

Kapittel 13

Koherens, dipolstråling og laser

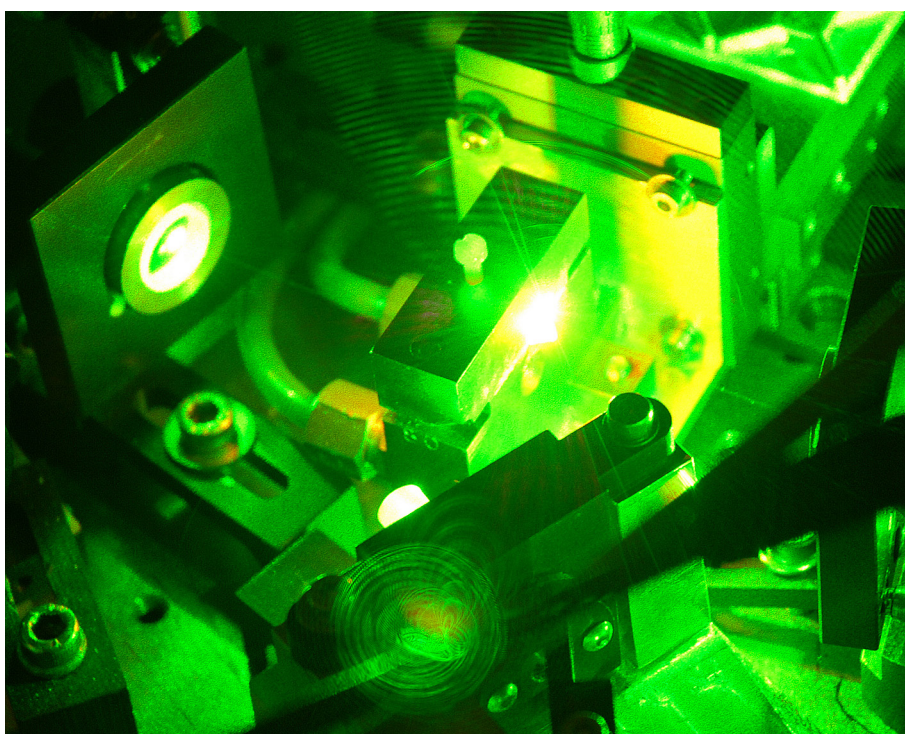


Foto fra innsiden av en laser bygget ved Niels Bohr instituttet ved København universitet. Lysintensiteten er stor, og strålen kommer så nær en "klassisk elektromagnetisk bølge" som det lar seg gjøre.

Kapitlet tar for seg tre ulike temaer, men nesten utelukkende på tegner og forteller-nivå. Likevel er kapitlet slett ikke av de enkleste. Koherens er et litt uvant begrep for mange, og krever litt innsats for at forståelsen skal sitte. Autokorrelasjonsfunksjonen står her sentralt. "Stråling" fra en elektrisk ladning i bevegelse er heller ikke triviell. Det kan lønne seg å tenke tilbake på kapittel 8 om hvilke forandringer i elektrisk og magnetisk felt i tid og rom som må til for at en bølge skal transportere med seg energi. Sist, men ikke minst, sier vi litt om lasere. Dette er et kjempeområde innen fysikk, og vi berører det bare så vidt. Populasjonsinvertering og stimulert emisjon er her sentrale begreper!

¹Copyright 2013 for tekst og figurer: Arnt Inge Vistnes. Versjon 09052013.

13.1 Koherens, en kvalitativt tilnærming

“Koherens” er et ord, uttrykk eller begrep som få nordmenn har et forhold til. Ordet er antakelig brukt mer i det engelske språk, og i en dictionary kan vi finne forklaringer på “coherence” så som: “The quality of being logically integrated, consistent, and intelligible”, eller: “The mutual relationship between sets of electromagnetic or sound waves in which their amplitudes are exactly equivalent and rise and fall together.”

Når vi har med koherens å gjøre, er det mulig å peke på en eller annen egenskap, f.eks. amplitude og/eller fase for bølgers vedkommende, som kan gjenfinnes i alle delsystemene som er koherente med hverandre.

Koherens er imidlertid nøye knyttet til statistikk, og statistikk kommer inn i bildet når vi har med variabilitet å gjøre.

“Matematikk er fysikkens språk”, sier vi ofte. Matematikkens funksjoner er imidlertid å anse som Platonske idealiseringer, uten variabilitet, mens virkeligheten, den fysiske verden, ofte er mer kompleks enn et enkelt matematisk bilde tilsier. Et godt eksempel på dette finner vi nettopp når vi betrakter svingninger og bølger. Vi har hittil beskrevet bølger på en idealisert måte, nemlig som:

$$f(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \phi) \quad (13.1)$$

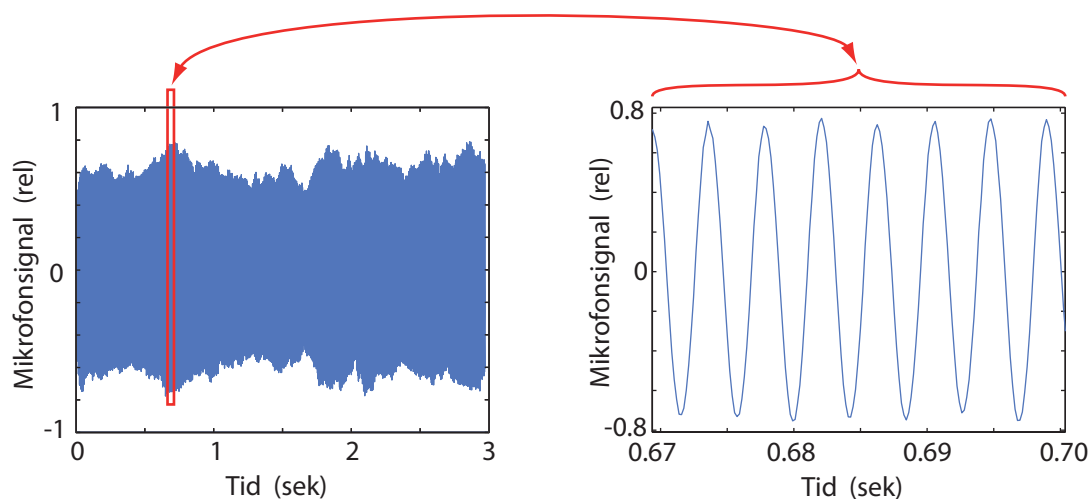
Her er det underforstått at amplituden A er tilnærmet konstant, likeså (vinkel)frekvensen ω . Vi kan finne bølger der denne beskrivelsen er en god tilnærming, men andre ganger er forskjellen mellom fysisk realitet og matematisk idealisme ganske iøynefallende. Ta for eksempel en menneskelig stemme som synger en “iiiiiiiiiii”, og lyden registreres gjennom en mikrofon og digitaliseres. Et eksempel på hvordan signalet kan se ut er vist i figur 13.1.

Samplingsfrekvensen var 5512 Hz og 16384 punkter ble samlet, svarende til totalt nesten 3 sek.

Når vi følger svingningen som mikrofonen oppfanger på sin plass, ser vi at amplituden ikke er konstant, men varierer en god del. Når vi tar et tidsutsnitt over bare noen få perioder, ser vi at innenfor et slikt lite intervall kan vi ha en tilnærmet konstant amplitude. Vi ser forøvrig at tidsforløpet også innenfor en kort periode ikke er en 100 % ren sinus, men har et lite innslag av høyere harmoniske.

Når vi betrakter signalet over en lengre periode, innser vi at den matematiske beskrivelsen er nokså forskjellig fra den fysiske. Dette skyldes at såvel amplituder A_i og (vinkel)frekvenser ω_i i praksis *ikke* er konstanter, men varierer noe med tiden. Denne variasjonen gir opphav til en rekke fenomener, blant annet “koherens”.

Vi får en indikasjon på variasjonen som forekommer i amplitude og vinkelfrekvens ved å studere frekvensspekteret nøye (se figur 13.2). Vi har tidligere vist at dersom vi har en helt ren sinus eller cosinusfunksjon, og samplingstiden er et eksakt heltallig antall perioder av



Figur 13.1: Tidspildet av mikrofonopptak av en mannsstemme som synger en *iiiiiii*. Til venstre vises hele tidsstrengen som ble samlet, til høyre vises et utdrag på 30 ms.

signalet, vil frekvensspekteret i en FFT bare ha *ett* punkt forskjellig fra null. Det vil si at frekvensspekteret er helt skarpt innen den oppløsningen vi har (begrenset bare av lengden av tidsstrengen vi analyserer).

Vi har også sett at dersom den totale samplingstiden ikke er *eksakt* lik et heltall ganger med periodetiden, vil vi få *litt* bidrag i frekvensbildet som smøres ut over flere punkter i frekvensspekteret. Dette er imidlertid en effekt som bare gir bidrag til noen ganske få punkter ved siden av grunnfrekvensen.

I figur 13.2 ser vi at et 30-talls punkter i frekvensspekteret er klart forskjellig fra null. En slik relativt bred topp, for et *vedvarende* signal, viser tydelig at frekvensen varierer underveis mens signalet formes.

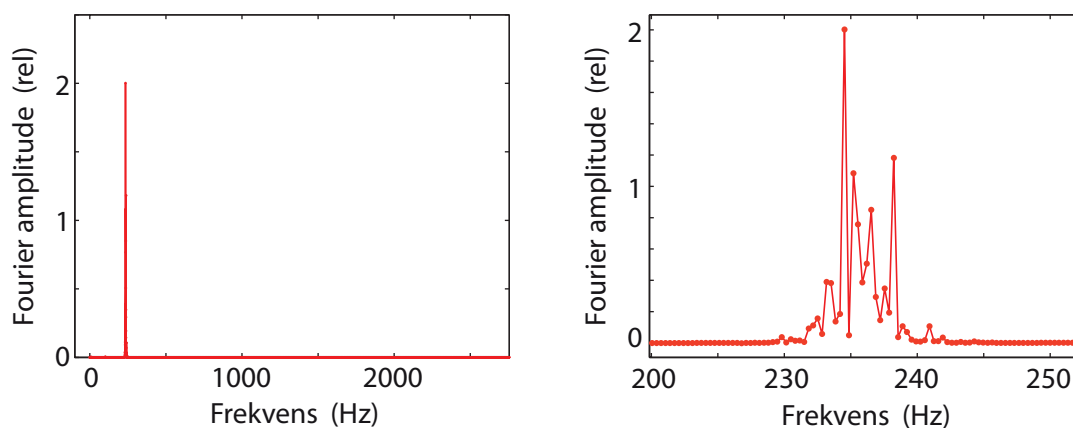
Hvordan vil denne lille variasjonen i frekvens påvirke fysiske fenomen i praksis? At en sangstemme varierer litt med tiden, er på mange måter positivt, fordi det skaper mer “liv” i lyden enn om vi hadde hatt et “rent” lydbilde som angitt i ligning (13.1). Summerer vi imidlertid to reelle bølger, vil det fremkomme interessante detaljer knyttet til koherens.

