av hornhinnen brennes bort og formes slik at personen får et normalt syn og slipper å gå med briller (inntil aldersfenomener gjør det nødvendig).

Eksempler.

Det er nokså enkelt å selv danne oss et grovt inntrykk for hvilke briller vi trenger i tilfelle vi er litt nærsynt eller langsynt. Her er et par eksempler:

Anta at vi bare kan se skarpt ut til 2.0 m, det vil si at fjernpunktet uten briller ligger på 2.0 m. Det betyr at øyets linsestyrke er:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2.0\ \mathrm{m}} + \frac{1}{0.02\ \mathrm{m}} = 50.5\ \mathrm{dioptre}$$

Linsestyrken er da 0.5 dioptre for stor, siden linsestyrken burde bare vært 50.0 dioptre for fjernpunktet. Løsningen er å bruke en brille på -0.5 dioptre, i alle fall når vi skal betrakte objekter langt borte. Det nydelige med disse beregningene er at vi kan legge sammen linsestyrker på enklest mulig måte, slik at 50.5 dioptre for øyets optikk pluss briller på -0.5 dioptre får en total linsestyrke på 50.0 dioptre.

I neste eksempel tar vi for oss en person som ikke klarer å fokusere på avstander nærmere enn 50 cm. Personens linsestyrke er da:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0.5\ \text{m}} + \frac{1}{0.02\ \text{m}} = 52.0\ \text{dioptre}$$

I dette tilfellet, når vi betrakter nærpunktet, burde linsestyrken vært 54.0 dioptre. Her mangler det to dioptre. Personen trenger altså en brille med brillestyrke +2.0 dioptre for å kunne flytte nærpunktet fra 50 cm til 25 cm.

11.6 Oppsummering

Geomerisk optikk er basert på tankegangen at lyset fra ulike objekter brer seg som "lysstråler" i ulike retninger, der hver lysstråle oppfører seg tilnærmet som (avgrensede) plane elektromagnetiske bølger. Disse lysstrålene vil reflekteres og brytes ved overganger fra ett medium til et annet, og lovmessigheten er bestemt ved Maxwells ligninger og tilfredsstiller refleksjonslover og Snels brytningslov i vanlige materialer.

Når en grenseflate mellom to medier er krum, vil lysstråler som kommer inn mot grenseflaten ha ulik vinkelfordeling sammenlignet med lysstrålene som går ut.

For tynne linser kan vi definere to brennpunkt, ett på hver side av linsen. Lysstråler vil ha uendelig mange ulike retninger i praksis, men det holder å bruke to eller tre hjelpelinjer for å konstruere hvordan et objekt blir avbildet av en linse til et bilde. Hjelpelinjene karakteriseres ved at lys parallellt med optisk akse blir brutt gjennom brennpunktet på motsatt side for en konveks linse, men vekk fra brennpunktet på samme side som innkommende lysstråle for konkave linser. Lysstråler gjennom linsens sentrum blir ikke brutt. Vi tegner normalt bare linjer til linsenes midtplan i stedet for å ta med detaljert brytning ved hver overflate. Hjelpelinjer kan gjerne gå utenfor linsens fysiske utstrekning, men bare lysstråler som faktisk går gjennom linsene bidrar til lysintensiteten i bildet.

Lys som følger ulike lysstråler fra ett objektpunkt til ett bildepunkt bruker alle like lang tid på veien, uansett om de går gjennom sentrale eller perifere deler av linsen. Dette sikrer at lys fra ulike lysstråler har konstruktiv interferens når de møtes. Når virkelige lysstråler møtes på denne måten, kan lys fanges opp på en skjerm, og vi snakker om et reelt bilde. Dersom de virkelige lysstrålene bare fjerner seg fra hverandre etter å ha passert en linse, men synes alle å komme fra et punkt bakenfor linsen, sier vi at vi har et virtuelt bilde der lysstrålene synes å komme fra. Betrakter vi lysstråler som divergerer fra hverandre ved hjelp av øyet vårt, vil lysstrålene igjen samles på netthinnen og danne et reelt bilde der.