Siden alle fenomener knyttet til interferens og diffraksjon er basert på addisjon av flere signaler, betyr det at *all interferens og diffraksjon påvirkes i høy grad av koherens*. I forrige kapittel, da vi beskrev interferens fra en dobbeltspalt, satte vi opp følgende uttrykk for elektrisk felt fra hver av de to spaltene:

$$E_1(\theta_1) = E_{1,0}(r_1, \theta_1) \cos(kr_1 - \omega t - \phi)$$

$$E_2(\theta_2) = E_{2,0}(r_2, \theta_2) \cos(kr_2 - \omega t - \phi)$$

Vi sa da at ϕ er en vilkårlig fasevinkel, og vi antok at det var samme ϕ på begge spaltene siden vi hadde en plan bølgefront inn fra baksiden inn mot spaltene. Det er imidlertid



Figur 13.2: *Frekvensanalyse av tidssignalet vist i forrige figur. Til venstre er hele frekvensspekteret (under halve samplingsfrekvensen) vist, mens til høyre er det vist detaljer rundt hovedlinjen i frekvensspekteret.*

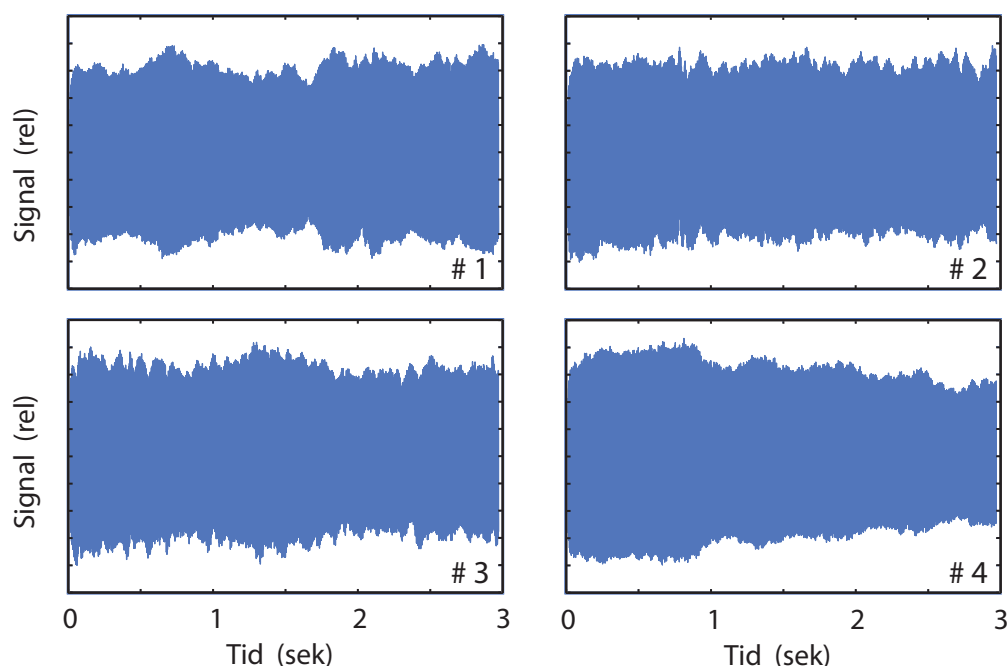
ingen selvfølge at det er samme fase ved begge spaltene. Koherens handler nettopp om dette. Det er da på tide å undersøke litt nærmere hva vi mener med “koherens” og i hvilke andre sammenhenger fenomenet dukker opp.

13.2 Sum av to reelle bølger

Lys er elektromagnetiske bølger med så høy frekvens at vi ikke er i stand til å følge endringene i elektrisk felt i detalj (bortsett fra ved helt spesielle, indirekte metoder). Det er derfor lettere å ta utgangspunkt i et annet bølgefænomen med lavere frekvens for å vise hva koherens går ut på. Vi velger lydbølger.

Vi har tatt opp signalet fra en mikrofon for fire sangere som etter tur sang “iiiiiiiiiii” med samme tonehøyde (i virkeligheten var det en og samme sanger som sang inn samme tone flere ganger etter hverandre). Signalene var omtrent like sterke, men for å forenkle den videre diskusjonen, har vi normalisert alle signalene til samme midlere intensitet i løpet av samplingstiden. Resultatet er angitt i figur 13.3. Senterfrekvensene var identiske innen 1 Hz.

Summerer vi signalene fra to sangere, ser vi noe interessant (se figur 13.4). Det dukker nå opp kraftige fluktasjoner i amplituden i sum-signalet, fra nesten null til om lag to ganger amplitudene til signalene vi startet ut med. Årsaken til variasjonen er nokså enkel å forstå. Lydbølgene fra hver av sangerne er ikke matematisk idealiserte bølger med en helt eksakt lik og konstant frekvens hele tiden. I enkelte tidsperioder vil signalene fra de to sangerne på mikrofonens plass være i fase med hverandre, og amplituden går opp til summen av bidragene fra hver bølge. I andre tidsperioder vil imidlertid signalene fra de to sangerne være i motfase med hverandre, slik at signalet nærmest forsvinner.



Figur 13.3: Tidssignalet for fire ekvivalente opptak der det synges “iiiiiiii” med samme frekvens (midtfrekvensen < 1 Hz forskjell).

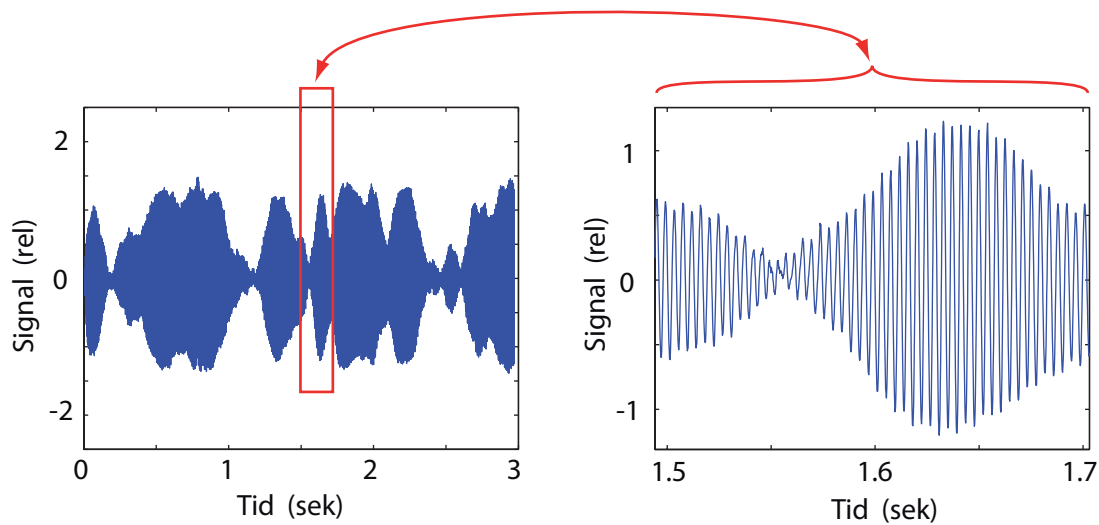
Klarer sangerne å holde frekvensen svært nær konstant i tid, og samme frekvens, vil det ta lang tid før det blir et skifte fra konstruktiv til destruktiv interferens mellom de to. Dersom sangerne på den annen side ikke er dyktige til å holde samme frekvens, vil det ta kort tid mellom konstruktiv og destruktiv interferens.

Dette er signaler fra en menneskelig stemme, og ikke en maskin. Det medfører at variasjonen i frekvens vil være uregelmessig og signalet vil ikke for noen del av tidsstrengen være eksakt lik den fra en annen bit av tidsstrengen. Det betyr at vi ikke kan finne noe entydig tid mellom full konstruktiv til full destruktiv interferens. Vi må operere med statistiske størrelser.

Den gjennomsnittlige tiden det tar fra fra konstruktiv til destruktiv interferens når vi adderer to bølger med samme (gjennomsnittlige) frekvens, kaller vi *koherenstiden* for signalet. Dette er bare en omtrentlig definisjon, vi kommer tilbake til en mer presis definisjon siden.

Den lengden bølgen har beveget seg i løpet av koherenstiden, kaller vi *koherenslengden*.

Koherens er altså knyttet opp til bølger, og forteller noe om kilden til bølgen, om mekanismene som lå bak da bølgen ble til. Studier av koherenstider/lengder er derfor nyttige når vi ønsker å lære mer om hvordan naturen oppfører seg.



Figur 13.4: Tidssignalet for summen av to stemmer (to opptak). Legg merke til endringene i styrken med tiden.

13.3 Sum av flere bølger

Dersom du har sunget i kor har du sikkert lagt merke til at lydstyrken når flere synger sammen ikke øker så mye som vi kanskje skulle tro. En solist med god stemme høres slett ikke så verst selv i vekselsang med et kor på kanskje 30 personer. Hvorfor blir ikke den ene stemmen totalt overdøvet av de 30?

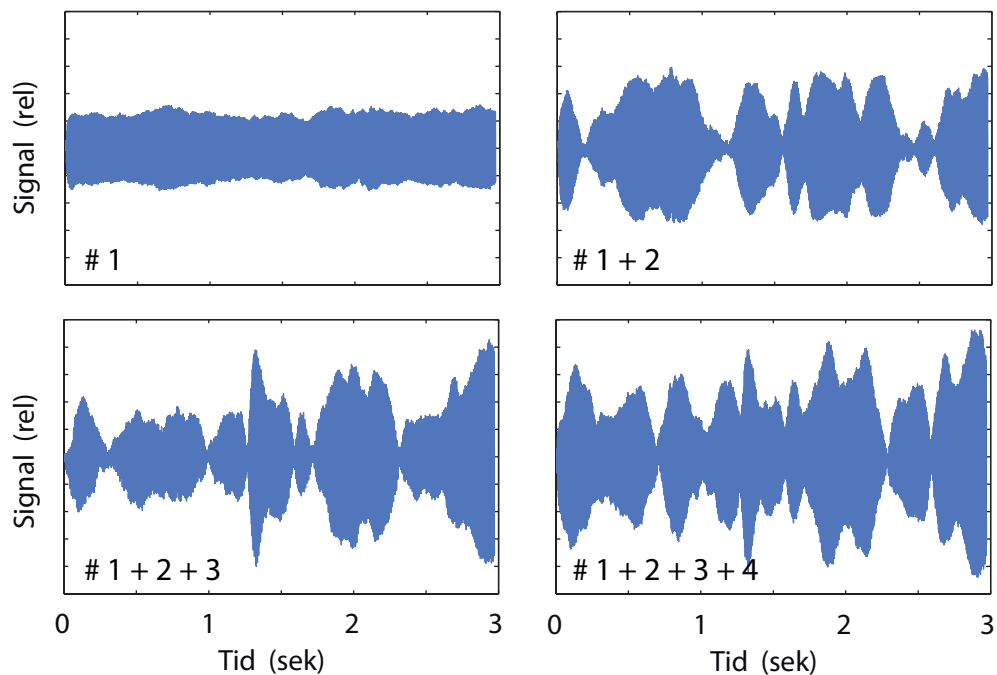
Vi kan illustrere hva som skjer ved å ta utgangspunkt i mikrofonsignalene (y_1, y_2, y_3 og y_4) fra fire sangere (se figur 13.3). Signalene fra hver av sangerne er digitalisert hver for seg, og ulike sum-signaler kan lages i ettertid ved å summere signaler fra enkeltsangere. For eksempel er signalet “1+2” i figur 13.5 laget slik: $y = y_1 + y_2$ i en leddvis addisjon). Flere resultater av summering er vist i figur 13.5.