Vi kan derfor “se” et virtuelt bilde, til tross for at vi ikke kan samle dette bildet opp på en skjerm.

Linseformelen er en forenkling av linsemakerformelen, og kun objektavstand, bildeavstand og brennvidde inngår. I linseformelen regnes brennvidden for positiv for en konveks linse og negativ for en konkav. Fortengnet på objektavstand og bildeavstand varierer med hvordan lysstrålene kommer inn mot linsen i forhold til hvor de går ut. Vi må vurdere fortegn i hvert enkelt tilfelle for å ikke komme galt ut. En tegning som viser strålegangen er helt vesentlig for å ikke gjøre feil i slike tilfeller (må sjekke at resultatet ser rimelig ut).

En linse kan brukes som lupe. Forstørrelse er da en vinkelforstørrelse, for plasseres objektet i linsens brennpunkt, vil det virtuelle bildet tilsynelatende være uendelig langt borte og være uendelig stort. Ulike vinkler som angir maksimal utbredelse av et objekt fører til tilsvarende fysisk utstrekning på det reelle bildet på netthinnen når vi betrakter objektet gjennom lupen. Lupens funksjon er først og fremst at vi effektivt kan holde objektet mye nærmere øyet enn øyets nærpunkt. Det vil si, vi kan effektivt plassere objektet mye nærmere øyet og likevel se skarpt, sammenlignet med å se på objektet nærmest mulig (skarpt) uten hjelpemiddel.

Linser kan settes sammen til optiske instrumenter så som teleskop og mikroskop. For teleskopet brukes et objektiv for å lage et lokalt bilde av objektet som vi så kan betrakte med en lupe. Resultatet kan være en betydelig forstørrelse. For mikroskopet plasseres objektet utenfor, men meget nært objektivets brennpunkt. Det reelle bildet som objektivet da lager, er da betydelig større enn objektet. Igjen brukes en lupe for å betrakte det reelle bildet som objektivet lager.

Et menneskeøye har en fast bildeavstand på ca. 20 mm, men kan endre linsestyrken noe slik at brennpunktet kan flyttes og vi får et helt avstandsområde der vi kan se et objekt skarpt. Normaløyet skal kunne se gjenstander skarpt fra ca. 25 cm til uendelig, hvilket svarer til en linsestyrke som varierer fra 54 til 50 dioptre. Har hornhinnen for stor eller for liten krumning, er linsestyrken for stor eller for liten. Da vil vi ikke kunne se skarpt i hele området 25 cm til uendelig, og vi trenger briller for å kompensere for mangler i øyets linsestyrke.

11.7 Læringsmål

Etter å ha jobbet deg gjennom dette kapitlet bør du kunne:

- Forklare hvorfor lys fra objekter kan betraktes som "lysstråler" når lyset treffer f.eks. en linse.
- Beregne hvor bildepunktet til en punktformig lyskilde er etter at lyset har møtt overflaten til en glasskule.
- Gjøre rede for størrelsene objekt, bilde, brennpunkt, objektavstand, bildeavstand, brennvidde, krumningsradius, konkav, konveks, reelt og imaginært bilde.
- Utlede (evt. med litt hjelp) linsemakerformelen for en meniskformet konveks linse, og angi hvilke forenklinger som vanligvis blir gjort.
- Utlede linseformelen under samme betingelser som i forrige punkt.
- Angi de tre hovedreglene som benyttes ved konstruksjon av strålegangen gjennom linser og speil (ray optics).
- Gjøre rede for at vi iblant må skifte fortegn på enkelte størrelser når linseformelen benyttes.
- Gjøre rede for to ulike måter å angi forstørrelsen for optiske instrumenter.
- Forklare hvordan en lupe vanligvis brukes og hvilken forstørrelse den har.
- Angi hvordan et teleskop og et mikroskop er bygget opp, og forstørrelse det har.
- Angi hvordan et speilteleskop fungerer og hvordan vi unngår å stå for mye i veien for innkommende lys.
- Beregne hvor stort bilde av et gitt motiv (i en gitt avstand) vi kan oppnå i bildeplanet for ulike kameraobjektiver.
- Beregne omtrentlig synlig bildevinkel gjennom en kikkert når nødvendige geometriske mål er oppgitt.
- Gjøre kort rede for hvordan nanovitenskap har ført til bedre fotografiske linser.
- Gjøre rede for lysstyrke til en linse / objektiv og kjenne til hva blendertallene sier oss.
- Gjøre rede for ulik "dybdeskarphet" og hvordan denne endres med blendertallet.
- Gjøre rede for øyets optikk, og forklare hva uttrykkene nærpunkt, fjernpunkt og akkomodasjon betyr.
- Kjenne til øyets linsestyrke og hvor linsestyrken oppnås.
- Beregne omtrentlig hvilken brillestyrke en person eventuelt trenger ut fra enkle målinger av nærpunkt og fjernpunkt.

11.8 Oppgaver

Forståelses- / diskusjonsspørsmål

1. Refleksjons- og brytningslovene som er omtalt i dette kapitlet gjelder for synlig lys. Lys er elektromagnetiske bølger. Vil de samme lovene gjelde for elektromagnetiske bølger generelt? (Som vanlig, svaret må begrunnes!)

2. En mottakerantenne for satellitt-TV er formet som et krumt speil. Hvor plasseres selve antenneelementet? Er dette analogt med bruk av speil i optikk? Hvilken bølgelengde har forresten satellitt-TV-signaler? Og hvor lang er bølgelengden i forhold til antennediskens størrelse?

3. En mottakerantenne for satellitt-TV med diameter 1 m koster omlag en tusenlapp, mens et speil for et optisk teleskop med diameter 1 m, ville koste anslagsvis en million kroner. Hvorfor er det så stor forskjell i pris?

4. Et "brennglass" er en konveks linse. Sender vi sollys gjennom linsen og holder et stykke papir i brennplanet, kan papiret ta fyr. Dersom linsen er bortimot perfekt, vil vi ut fra geometrisk optikk alene forvente at alt lyset kan samles i et punkt med nærmest ingen utstrekning?

5. Dersom du har forsøkt å bruke brennglass kan du ha oppdaget at papiret tar lettere fyr dersom solflekken treffer et sort område på papiret sammenlignet med et hvitt. Kan du forklare hvorfor?

6. Det er rapportert tilfeller at fiskeboller med vann og kuleformede vaser med vann har fungert som brennglass slik at ting har tatt fyr. Er det teoretisk mulig ut fra lovene vi har utledet i dette kapitlet?

7. Ut fra linsemakerformelen ser vi at effektiv brennvidde avhenger av bølgelengden siden brytningsindeksen varierer med lysets bølgelengde. Er det mulig for en bikonveks linse å ha positiv brennvidde for én bølgelengde og negativ brennvidde for en annen bølgelengde?

8. Hvordan kan du raskt finne den omtrentlige brennvidden til en samlelinse? Har du også en like rask test for en spredelinse?

9. Blir brennvidden endret når du senker en konveks linse ned i vann?

10. Blir brennvidden endret når du senker et konkavt speil ned i vann?

11. Dersom du ser under vann, ser du uskarpt, men dersom du har dykkerbriller på deg, ser du skarpt. Forklar! Kunne du i stedet klart deg med ekstra briller, uten noe luftlag noe sted? I så fall, måtte brillene være konkave eller konvekse?

12. Et reelt bilde (f.eks. skapt av et objektiv) kan detekteres ved å plassere et papir, film eller CMOS-brikke i bildeplanet. Er det mulig å registrere et virtuelt bilde på et eller annet vis?

13. Refleksjonslover, brytningslover, linsemakerformel og linseformel er alle symmetriske med hensyn til hvilken vei lyset går. Vi kan med andre ord bytte om hva vi anser som objekt og bilde. Kan du påpeke rent matematisk hvordan denne reversibiliteten kommer til uttrykk i de aktuelle lovene? Er det noen unntak fra regelen?