Vi regner ut midlere intensitet av signalene før og etter summering av signaler og forsøker å finne en lovmessighet. Intensitet er her et relativt mål, og er beregnet ut fra ligningen:

$$I = \sum_{n=1}^N y^2(n) \quad (13.2)$$

hvor N er antall samplinger i hvert av signalene y_1 til y_4 , og y er sum av en eller flere enkeltsignaler som antydnet ovenfor.

Dersom midlere intensitet til hvert av startsignalene normaliseres til “1.0”, blir intensiteten av summene (figur 13.5) som følger:



Figur 13.5: Tidssignalet for én, to, tre og fire samtidige sangere som synger samme tone.

<i>Signal</i>	<i>Rel.midl.intensitet</i>
1	1.00
1 + 2	2.04
1 + 2 + 3	2.26
1 + 2 + 3 + 4	3.65

Det er ingen perfekt linearitet, for det er betydelige variasjoner i det statistiske materialet vi starter ut med. Likevel ser vi at intensiteten i grove trekk synes å øke omtrent lineært med antall bidrag. Vi har gjentatt forsøket med andre dataopptak og fluktasjonene er betydelige, men hovedtendensen er klar. Ti sangere vil altså gi en lydstyrke omtrent ti ganger den hver enkelt sanger kan lage alene (dersom de var nokså like). Dette virker naturlig.

13.4 Koherente bølger

Hvordan ville resultatet blitt dersom meget nær perfekte sinusformede bølger ble addert til hverandre? Bølger med en slik egenskap kalles *koherente*.

Det viser seg at *summen av m identiske sinussignal i fase, får en amplitude som er m ganger så stor som hvert av bidragene. Intensiteten vil da bli m² ganger intensiteten til hvert enkelt signal.*

Dersom sangerne våre hadde sunget eksakt likt og hele tiden i fase, ville fire sangere gitt en intensitet lik 16 ganger intensiteten til hver enkelt. Dette er ganske forskjellig fra 4 ganger intensiteten vi i praksis fant med våre reelle signaler. Dette illustrerer en viktig side ved koherente bølger.

Imidlertid, *“There Ain’t No Such Thing As A Free Lunch”*. Vi får ingenting gratis. Fire hypotetiske sangere som synger koherent lyd i fase vil gi fire ganger så mye lydenergi som fire som ikke synger koherent. Hvordan kan energiregnskapet tilfredsstilles?

Energiregnskapet går bra dersom vi tar i betraktning også romlige forhold. Fire hypotetiske sangere som synger koherent vil *ikke* gi fire ganger lydenergien overalt i rommet, bare på de stedene der signalene fra alle fire er i fase med hverandre. Andre steder i rommet, der signalene er i motfase, vil lydenergien være bortimot null. Slik vil det ikke være med de reelle sangerne. Det finnes ingen steder i rommet hvor det er permanent konstruktiv eller destruktiv interferens for disse sangerne. Vi vil høre lyden fra de reelle sangerne overalt.

Integreres lydenergien overalt i rommet, vil den bli omtrent den samme uansett om sangerne synger koherent eller ikke-koherent.

Disse romlige betraktningene har visse paralleller med intensitetsfordelingen for stripene fra flere spalter. Når det blir flere og flere spalter, blir stripene mer og mer intense selv om totalt lysstrøm ut fra spaltene er uforandret. Dette skyldes at stripene blir smalere og smalere.

13.5 Koherenstidsbestemmelse

Et perfekt koherent signal er et hvor vi kan forutsi fasen til en svingning framover i tid med stor sikkerhet så lenge vi ønsker. En matematisk funksjon:

$$f(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

er et eksempel på et perfekt koherent signal. En sangstemme vil alltid ha en grense for hvor lang tid vi kan forutsi fasen i signalet. Det samme gjelder for et hvilket som helst fysisk signal, også et elektrisk felt i lyset fra en laser. For noen signaler kan denne tiden være meget lang, ja mange tusen år (i kosmologien), mens andre ganger kan den være nede i under en femtosekund (10^{-15} sek). Det er denne tiden vi kan kalle *“koherenstiden”*.

For signaler der vi kan følge svingningene i detalj (ser både topper og bunner etter som bølgen passerer), kan vi gi en relativt presis måte å bestemme koherenstiden. Først beregnes en første ordens korrelasjonsfunksjon:

$$F(\tau) = 1/T \int_0^T f(t)f(t + \tau)dt \quad (13.3)$$

Er svingningen beskrevet ved diskrete tidspunkt, ser uttrykket ut som følger:

$$F(\tau_j) = 1/N \sum_{i=1}^N f(i)f(i + j) \quad (13.4)$$

hvor $\tau_j = j/f_s$ der j er et heltall og f_s er samplingsfrekvensen.

Vi multipliserer med andre ord bølgen med en tidsforskjøvet bit av samme bølge, punkt for punkt, og summerer over alle punktene og normaliserer.

Siden korrelasjonsfunksjonen vi har definert innebærer bare ett signal, hvor vi sammenholder en del av signalet med en annen del av det samme signalet, kalles den for “autokorrelasjonsfunksjonen”.

Antar først perfekt sinussignal

Dersom f er en perfekt sinus, vil en τ_j som svarer til en forskyvning på $2\pi n$ (n er et heltall) i sinussignalet, medføre at $f(i)f(i + j)$ i ligning (13.4) i praksis er en \sin^2 -funksjon. Autokorrelasjonsfunksjonen F vil da rett og slett bli middelverdien av \sin^2 , hvilket er $1/2$.

På lignende måte kan vi vise at når τ_j svarer til $(2n + 1)\pi$ i det perfekte sinussignalet f , vil beregningen innebære middelverdien av $-\sin^2$, og svaret ville bli $-1/2$. For en forskyvning på en kvart bølgelengde i forhold til de tilfellene vi allerede har nevnt, vil F bli middelverdien av et $\sin \cos$ -uttrykk, som er lik null.

Autokorrelasjonsfunksjonen for en perfekt sinus vil derfor bli en regelmessig funksjon som varierer fra $+1/2$ til $-1/2$ ganger amplituden på signalet (med noe normalisering i tillegg). Autokorrelasjonsfunksjonen får rett og slett en sinusform.

Et reelt fysisk signal

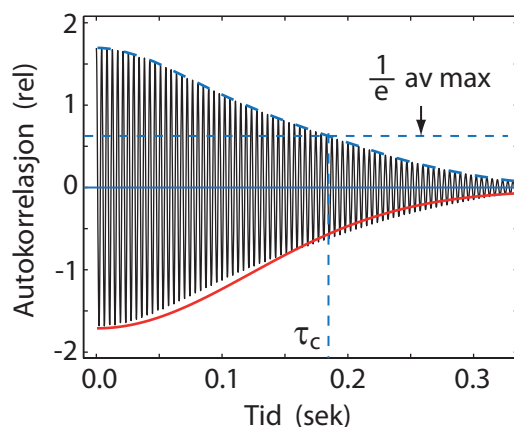
For et reelt signal vil det imidlertid bli annerledes. Når vi i beregningen av autokorrelasjonen forskyver et signal med en avstand *større enn en karakteristisk tid kalt koherenstiden*, vil det bare være en svak eller ingen korrelasjon mellom fasene i $f(t)$ og i $f(t + \tau)$ i ligning (13.3). Da vil vi for deler av integrasjonsintervallet få \sin^2 -sammenhenger mens vi i andre områder får $-\sin^2$ -sammenhenger, og hele integralet blir betydelig mindre enn dersom $\tau = 0$. Det er ikke vanskelig ut fra variasjonen i figur 13.3 å forstå at vi vil finne litt forskjellig F hver gang en beregning gjennomføres i praksis.

Tar vi gjennomsnittet av mange tidsforløp, vil autokorrelasjonsfunksjonen ofte tilnærmet kunne skrives:

$$F(\tau) = F_0 \cos(\bar{\omega}\tau) e^{-\left(\frac{\tau}{\tau_c}\right)^2} \quad (13.5)$$

hvor $\bar{\omega}$ svarer til middelveien av vinkelfrekvensene i det opprinnelige signalet. τ_c kalles korrelasjonstiden og svarer (med et visst forbehold) til det vi også kaller “koherenstiden” for vår bølge/svingning. Vi kan med noen forbehold si at koherenstiden defineres ved ligning (13.5). Når $\tau = \tau_c$ vil omhyllingskurven til $F(\tau)$ i figur 13.6 være lik F_0/e .

Vi har beregnet korrelasjonsfunksjonen til vårt signal, og resultatet er vist i figur 13.6.



Figur 13.6: Korrelasjonsfunksjonen for vår opprinnelige tidsfunksjon, eller for en av de sammensatte signalene i figur 13.3. Resultatet varierer en del med hvilket startpunkt som velges, og med lengden på tidsstrengen vi midler over. Ved en såpass kort tidsstreng som vi har her, konvergerer aldri omhyllingskurven til korrelasjonsfunksjonen monotont mot null. Likevel kan vi lese av en omtrentlig korrelasjonstid, også kalt koherenstiden. [Korrelasjonstiden er her beregnet ved å lage den stiplede blå “omhyllingskurven” øverst, og bestemme tiden da denne kurven krysser nivået $1/e$ av max. Den røde kurven nederst viser omhyllingskurven av den teoretiske relasjonen i ligning (13.5).]

Korrelasjonstiden for denne “iiiiiii”-sangen er altså ca 0.18 sekund. Det vil si at vi med rimelig god grad av sikkerhet kan angi fasen til signalet bortimot 0.2 sekund framover i tid dersom vi kjenner fasen nå.

Lydhastigheten i luft er om lag 340 m/s. Det betyr at vi kan forutsi korrelasjon i fasen i det aktuelle lydsignalet innenfor en strekning på ca $\Delta L = 340 \cdot 0.18$ meter, det vil si ca 60 m. Denne strekningen kaller vi *koherenslengden* for vår bølge (mer presist: *Den temporære koherenslengden*, også kalt *tidskoherenslengden*).

Det betyr at det vil være mulig å kombinere ulike lyd signaler fra vår sang og finne interferens og diffraksjon for alle mulig gangforskjeller på opp til ca 60 meter. Forsøker vi å vise diffraksjonsfenomener basert på en bølge som har gått over 60 meter lenger enn en annen

bølge (begge bølgene startet ut fra samme mannsstemme som brukt i figurene våre), så ville diffraksjon og interferens bli betydelig dårligere enn om forskjellen i gangavstand var vesentlig mindre. Selvfølgelig er det ingen skarp grense ved 60 meter, men tallet forteller at gangforskjeller på opp til 20-40 m ikke er noe problem, mens gangforskjeller over f.eks. 120 m vil gi store problemer dersom vi ville påvise interferens el.l.