14. a) Vi har et vertikalt speil på en vegg. En lysende glødelampe holdes foran speilet slik at lys som reflekteres av speilet treffer gulvet. Det er likevel ikke mulig å danne noe bilde av glødelampen på gulvet. Hvorfor?
b) Vi har en laserpeker og lyser på lignende vis som med glødelampen, slik at lys fra laserpekeren som reflekteres av speilet når gulvet. *Nå* synes det som om vi har fått dannet et bilde av laserpekeren (åpningen av denne) på gulvet. Kan du forklare hva som foregår?

15. Hvor høyt må et speil være, og hvor høyt må det plasseres på en loddrett vegg, for at vi skal kunne se hele oss selv i speilet på en gang? Vil avstanden til speilet ha betydning?

Regneoppgaver

16. Bestem ved å ta utgangspunkt i linseformelen og en av reglene for lysstrålegeometri, minste og største forstørrelse (i tallverdi) en konveks linse kan ha. Bestem betingelsen for at forstørrelsen skal bli 1.0.

17. Gjenta samme beregning som i forrige oppgave, men nå for en konkav linse. Bestem på ny betingelsen for at forstørrelsen skal bli (tilnærmet lik) 1.0.

18. Når vi skal finne bildet som en konveks linse lager av et objekt "uendelig langt borte", kan vi ikke bruke de tre standard lysstrålene for konstruksjon av bildet. Hvordan går vi fram i et slikt tilfelle for å finne bildets plassering i bildeplanet?

19. Vi har en konveks menisk formet linse med overflater som svarer til kuleflater med radius på 5.00 og 3.50 cm. Brytningsindeksen er 1.54. Hvor stor er brennvidden? Hvilken bildeavstand får vi dersom et objekt plasseres 18.0 cm vekk fra linsen?

20. En smal lysstråle fra et fjernt objekt sendes inn i en glasskule med radius 6.00 cm og brytningsindeks 1.54. Hvor vil lysstrålen bli fokusert?

21. Tegn lysstrålediagram for en konveks linse for følgende objektavstander: 3f, 2f, 1.5f, 1.2f, 1.0f, 0,8f, 0,5f. For en av disse avstandene kan bare to av de vanlige tre standardlysstrålene benyttes i konstruksjon av bildet. Hvilken? Legg merke til hvorvidt vi har forstørrelse eller forminskning av bildet, om bildet er opprett eller opp ned, og om bildet er reelt eller virtuelt.

22. Anta at du har et kamera og skal ta bilde av en 1.75 m høy venn som står oppreist 3.5 m unna. Kameraet har en 85 mm linse (brennvidde). Hvor stor avstand er det mellom linsen og bildeplanet når bildet tas? Får du plass til hele personen innenfor bildet dersom bildet registreres på en gammeldags film eller en "fullformat" CMOS bildebrikke med størrelse 24 x 36 mm? Hvor mye av personen får du plass til på bildet dersom det registreres med en CMOS bildebrikke med størrelse 15.8 x 23.6 mm?

23. Når Mars er nærmest Jorden er avstanden ca $5.58 \cdot 10^7$ km. Diameteren på Mars er 6794 km. Hvor stort bilde får vi fra et konvekst objektiv (eller hulspeil) med brennvidde 1000 mm?

24. Et teleskop har et objektiv med brennvidde 820 mm og diameter 100 mm. Okularet har en brennvidde på 15 mm og en diameter på 6.0 mm. Hvor stor forstørrelse har teleskopet? Hvor stor er bildevinkelen? Kan vi se hele måneskiven på én gang?

25. En lysbildefremviser (eller data-projektor for den saks skyld) har et objektiv med brennvidde 12.0 cm. Lysbildet er 36 mm høyt. Hvor stort blir bildet på en skjerm 6.0 m fra projektoren (objektivet)? Er bildet opprett eller opp ned?