[♠ ⇒ En kommentar:

Uttrykkene som er gitt er ikke helt korrekte. Det er en del detaljer som kommer inn i en grundigere behandling. Hovedideene er likevel de samme som det vi har presentert her. Den heltrukne røde omhyllingskurven i nedre kant av figur 13.6 angir formen til omtrent beste Gaussiske forløp av type ligning (13.5). Vi ser at det ikke er noe god overensstemmelse mellom teori og praksis. En vesentlig grunn til dette er at resultatet varierer betydelig fra signal til signal. En annen grunn er at den gaussiske formen på omhyllingskurven for autokorrelasjonen forutsetter en del om mekanismene for frekvensendringene vs. tid, og disse forutsetningene er ikke tilfredsstillende for den menneskelige stemme. ← ♠]

Det finnes mer omtrentlige måter å bestemme koherenslengder på enn det vi har skissert her. Da vi tidlig i boka arbeidet med fouriertransformasjoner, så vi at det var en sammenheng mellom hvor lenge et tidssignal varte (Δt) og bredden på frekvensspekteret (Δf). Sammenhengen var:

$$\Delta t \Delta f \approx 1$$

(Dette er mer eller mindre identisk med Heisenbergs uskarphetsrelasjon.)

Når vi snakker om koherens, kan vi på sett og vis si at et ikke-koherent signal kan anses som en etterfølgende rekke av tilnærmet koherente bølger som bare varer en tid omtrent lik koherenstiden. Det er derfor ikke så overraskende at det er en tilnærmet, men enkel relasjon mellom bredde i frekvensspekteret (Δf) og koherenstiden (τ_c). Den er:

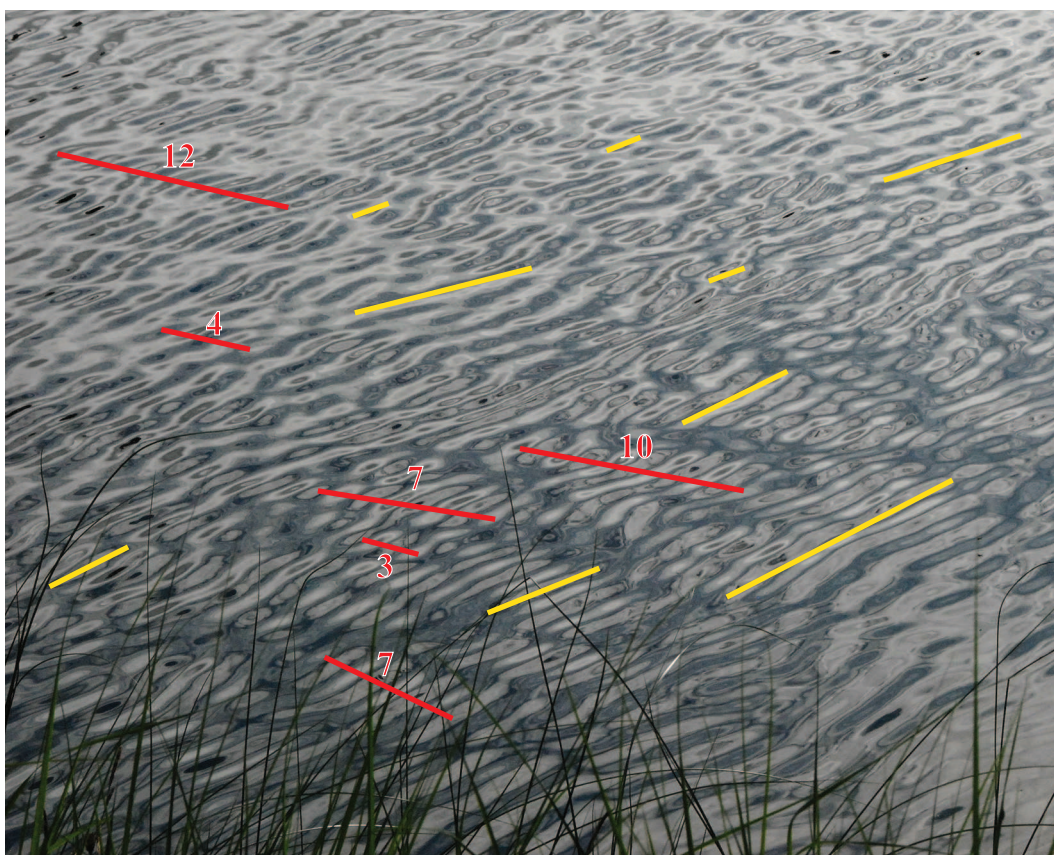
$$\tau_c \Delta f \approx 1$$

Det finnes også en lignende sammenheng, kalt *Wiener-Khinchine teoremet* som sier at den fouriertransformerte av første ordens autokorrelasjonsfunksjon til en funksjon er lik frekvensspekteret til funksjonen. Vi går ikke inn i detaljer om denne siste relasjonen.

13.6 Anskueliggjøring av koherens

Det er ingen enkel sak å få en god forståelse av koherens. Vi velger derfor å ta med et fotografi fra overflatebølger på vann for å illustrere koherens på en annen måte enn hittil.

Innenfor små flekker på overflaten har vi en temmelig “ren” bølge (se figur 13.7). Innen disse flekkene er det mulig å forutsi relativt greit innbyrdes faseforhold i den retningen bølgen brer seg (røde streker). Innenfor flekkene er fasen og amplituden på bølgen omtrent konstant i en retning normalt på den retningen bølgen beveger seg (gule streker). Flekkene



Figur 13.7: Overflatebølger på vann ved ett tidspunkt. I små flekker på overflaten har vi en temmelig “ren” bølge. Se teksten for videre omtale.

har svært ulik størrelse. I bølgeretningen varierer den mellom et par til tolv bølgelengder. Det betyr at den temporære (tidsmessige) koherenslengden er i størrelsesorden 5-7 bølgelengder, men at det slett ikke er en nøyktig bestemt størrelse. I retningen normalt på bølgevandringsretningen er de gule stripene gjennomsnittlig omtrent like lange som gjennomsnittet for de røde stripene. Det betyr at den spatielle (romlige) koherenslengden er omtrent like lang som den temporære i dette tilfellet. Perspektiviske forhold gjør at det er vanskelig å angi hvor brede flekkene er der bølgen er nokså ensartet i hele sin bredde.

Dersom vi betrakter bølger i tre dimensjoner, vil “flekkene” hvor det var temmelig veldefinerte bølger, bli erstattet med små volumer der det er temmelig veldefinerte (og tilnærmet plane) bølger.

Flekkene eller volumene med nokså veldefinerte bølger vil imidlertid endre seg i tid. Det gjør at kompleksiteten blir ytterligere forværret. Det er ikke vanskelig å forstå at det er litt av en statistikk-utfordring å beskrive denne dynamiske situasjonen som vi svært ofte finner i praksis når bølger brer seg i rommet.

En liten detalj i figur 13.7 kan det være verdt å minne om. I ethvert punkt har vann-

overflaten i et bestemt øyeblikk en nokså veldefinert høyde. Eller sagt på en annen måte: Vannoverflaten har ikke flere verdier samtidig! Vi har så lett for å tenke oss at det “finnes flere bølger samtidig”, men på ett og samme sted har det lokale lufttrykket bare én verdi i et gitt øyeblikk for lydbølger i luft, og på ett og samme sted har det elektriske feltet bare én verdi og bare én retning i et øyeblikk for summen av samtlige elektromagnetiske bølger på dette stedet.

Dette er et faktum det kan være vel verd å grunne litt over!

13.7 Måling av koherenslengde for lys

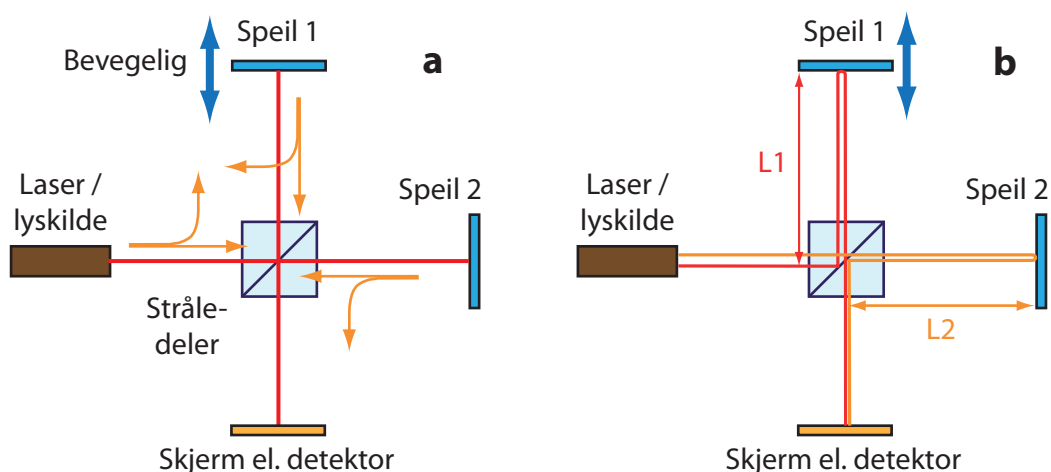
Synlig lys har en så høy frekvens at vi ikke klarer å registrere sinussvingningen av elektrisk felt etter som bølgen passerer. Vi kan da ikke bruke matematikken angitt ovenfor direkte.

Vi kan imidlertid gjennomføre en *analog* beregning av en størrelse som er nær beslektet med autokorrelasjonsfunksjonen. Det gjøres ved at en lysbunt splittes i to ved en såkalt “beamsplitter”. De to delstrålene føres så sammen igjen, men først etter at den ene går en lengre vei enn den andre. Når strålene føres sammen, adderes elektrisk felt fra de to lysbuntene og magnetisk felt fra de to lysbuntene, og vi betrakter intensiteten av summen. Vi betrakter rett og slett:

$$\begin{aligned}
 G(\tau) &= 1/T \int_0^T (f(t) + f(t + \tau))^2 dt & (13.6) \\
 &= 1/T \int_0^T (f^2(t) + 2f(t)f(t + \tau) + f^2(t + \tau)) dt \\
 &= 1.0 + 2/T \int_0^T f(t)f(t + \tau) dt
 \end{aligned}$$

Her er $f(t)$ å betrakte som f.eks. elektrisk felt i strålen etter at den er delt i to og at amplituden er normalisert til 1.0.

Det betyr at vi rett og slett kan endre på gangveien til den ene dellysstrålen sammenlignet med den andre før de kombineres, og at vi da får ut autokorrelasjonsfunksjonen akkurat som i figur 13.6, bortsett fra at hele kurven er forskjøvet slik at minimum ligger på null (intensiteten kan ikke være negativ). Figur 13.8 viser prinsippet i et såkalt Michelson interferometer som ofte brukes i slike målinger. Gangforskjellen for de to delstrålene er $\Delta L = 2L_1 - 2L_2$.



Figur 13.8: I et Michelson interferometer sendes en lysstråle inn til en stråledeler. Halvparten av strålen går til et fast speil og blir reflektert herfra, mens den andre halvparten går til et flyttbart speil. Halvparten av lyset som reflekteres fra speilene sendes til en skjerm eller detektor, hvor elektrisk felt fra de to bidragene adderes. I høyre del av figuren er lysveien for de to delstrålene markert skjematisk.

Lys fra termiske lyskilder, f.eks. glødelamper, kan ha en koherenslengde på bare noen få bølglengder (det vil si bare noen få mikrometer). Lys med liten koherenslengde kalles “ikke-koherent”. Lys fra en god laser kan ha en koherenslengde på opp til flere hundre meter. En laser som koster noen få tusen kroner har typisk en koherenslengde på noen centimeter (dvs i størrelsesorden 100 000 bølglengder). Lys med lang koherenslengde kalles “koherent”. Det er ingen skarp grense mellom ikke-koherent og koherent lys.

♠ ⇒ Albert Abraham Michelson (1852-1931)

var en eminent eksperimentalfysiker. Han er kanskje mest kjent i forbindelse med Michelson-Morley-eksperimentet i 1887 som viste at lys ikke brer seg gjennom en ether. Michelson målte lyshastigheten med stor presisjon. Videre utviklet han stjerne-interferometre og klarte derved å måle diameteren på fjerne stjerner, og å måle avstanden mellom stjernepar (“binary stars” på engelsk). Han fikk i 1907 Nobelprisen i fysikk, og var den første amerikaner som fikk denne prisen. ⇐ ♠

Hva kan koherensmålinger fortelle oss?

♠ ⇒ [Så langt har vi omtalt en herrestemme som sang en “iiiiiii”, og koherenstiden var om lag 0.18 sek. Det er ikke godt å si hva som er hovedgrunnen til at denne personen ikke klarer å holde faserenhet ut over denne tiden. Vi kan tenke oss at en velutdannet sanger kanskje vil ha lenger koherenstid. Imidlertid er det vanskelig å se for seg at koherenstiden kan være lenger enn tiden mellom hver gang sangeren trekker pusten. Hver gang hun trekker inn pust vil nemlig bevegelsen til stemmebåndet bli ganske forstyrret, og faseinformasjon vil forsvinne.

På samme måte vil det være et brudd i fasen hver gang vi klimprer på en gitar. Det blir da markante sprang i fase. Slike markante sprang vil gi en noe annen korrelasjonsfunksjon enn mer gradvise endringer i fase. Det betyr at vi ved å studere korrelasjonsfunksjoner av ulike typer, kan si litt om hvilke mekanismer som ligger bak faseendringene. Med andre ord, å studere statistikk knyttet til bølgene, vil kunne gi oss informasjon om det systemet vi studerer, ofte informasjon som vanskelig kan oppnås på annet vis.

I optikken snakker vi om “fotonstatistikk”, og denne er allerede blitt en viktig del av kvanteoptikk og studier av kvantefysiske systemer. La oss ta et eksempel: Når lys sendes ut fra en gass, vil molekylene kunne bevare faserelasjoner i lyset som sendes ut så lenge molekylet beveger seg fritt. En gang i blant kolliderer imidlertid et molekyl med et annet, og en kollisjon fører til at det blir et sprang i fasen på det lyset som sendes ut. Dette påvirker koherenstiden til lyset, og derved gir det oss muligheter til å studere kollisjoner på en måte som ellers vanskelig kunne oppnås.

Det er vanskelig å forestille seg hvordan koherens skal forstås dersom vi anser lys som nærmest punktformige partikler. Derimot blir koherens-studier spesielt interessante dersom vi tenker oss at vi kan modellere fotoner som “bølgepakker” med endelig utstrekning i rommet. Har korrelasjonslengden i så fall noe sammenheng med koherenslengden? Flere modeller kan være av interesse i denne sammenheng, og kanskje noen går an å teste ut?

Tenker vi oss en lysbunt satt sammen av mange endelig store fotoner, skjønner vi at det holder ikke bare å vurdere hvor langt fotonet strekker seg ut i stråleretningen (longitudinal retning). Det er også interessant å vurdere hvor langt på tvers av stråleretningen hvert enkelt foton strekker seg ut.

Går vi tilbake til lydsignalet vi først og fremst har konsentrert oss om i dette kompendiet, har bølgen en svært stor utstrekning i “tvers-retningen”. For talefrekvenser blant menn er bølgelengden gjerne i størrelsesordenen 1 m (1 m akkurat ved 340 Hz, eller ca 1.4 m for grunnfrekvensen i sangen som lå bak figur 13.1 og 13.2). Strupehodet og munnen er små i utstrekning sammenlignet med disse bølgelengdene, og lyden vil gå ut fra munnen med nær samme intensitet i alle retninger, i alle fall i alle retninger framfor ansiktet.

Kan lys også ha en lignende oppførsel i visse sammenhenger? Eller er alltid lys mye mer “konsentrert” i planet vinkelrett på fotonets bevegelsesretning?

Når et molekyl sender ut lys, er utstrekningen på kilden (dvs selve molekylet eller en del av dette) i størrelsesordenen 10-20 Å stort. Bølgelengden for det synlige området er i størrelsesordenen 5000 Å. Kilden er enda mindre relativt til bølgelengden enn en munnen til en mannsstemme og lyden han lager. Igjen skulle det forventes at fotonet hadde en betydelig utstrekning på tvers av bevegelsesretningen, mens vi i andre sammenhenger tenker oss fotonet som nærmest punktformig.

Det er ingen konsensus blant nåtidens fysikere mhp hvordan vi skal oppfatte lys. Det gjør det spesielt spennende å jobbe i dette forskningsfeltet, for en god idé eller en tilfeldighet kan om vi er heldig føre til meget interessante resultater.] ← ♠

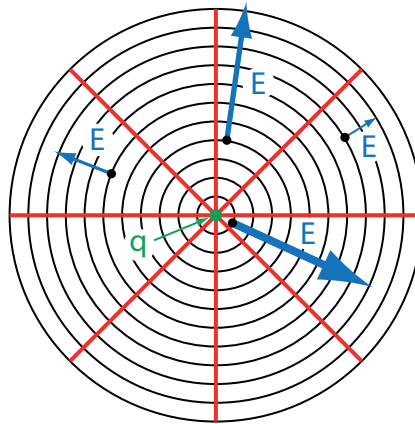
13.8 Stråling fra en elektrisk ladning

Koherens er knyttet opp mot mekanismene for hvordan til bølgene genereres. Vi har tidligere såvidt diskutert mekanismer for å få bølger på en streng, lydbølger og overflatebølger på vann. For elektromagnetiske bølger har vi hittil bare konstatert *at* f.eks. plane bølger er løsninger av Maxwells ligninger i fjernfeltsområdet i vakuum (i alle fall uten frie ladninger). Men hva er vanligvis selve *kilden* eller mekanismen bak generering av elektromagnetiske

bølger? Vi skal bare såvidt berøre dette enorme feltet innen fysikk. Først skal vi se hvordan ladning i bevegelse kan gi bølger, og dernest skal vi se litt på noen av hovedtrekkene bak laseren.

Vi kan beregne hvordan vi kan lage elektromagnetiske radiobølger ved å sende en vekselstrøm inn mot en antenne. I dette tilfellet har vi med frie ladninger og frie strømmer å gjøre, og Maxwells ligninger gir oss en ikke-homogen annen ordens partiell differensialligning for det elektriske feltet \vec{E} og en tilsvarende ligning for magnetfeltet \vec{H} . Beregninger av denne typen kan gjøres med Finite Element Metoder såvidt nevnt tidligere. Vi går ikke inn i detaljer her.

Vi velger her en “tegner og forteller”-fremstilling i stedet for en rigid matematisk behandling, men håper det vil være tilstrekkelig for å få fram et hovedtrekk.



Figur 13.9: En ladning i ro har sfæriske ekvipotensialflater rundt seg (sorte sirkler), og radielle elektriske feltlinjer (røde streker). Det elektriske feltet er tegnet inn i fire punkter i planet. Feltet er sterkt nær ladningen og avtar med økende avstand..

Figur 13.9 viser skjematisk at en ladning q i ro har elektriske feltlinjer som peker radielt utover (dersom q er positiv). Ekvipotensialflatene er kuleskall med sentrum i ladningen.

Beveger ladningen seg med konstant hastighet, vil ekvipotensialflatene ifølge relativitetsteorien bli “sammenklemt”, det vil si svakt diskosformet med minste akse i retningen bevegelsen skjer. I systemet hvor ladningen er i ro, er det bare et elektrisk felt. I et system hvor ladningen er i bevegelse, vil det være både et elektrisk og magnetisk felt. Når vi derimot snakker om å generere bølger, må vi trekke inn såkalte *retarderte potensialer*. En ordentlig behandling av dette temaet følger i senere kurs. Vi ser bare på noen overfladiske trekk her.

Vi bygger på en antakelse at *endringer* i elektrisk og magnetisk felt forflytter seg i rommet med lyshastigheten. Vi ser ikke en supernova når den skjer, men først etter at lyset har kommet seg den lange veien fra novaen til oss. Det vi ser i dag er supernovaen slik den var for akkurat tiden d/c siden, der d er avstanden mellom oss og supernovaen og c er lyshastigheten.

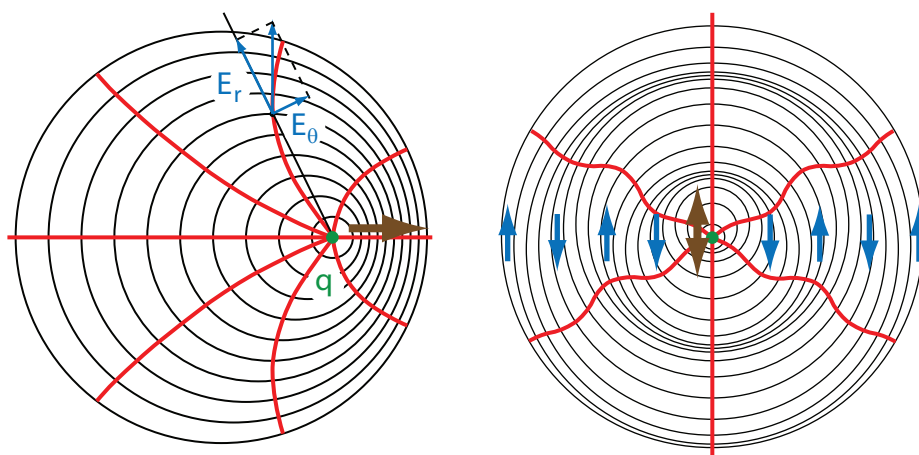
Slik er det også når vi flytter en ladning i rommet. Feltet et sted i rommet har da en fordeling som svarer til ladningens plassering på tidspunktet

$$t' = t - d/c$$

der t er tiden “nå” og d er avstanden fra ladningen til punktet vi betrakter feltet i, på tidspunktet t' .