26. Anta at vi har to briller, en med linsestyrke +1.5 dioptre på begge glass og en med linsestyrke +2.5 dioptre på begge glass. Vi finner bare et av brillene og får lyst til å sjekke om dette var de med sterkest eller svakest linsestyrke. Kan du gi en prosedyre på hvordan vi kan bestemme linsestyrken på de brillene vi fant?

27. a) Hvor er nærpunktet til et øye der en optiker foreskriver en brille med linsestyrke 2.75 dioptre? b) Hvor er fjernpunktet til et øye der en optiker foreskriver en brille med linsestyrke -1.30 dioptre (når vi skal se ting på lang avstand)?

28. a) Hvilken brillestyrke trenger en pasient som har nærpunkt i 60 cm avstand. b) Finn brillestyrken en pasient trenger som har fjernpunkt ved 60 cm.

29. Bestem akkomodasjonen (i betydning mulig endring i linsestyrke) hos en person som har nærpunkt ved 75 cm og fjernpunkt ved 3.0 meter.

30. I en forenklet modell av øyet ser vi for oss at hornhinnen, væsken innenfor, linsen og glassvæsken i det indre av øyet alle har brytningsindeks 1.4. Avstanden mellom hornhinnen og retina er 2.60 cm. Hvor stor må krumningsradius for hornhinnen være for at en gjenstand 40.0 cm fra øyet skal bli fokusert på netthinnen?

31. En lupe har brennvidden 4.0 cm. Hvilken forstørrelse vil den gi under "normalt" bruk? Er det mulig å få en forstørrelse på hele 6.5 X ved å bruke lupen på en litt annen måte enn beskrevet som standard (tenker ikke her på okularprojeksjon)? I så fall, fortell hvor objektet vi betrakter må plasseres, og si litt om hvordan vi nå må bruke øyet.

32. Det gamle Yerkes teleskopet ved University of Chicago var værdens største linsekikkert. Det hadde et objektiv som var 1.02 m i diameter og et f-tall (blendertall) på 19.0.

Hvor lang var brennvidden? Hvor stor diameter har bildet av Månen i fokalplanet til denne linsen? (Vinkeldiameteren til Månen er om lag en halv grad.)

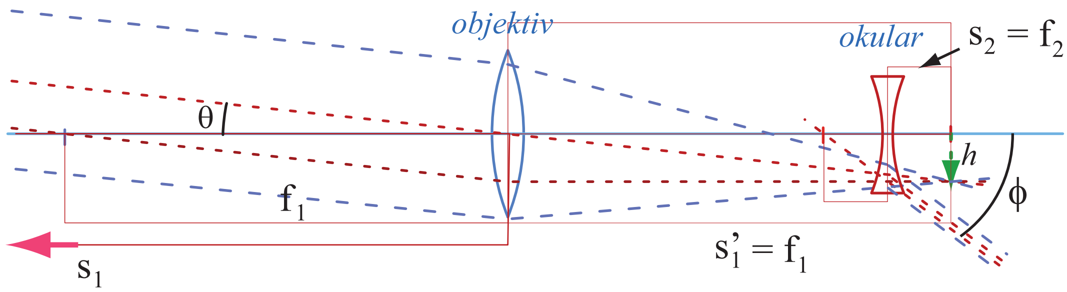
33. Et sfærisk konkavt speil vil ikke samle alle parallelle stråler i ett punkt, fordi effektiv brennvidde vil avhenge av hvor nær speilets optiske akse strålene treffer speilet.
a) Forsøk å sette opp et matematisk uttrykk for effektiv brennvidde for en stråle som kommer inn parallelt med optiske akse en viss avstand fra aksen. Speilets krumningsradius settes lik R. Som parameter kan vi med fordel bruke vinkelen θ mellom innfallende stråle og linjen som går mellom krumningsentrum for speilet og punktet der strålen treffer speiloverflaten.
b) For hvilken vinkel vil effektiv brennvidde ha endret seg med 2 % i forhold til brennvidden for de stråler som kommer inn meget tett til den optiske akse?
c) Kan du med dette forklare hvorfor speilkikkerter som er basert på sfærisk speil ofte har høyt f-tall (liten lysstyrke)?