Dersom vi da tegner opp ekvipotensialflater fra en ladning med konstant hastighet, vil flatene ha relative posisjoner som antydnet i venstre del av figur 13.10. Effekten er sterkt overdrevet idet den aktuelle ladningen faktisk ville ha en hastighet over halve lyshastigheten slik figuren nå er tegnet.

Det elektriske feltet er normalt gitt som gradienten til det elektriske potensialet, og den hovedregelen beholder vi også når vi bruker retarderte potensialer. Da får vi elektrisk feltlinjer som er krummet, som vist i figuren.



Figur 13.10: Venstre del: En ladning i en konstant rettlinjet bevegelse har sfæriske ekvipotensialflater rundt seg, men bare i den forstand at ekvipotensialflaten i en viss avstand har sentrum i ladningens posisjon på tidspunktet d/c tidligere, der d er avstanden fra ekvipotensialflaten og ladningen på det tidligere tidspunktet. Forskyvningen av ekvipotensialflatene i forhold til hverandre fører til at de elektriske feltlinjene ikke lenger blir rent radielt rettet, men får en tangentiell komponent i tillegg. Feltlinjene i samme retning (og motsatt retning) som ladningen beveger seg, får ingen tangentiell komponent. Høyre del: En oscillerende ladning vil gi ekvipotensialflater som ligger litt forskjøvet i forhold til hverandre, som antydnet. Det medfører at elektriske feltlinjer i tangentiell retning endrer seg som en bølge.

Anta at vi står i ro og en ladd partikkel kommer farende forbi oss i konstant hastighet. Da vil vi oppleve et elektrisk (og magnetisk) felt på vårt sted som har en tidsutvikling der det elektriske feltet først har samme retning som ladningen beveger seg i (for positiv ladning), via et mye sterkere felt vinkelrett på denne retningen idet ladningen passerer, og ender som et svakt felt i motsatt retning av bevegelsen. Dette er en “puls” av elektrisk (og magnetisk) felt, og ikke en bølge i vanlig forstand.

En observatør som eventuelt fulgte med i ladningens konstante hastighet, vil beskrive det elektriske feltet som statisk, på en liknende måte som i vår figur 13.9. En slik situasjon kvalifiserer ikke for en utstråling av energi. I vårt eget referansesystem, hvor ladningen er i bevegelse, vil elektrisk felt bygges opp i ett sted av rommet, mens det skjer en helt ekvivalent nedbygging av felt et annet sted i rommet. Riktignok vil området som har høyest feltenergi forflytte seg, på samme måte som ladningen, men denne forflytningen er av lokal karakter, og representerer ikke energi som fjerner seg fra området rundt ladningen.

For å få en bølge som brer seg ut over nærområdet til ladningen, må vi etterstrebe en situasjon lignende den vi hadde for en elektromagnetisk bølge i kapittel 8. Elektrisk (og magnetisk) felt må oscillere og ha en retning vinkelrett på bølgens bevegelsesretning. For å få til dette ved vår ladning i bevegelse, må vi ha en ladning som utsettes for en *akselerasjon*. Ladningen kan f.eks. oscillere fram og tilbake i rommet, gjerne i en harmonisk bevegelse. Det elektriske feltet et stykke fra vil da oscillere som skissert i høyre del av figur 13.10. Denne tidsendringen i elektrisk felt vil ha både en radiell og en tangentiell komponent relativt til radiusvektor fra ladningen til punktet vi betrakter.

Komponenten i radiell retning (når vi er et stykke unna ladningen sammenlignet med utslaget i ladningens oscillasjon) vil (nesten) ikke endre seg med tiden. Denne komponenten vil derfor (nesten) ikke gi opphav til noe bølge som brer seg utover.

Komponenten vinkelrett på den radielle retningen vil derimot svinge (nesten) som en sinus med tiden. Denne komponenten vil kunne gi opphav til en elektromagnetisk bølge som brer seg ut i rommet.

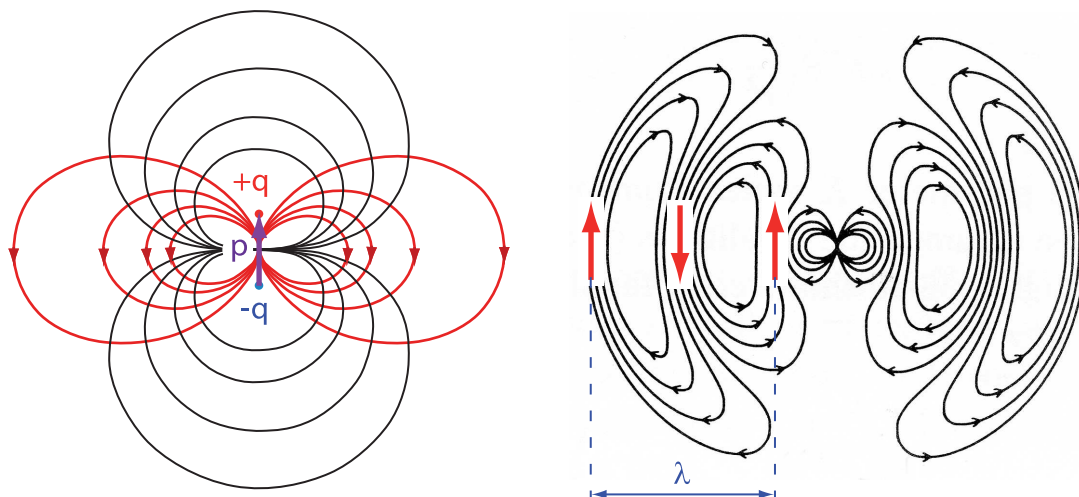
Krumningen på det elektriske feltet øker med hastigheten til ladningen mens den oscillerer. Den tidsderiverte av denne igjen bestemmer hvor stor $\frac{\partial E}{\partial t}$ blir. Disse to faktorene tilsammen medfører at utstrålt energi blir proporsjonal med frekvensen til svingningen i annen potens. Vi sier derfor ofte at utstrålingen er proporsjonal med *akselerasjonen* til ladningen.

♠ ⇒ [Noen side-bemerkninger:

Det er nærliggende å tenke seg at elektrisk felt fra en ladning “stråler” utover hele tiden. Det ligger liksom i kortene siden vi opererer med retarderte potensialer der vi tenker oss at feltet på et sted skyldes ladningen der den var for en stund siden. Et konstant utstrålende elektrisk felt ville imidlertid lett kunne stride mot energibevaring m.m. Heldigvis er det ikke nødvendig å tenke i de baner. Det er *endringer* i elektrisk og magnetisk felt som forplanter seg med lyshastigheten. Før en bestemt endring har bredt seg ut og nådd fram til et gitt sted, er det feltfordelingen som har opphav fra forhold *før* endringen som gjelder. Det elektriske feltet fra en ladning i ro er i likevekt med seg selv. Det er en løsning av Maxwells ligninger, og det skjer ingen endringer i felt og ingen transport av energi. Først så snart bevegelser og spesielt akselerasjon forekommer, blir ting annerledes.] ⇐ ♠

13.8.1 Dipolstråling

En alternativ måte å generere elektromagnetiske bølger på er å bruke en elektrisk (eller magnetisk) dipol som varierer i tid. Dette er en meget effektiv måte å lage bølger på. Det kan vi skjønne ved å betrakte elektrisk feltfordeling fra en permanent elektrisk dipol (se venstre del av figur 13.11). Det elektriske feltet er rettet vinkelrett på den radielle retningen i planet normalt på dipolens retning.



Figur 13.11: Venstre del: En statisk elektrisk dipol består av to identiske ladninger, men med motsatt fortegn, plassert litt fra hverandre. Det er tegnet inn såvel ekvipotensialflater (sorte, med buk oppover og nedover) som elektriske feltlinjer (røde, med buk utover mot sidene). Dipolens fysiske utstrekning er kraftig overdrevet i forhold til feltlinjemønsteret. Høyre del: En oscillerende elektrisk dipol vil skape et elektrisk felt i rommet rundt som indikert. Feltmønsteret beveger seg utover med lyshastigheten. (Høyre del er en videreføring av en figur i P.Lorrain, D.R.Corson, F.Lorrain: *Electromagnetic fields and waves*, 3rd ed.)

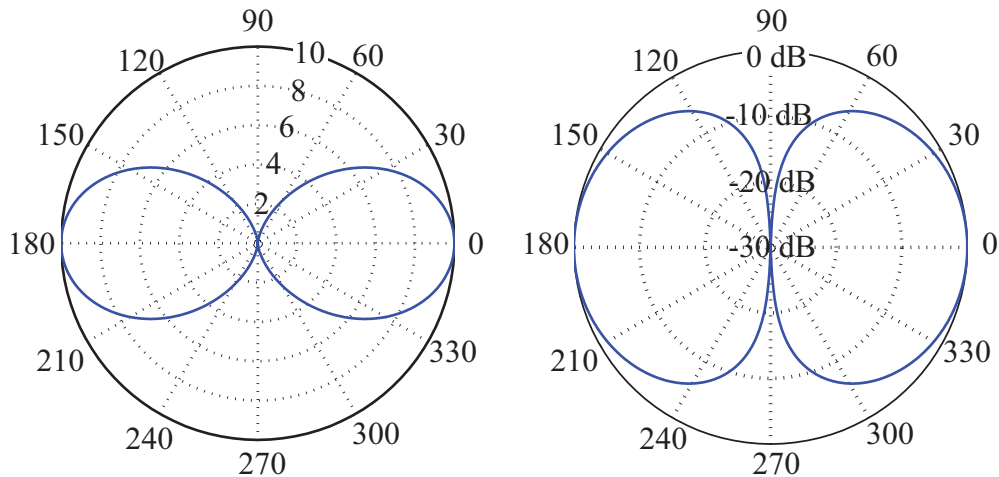
Dersom vi endrer polariteten til dipolen på en harmonisk måte, får vi et elektrisk felt i dette ekvatorialplanet som vil variere akkurat slik vi ønsker det for å generere en elektromagnetisk bølge som kan bre seg ut i rommet (elektrisk felt vinkelrett på bevegelsesretningen). I retningen dipolen peker (og motsatt retning) er det elektriske feltet et stykke fra dipolen omtrent lik null, og det har ingen komponent på tvers av den radielle retningen. I disse retningene blir det praktisk talt ikke noe utsendt noen bølger.

I høyre del av figur 13.11 er det vist et diagram over elektrisk feltfordeling nær en dipolantenne ved et gitt tidspunkt. Det elektriske feltet er kraftigst der feltlinjene ligger tette. Hele mønsteret beveger seg utover med lyshastigheten, og nye looper danner seg nær antennen, to ganger for hver periode (retning på feltet skifter retning i de to systemene av

looper som dannes hver periode i dipolvariasjonen). En animasjon av forløpet (og mye annen informasjon) er tilgjengelig på Wikipedia under oppslagsordene “dipole radiation”.