34. En "tynn" linse med brennvidde 5.00 cm blir brukt som en lupe når vi betrakter detaljer i et fotografi. Hva menes med forstørrelse til en lupe? Hvor stor forstørrelse gir vår lupe? Forstørrelsen varierer litt med hvor lang avstand vi bruker mellom linsen og fotografiet. Hvor stor er forstørrelsen dersom vi stiller avstanden s mellom linse/fotografi slik at øyet kan *fokusere som om objektet var uendelig langt borte*? Hvor stor er avstanden s dersom den fører til at øyet må fokusere som om objektet bare var 25 cm unna? Hvor stor er forstørrelsen da? [Hint: Ved sammenligning av vinkler må du bruke vinkelen mellom optisk akse og lysstrålen som tenkes å gå gjennom linsens sentrum.]

35. Et linseteleskop skal brukes av en amatørastronom. Brennvidden på objektivet er 820 mm, diameteren på er 10.0 cm. Objektivet sitter i en ende av teleskoprøret og en okularholder i motsatt ende. Okularholderen kan justeres slik at vi får et klart bilde av stjernehimmelen og planetene. For å kunne bruke litt ulik forstørrelse på ulike objekter, har amatørastronomen fire forskjellige okularer med brennvidde 30, 15, 7.5 og 3.0 mm. Diameteren på linsen i disse okularene er hhv 48, 20, 11 og 3.7 mm. Vi behandler alle linser som om de var "tynne".
a) Hvor langt må teleskoprøret være (avstand mellom objektiv og okular)?
b) Hvor stor endring i posisjon må okularholderen tillate?
c) Hvor mye lengre må okularholderen kunne bevege seg dersom vi også skal kunne bruke kikkerten som landskapskikkert med minste objekt-avstand lik 20 m?
d) Hvor stor lysstyrke (blendertall) har objektivet?
e) Hva mener vi med "forstørrelse" til en kikkert?
f) Anslå omtrentlig hvor stor forstørrelse vi får for de fire ulike okularene.
g) Anslå omtrentlig hvor stor bildevinkel vi får for 30 mm og 3.0 mm okularene.
h) Sammenlign dette med bildevinkelen til månen, som er om lag 0.5 grader.
i) Hvor stor vil Jupiter se ut når forholdene ligger best til rette for observasjoner, når vi betrakter den gjennom vårt teleskop med 3.0 mm okularet? (Tilnærmet radius i Jordens bane er $1.50 \cdot 10^{11}$ m og i Jupiters bane $7.78 \cdot 10^{11}$ m. Jupiters diameter er

om lag $1.38 \cdot 10^9$ m.)

36. Teleskopet som Galilei laget bestod av et konvekst objektiv og et konkavt okular. Vi kaller en slik kikkert i dag for en "opera-kikkert", og en litt utydelig prinsippskisse er vist i figur 11.28. Bildet fra objektivet plasseres da "bak" okularet (okularet er nær-



Figur 11.28: *Galeiskop, forenklet.*

mere objektivet enn bildet fra objektivet). Kikkerten blir derfor kortere enn for f.eks. et teleskop beskrevet ovenfor. Anta at vi starter med samme objektiv som i forrige oppgave. Vi antar videre for enkelhets skyld at objekter vi kikker på er "uendelig langt borte" og at øynene fokuserer som om objektene var plassert uendelig langt borte.

a) Tegn på egen hånd opp strålegangen i Galilei-kikkerten, og pass på å få detaljene korrekt nær okularet.

b) Vis at den angulære forstørrelsen (tallverdien) for Galilei-kikkerten er gitt ved $M = f_1/f_2$, der f_1 og f_2 er tallverdien av brennviddene til objektiv og okular.

c) Hvilken brennvidde må vi velge på okularet i Galilei-kikkerten dersom vi skal få samme forstørrelse som i kikkerten i forrige oppgave når okularet med nest lengste brennvidde er i bruk?

d) Sammenlign lengden på kikkerten i forrige oppgave og lengden på Gallilei-kikkerten for dette tilfellet.

e) Har Galilei-kikkerten en annen fordel sammenlignet med kikkerten i forrige oppgave (og som også er medvirkende til at denne konstruksjonen brukes i "operakikkerter")?