♠ ⇒ [En kommentar:

Høyre del av figurene 13.10 og 13.11 har en viss relasjon til hverandre, men er likevel forskjellige. Forsøk å påpeke forskjeller og likheter.] ⇐ ♠



Figur 13.12: *Retningsdiagram for en enkel vertikal dipolantenne. Diagrammet gjelder bare i en avstand fra antennen som er stor i forhold til antennens lengde. Det er brukt lineær skala for intensiteten i radiell retning i venstre del av figuren og en logaritmisk skalering til høyre. Intensitetene er alle relative til den maksimale verdien. Diagrammet leses slik (venstre del): Intensiteten ved 0 grader er satt til “10”. Da er intensiteten ved 30 grader ca 7.3 og ved 60 grader ca 2.8.)*

Det er vanlig å tegne *retningsdiagram* for antenner. Et retningsdiagram angir relativ tidsmidlet intensitet på de utsendte bølgene for ulike retninger i rommet, i et såkalt “polar-diagram”. Figur 13.12 viser retningsdiagrammet i et vertikalplan som går gjennom en enkel vertikal dipolantenne. Et retningsdiagram kan gis med en lineær skalering i radiell retning (venstre del av figuren), men mest vanlig brukes det en logaritmisk skala i radiell retning (høyre del av figuren).

♠ ⇒ [En kommentar:

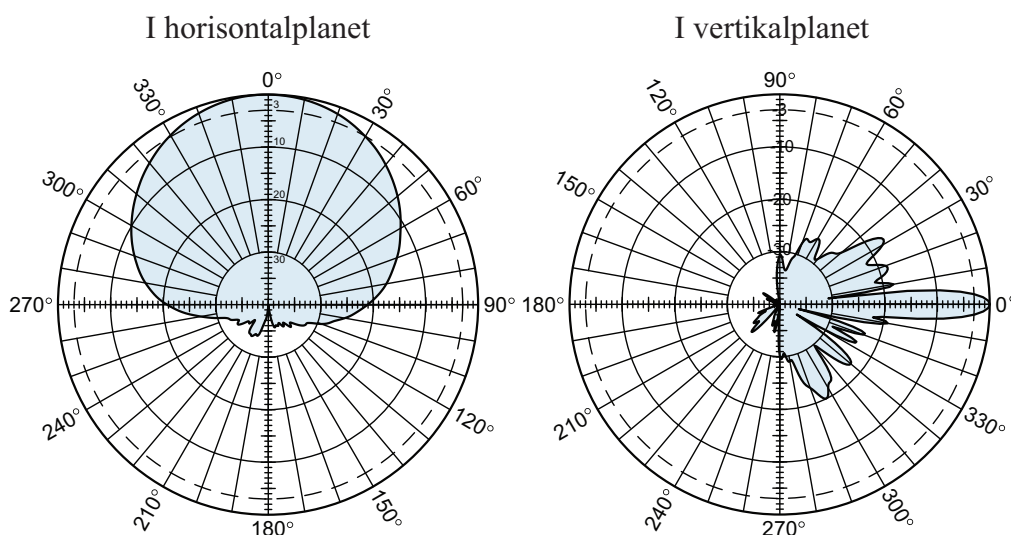
Anta at vi lager et polardiagram med logaritmisk skalering i radiell retning. I så fall må vi velge hvilken intensitet som skal svare til sentrum i diagrammet og skalere verdiene slik at denne intensiteten skaleres til 1.0 ($\log_{10}(1.0) = 0.0$). I figur 13.12 har vi valgt at en intensitet lik 1/1000 av maksimal verdi skal svare til null utslag. Intensiteter mindre enn dette ville bli negative i en logaritmisk skala og ville dukke opp på motsatt side av diagrammet. For å unngå misforståelser fjerner vi negative verdier før plotting.

Matlabprogrammet som ble brukt for å lage figur 13.12 var som følger:]⇐ ♠

```

{\footnotesize{
function antennediagram3
N = 1024;
theta = linspace(-pi/2.0,3.0*pi/2.0,N);    % Vinkler
costheta = cos(theta);
intensitet = costheta.*costheta;
intensitet = log10(intensitet*1000.0);
for i = 1:N
    if(intensitet(i)<0)
        intensitet(i)=0;
    end;
end;
polar(theta,intensitet);}}

```



Figur 13.13: Retningsdiagrammer for en vanlig basestasjonsantenne for GSM 900 mobiltelefoner her i landet (Kathrein 80010621). Det ene diagrammet gir vinkelfordeling i vertikal retning, det andre for horisontal retning.

En dipolantenne kan på sett og vis sees på som en enkeltspalt med svært liten bredde. Utstrålingen blir identisk i alle retninger vinkelrett på dipolens retning. Setter vi imidlertid inn to dipoler ved siden av hverandre, og mater begge antennene med identisk signal, vil strålingsdiagrammet se ut omtrent som for en dobbeltspalt. Ved å sette mange identiske antenner etter hverandre på en rekke, får vi et strålingsdiagram omtrent som for en enkeltspalt. Ved å sette inn reflektorer og direktorer, kan vi påvirke strålingsdiagrammet ytterligere, og et eksempel er gitt i figur 13.13. Det er et antennediagram for en antenne som brukes mye i basestasjoner for mobiltelefoner her i landet. Merk at diagrammet er radielt med desibel mål i radiell retning.

Det er langt på vei samme type tenkning som ligger bak utstrålingsdiagrammene for an-

tenner som for lysintensitetsfordeling ved en og flere spalter osv. Det bærende element i beregningene er interferens mellom tilstrekkelig koherente bølger. Da kan vi bruke tenkningen om forskjeller i veilengde for å addere ulike bidrag med korrekt innbyrdes fase.

13.9 Lasere

Lasere er i dag en av de viktigste lyskildene i naturvitenskap, og lasere brukes også i teknologi så som CD og DVD-spillere og i laserskrivere. Lasere brukes ved kutting av metaller og andre materialer, og i medisinen f.eks. ved omforming av hornhinna på øynene våre og andre operasjoner. Ja, til og med min tannlege har gått over til å bruke lasere ved “boring” i tennene. Noen bilfabrikanter bruker nå lasere som frontlykter. Bruksområdet for lasere er imponerende, og øker stadig!

Ordet laser er en forkortelse for Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation. Theodore Maiman ved Hughes Research Laboratories klarte å lage verdens første laser (se figur 13.14). Dette skjedde 16. mai 1960. Laseren feiret derfor sitt 50-årsjubileum i 2010. Det er imidlertid svært mange fysikere som har vært involvert i utviklingen og utnyttelsen av laseren, og det var Charles H Townes som i 1964 fikk Nobelprisen i fysikk “for the development of laser principles”. Også andre Nobelpriser i fysikk er temmelig nært knyttet opp mot laseren på en eller annen måte. Det er derfor naturlig at vi kommer litt inn på prinsippene bak en laser. Det er imidlertid bare hovedprinsipper som blir berørt, og også her brukes en “tegner og forteller”-tilnærming.

En laser er basert på såkalt *stimulert emisjon*. Einstein hadde allerede i 1917 vist at vi kan ha stimulert emisjon fra f.eks. atomer. Med det mener vi at vi ikke behøver å eksitere et atom og vente til det finner det for godt å sende ut lys idet atomet går tilbake til grunntilstanden. Vi kan ved å tilføre litt lys til atomet faktisk trigge/stimulere atomet til å gå tilbake til grunntilstanden. Laseren er basert på at et medium lar seg stimulere til emisjon og at lyset som emisjonen fører til i sin tid er med på å stimulere utsendelse av enda mere lys fra mediet. På denne måten får vi en positiv tilbakekobling i prosessen som gjør at den nærmest går av seg selv. Energien som går til spille på ulikt vis må imidlertid kompenseres for, så det trengs en ytre energikilde for at prosessen skal vedvare.

Figur 13.15 viser hovedingrediensene i en laser. Den inneholder et forsterkningsmedium som kan tilføres energi fra en ytre energikilde. Mediet ligger i en optisk kavititet (“hulrom” eller “boks”) begrenset av to speil. Lys som dannes i mediet vil i utgangspunktet spre seg ut i alle retninger, men lys som treffer speilet har en tendens til å bli reflektert tilbake gjennom mediet, treffer speilet på andre siden, og går så fram og tilbake og setter opp en stående bølge av elektriske og magnetiske felt i kaviteten. Lyset som reflekteres fram og tilbake kan virke som stimuli for å få mediet til å gi fra seg enda mere lys.

I vanlig lys kommer lyset fra mange atomer eller molekyler som opptrer temmelig uavhengig av hverandre. Da får vi en tilstand som svarer til våre reelle sangere. Lyset fra lyskilden øker



Credit: HRL Laboratories <http://davidkirpatrick.wordpress.com/category/etal/page/2/>

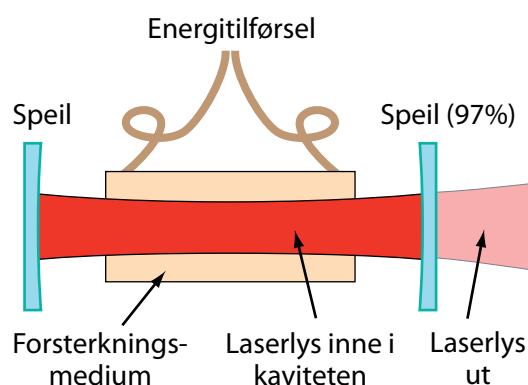
Figur 13.14: Foto av den første laseren. Et blitz-rør omkranser en rubinstav. Rubinstaven er belagt med et nær 100 % reflekterende speil i ene enden og ca 95 % reflekterende speil i andre enden. Laseren ga fra seg pulset koherent lys. Fotografiet ble frigitt fra Hughes Research Laboratories i forbindelse med 50-årsjubileet i 2010.

omtrent proporsjonalt med antall atomer/molekyler som sender ut lys, og lyset kommer i “alle” retninger.

I en laser derimot, befinner atomene/molekylene som sender ut lys seg i kaviteten mellom de to speilene. Det elektromagnetiske feltet vil øke gradvis og mer og mer lys blir dannet på grunn av emisjonen. Når vi starter laseren er det spontan emisjon i atomene som dominerer, men etter hvert blir det mer og mer stimulert emisjon. En viss tid er det fortsatt mindre lys som dannes enn det som forsvinner i form av ulike typer tap. Før eller senere overgår stimulert lys tap av lys, og da løper systemet på en måte løpsk. Effekten av lyset i kaviteten stiger med flere størrelsesordener i en bestemt retning, og linjebredden til emisjonen blir flere størrelsesordener mindre enn den var fra først av. Den magiske grensen kalles på engelsk “lasing threshold”, grensen for at laseren skal lase.

Grunnen til at hele prosessen skal gå som beskrevet er at det kraftige elektromagnetiske feltet i kaviteten sørger for at alt lyset som kommer fra de ulike atomene har temmelig lik fase som de stående bølgene mellom speilene. Da vil amplitudene av elektrisk og magnetisk felt adderes direkte, og intensiteten på lyset blir kvadratet av antall atomer/molekyler som sender ut lys.