37. I et mikroskop på labben brukes et objektiv med brennvidde 8.0 mm og et okular med brennvidde 18 mm. Avstanden mellom objektiv og okular er 19.7 cm. Vi bruker mikroskopet slik at øynene fokuserer som om objektet var plassert uendelig langt borte. Vi behandler linsene som om de var "tynne".

a) Hvor stor avstand må det være mellom objektet og objektivet når vi bruker mikroskopet?

b) Hvor stor lineær forstørrelse gir objektivet (alene)?

c) Hvor stor forstørrelse gir okularet alene?

d) Hvordan er forstørrelse definert for et mikroskop?

e) Hvor stor er dette mikroskopets forstørrelse?

38. Vi har to tynne linser med brennvidde 12.0 cm (i tallverdi), den ene konveks, den andre konkav. Linsene plasseres 9.00 cm fra hverandre. Et 2.50 mm høyt objekt plasseres på den optiske aksen 20.0 cm utenfor de to linsene, nærmest den konvekse linsen.
a) Hvor langt fra denne første linsen dannes det endelige bildet?
b) Er det endelige bildet reelt eller imaginært, oppned eller rettvend
c) Hvor stort er det endelige bildet?

39. Vis at når to tynne linser er i kontakt med hverandre, vil brennvidden f til de to linsene tilsammen være gitt ved:

$$1/f = 1/f_1 + 1/f_2$$

hvor f_1 og f_2 er brennviddene til de to enkeltlinsene. Vi har en konvergerende menisk-formet linse med brytningsindeks 1.55 og krumningsradier på 4.50 og 9.00 cm. Den konkave flaten vendes vertikalt oppover, og vi fyller "gropen" med en væske som har brytningsindeks n = 1.46. Hvor stor blir den totale brennvidden for linse pluss væske-linse?

40. En tynn linse er laget som en plankonveks linse med diameter 2.5 cm og radien i den krumme delen er 5.0 cm. Linsen er laget av BK7 glass med brytningsindeks vs bølgelengde som gitt i en figur i forrige kapittel.
a) Hvilken tykkelse har linsen på midten dersom tykkelsen i randen er 1.0 mm?
b) Bestem omtrentlig brennvidde for lys med bølgelengde 600 nm når den rette delen av linsen vender mot objektet (som antas å ligge "uendelig" langt borte).
c) Bestem sfærisk avvik ved 600 nm (det vil si variasjonsområdet for brennvidden for lys som kommer inn mot linsen i ulike avstander fra optisk akse). Anta at lyset kommer inn parallellt med optisk akse.
d) Bestem kromatisk avvik for lys i hele bølgelengdeområdet 400 - 800 nm for lys i én valgt avstand fra optisk akse (holder å gjøre beregningen for 400 og 800 nm).
e) Beregn sfærisk avvik for samme betingelser som i oppgave c, men nå med linsen snudd slik at den krumme delen av linsen vender mot objektet. Det er ok å gjøre en tilnærming (knyttet til begrepet "tynn linse") for at ikke beregningen skal bli for omfattende.
f) Ut fra resultatene i punkt c og e, kan du gi en anbefaling om hvilken vei en plankonveks linse bør stå for å få minst mulig sfærisk avvik ved avbildninger av objekter "uendelig" langt borte?
g) Gjenta samme beregninger som i c og e, men nå med et objekt som er halvannen brennvidde vekk fra linsen (dette er en arbeidskrevende oppgave for de som liker utfordringer!)