Siden lysbølgene i en laser befinner seg i en “kavitet” (hulrom med speil i begge ender, se figur 13.16), vil lyset som nevnt danne stående bølger. Da vil frekvensen bli meget presis, på en lignende måte som lyden fra en gitarstreng som er festet i begge ender er temmelig



Figur 13.15: *Hovedbestanddelene i en vanlig laser (prinsipielt).*

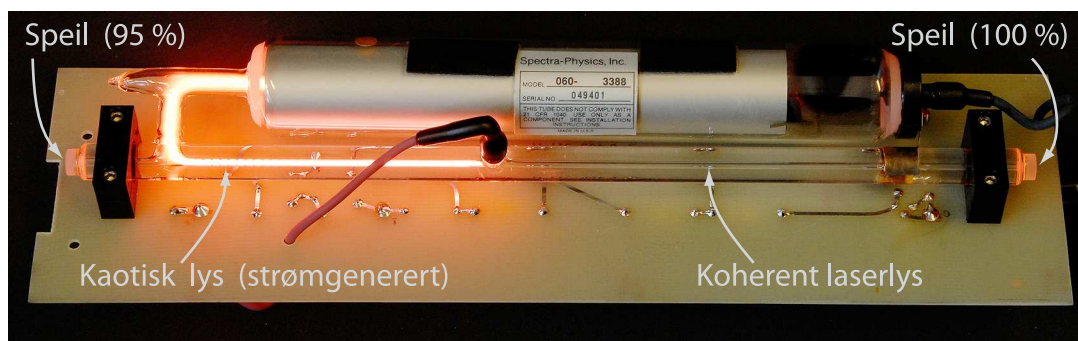
presis. Dersom avstanden mellom speilene er 30 cm for en HeNe-laser med bølglengde ca 633 nm, det vil være om lag 473940 bølglengder mellom speilene. Selve linjebredden på den energiovergangen vi bruker i neon-gassen (kolliderer med andre molekyler) er såpass bred at det da iblant kan forefinnes flere samtidige bølglengder i kaviteten. Med 473940 bølglengder mellom speilene vil bølglengden være 632.9915 nm, men med en bølglengde mer eller midre enn dette, vil bølglengden være 632.9902 og 632.9929 nm henholdsvis. Vi snakker om “moder” for laserlyset. Ved mekanisk oppvarming av laserkaviteten, vil avstanden mellom speilene endre seg litt. I så fall vil bølglengdene også endre seg, og vi får såkalt “mode hopping”.

I enkelte sammenhenger lages det lasere som spiller aktivt på de ulike modene laseren kan operere i. Vi kan da oppnå mange bølglengder som ligger med tilnærmet samme bølglengdeavstand fra hverandre, og fenomenet kalles “frekvens-kam”. Theodor Hänsch fikk i 2005 Nobelprisen fordi han hadde laget en “frequency comb synthesizer” som gjorde det mulig for første gang å måle oscillasjonene i lys med ekstrem presisjon. Metoden danner basis for våre mest moderne atomur.

Selv om frekvensen til laseren skulle endre seg litt etter som tiden går, blant annet fordi temperaturfluktasjoner gjør at lengden på kaviteten endrer seg bitte litt med tiden, vil ikke dette ødelegge for hovedprosessen. Alt lyset som kommer fra ulike atomer/molekyler inne i laseren vil fortsatt være i fase fordi feltet i kaviteten tvinger nytt lys som sendes ut til å være i fase med hovedfeltet til enhver tid. Av den grunn vil aldri et av atomene bidra med lys som er i motfase til lys fra et annet atom. Lyset blir koherent. Dette er en idealisert beskrivelse, men virkeligheten ligger ikke så langt fra det ideelle i gode lasere.

Laserlyset slipper ut av kaviteten ved at et av speilene i enden av kaviteten ikke reflekterer 100 %, men bare kanskje 95 - 98 %. Det lyset som da slipper ut er ganske annerledes enn lys fra f.eks. en glødelampe.

Dersom vi sammenligner fasen til den elektromagnetiske bølgen rundt omkring i et plant tverrsnitt normalt på strålen, vil fasen overalt i planet være nesten identisk. Vi omtaler



Figur 13.16: Et fotografi som viser innmaten til en vanlig laboratorielaser av HeNe-typen. En fortynnet blanding av helium og neon befinner seg i en kavitet mellom to speil. En del av kaviteten er felles med et mer eller mindre standard lysrør a la det vi finner i farget reklamebelysning natterstid (“neon-reklame”). Elektrisk strøm gjennom dette lysrøret gir kaotisk, ikke-koherent lys som sendes ut i alle retninger. Energi tappes fra de atomene som er eksitert av den elektriske strømmen og kollisjonene den medfører. Denne energien brukes for å bygge opp en kraftig, koherent lysstråle mellom de to speilene. Vi ser ikke denne strålen fra siden, fordi lyset i kaviteten er nær perfekt rettet langs aksen mellom speilene, og da slipper ikke stort ut til sidene.

dette som romlig (spatsiell) koherens. Høy grad av romlig koherens vil si at bølgefronten er meget plan. Dette er ulikt lys som stammer fra mange atomer som ikke har noe faserelasjon med hverandre, f.eks. lys fra en glødelampe. Slikt lys har liten romlig koherens, hvilket betyr at bølgefronten bukler mye på seg.

Den stimulerte emisjonen i kaviteten er temmelig stabil, og frekvensen er så veldefinert hele tiden, at vi kan forutsi fasen i laserlys-strålen mange bølgelengder framover. Denne form for koherens kalles temporær eller “tidskoherens”.

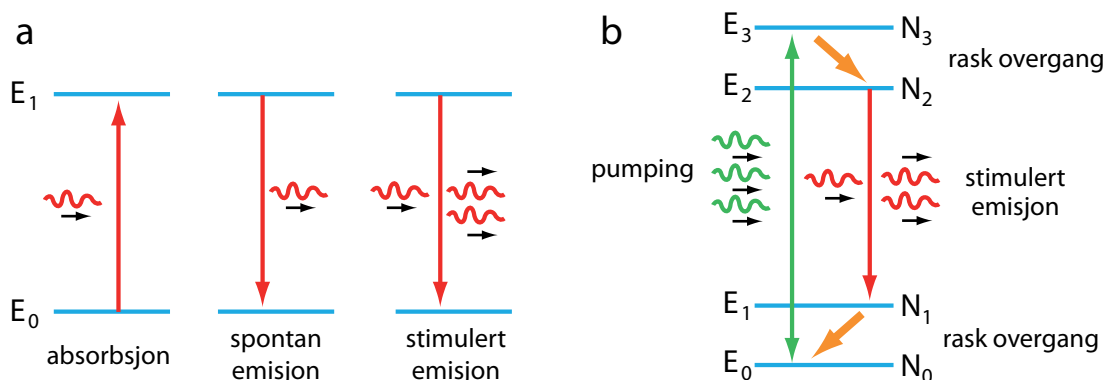
Siden bølgefronten er svært godt definert på tvers av strålen samtidig som vi kan forutsi fasen til laserlyset lange avstander langs selve strålen, er en laser en ekstremt mye bedre lyskilde ved interferens og diffraksjons-eksperimenter sammenlignet med såkalt termisk lys (“ikke-koherent” lys). Det betyr også at en laserstråle vil holde seg samlet som en meget vel avgrenset stråle der diffraksjon holdes på et minimum. Lyset i en laserstråle er noe av det nærmeste vi kan komme til en matematisk idealisert bølgebeskrivelse i praksis. Laserlys kalles derfor iblant for “klassisk lys”, men en slik betegnelse forvirrer mer enn den er til nytte.

13.9.1 Populasjonsinvertering

Når vi skal forklare lasere, kommer vi ikke helt utenom en detalj kalt populasjonsinvertering. Vi skal ikke gå i detalj, siden dette temaet ikke er så viktig i vårt sammenheng. Her er likevel en kort gjennomgang.

Et atom kan befinne seg i flere ulike energitilstander. Vi tegner ofte energitilstandene skjematisk som i venstre del av figur 13.17. Grunntilstanden markeres gjerne med E_0 og første eksiterte tilstand E_1 . Et atom kan eksiteres fra grunntilstanden til en eksitert tilstand bl.a. ved å plassere det i et elektromagnetisk felt med frekvensen $\nu = (E_1 - E_0)/\hbar$ der \hbar er Plancks konstant. Et atom i eksitert tilstand kan falle tilbake til grunntilstanden helt av seg selv (kalles spontan emisjon). Vi kan også stimulere overgangen med et elektromagnetisk felt med samme frekvens som angitt for absorpsjon.

Ved absorpsjon stjeles lys fra en lysstråle for å eksitere atomet, mens ved stimulert emisjon frigjøres lys fra atomet. Det er samme sannsynlighet for den ene overgangen som den andre per atom, forutsatt at det er i den aktuelle utgangstilstanden. Skal vi få frigjort mer lys enn vi putter inn (slik det kreves i en laser), må det være flere atomer i den eksiterte tilstanden enn i tilstanden atomet faller tilbake til ved emisjon. Populasjonen av energinivåene følger vanligvis Boltzmannstatistikk. Da er det flere atomer i en lav energitilstand enn i en høyere. Det vil si at det vanligvis er umulig å danne en laser ut fra atomer i termisk likevekt.

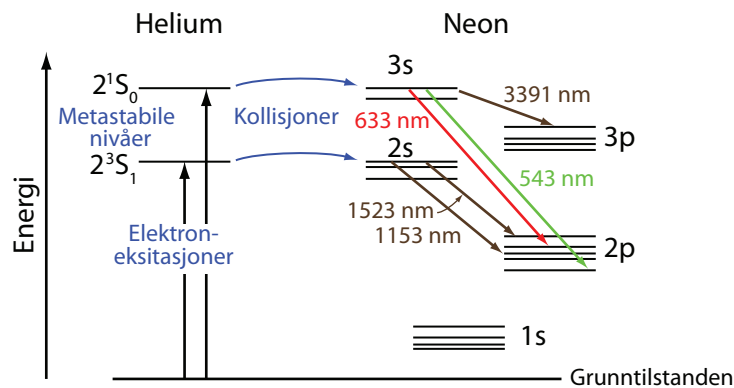


Figur 13.17: Venstre del: To energitilstander i et atom, og skjematiske overganger mellom disse (meget forenklet). Høyre del: Populasjonsinvertering kan oppnås ved pumping mellom andre energinivåer enn hvor laserlyset skapes. Se tekst for detaljer.

I høyre del av figur 13.17 er det vist en måte å få til høyere populasjon i en energitilstand enn i en lavere. Prinsippet brukes i neodymium YAG lasere og er basert på fire energinivåer. Atomene eksiteres ved hjelp av kraftig lys fra en eller annen lyskilde, fra grunntilstanden til fjerde energinivå (E_3). Atomet går da spontant raskt over til energitilstanden E_2 , men holder seg her. Det er også en rask spontan overgang fra E_1 ned til grunntilstanden. Overgangen fra E_2 til E_1 er imidlertid ikke rask, og etter en del pumping, blir det flere atomer i E_2 enn i E_1 . Vi har fått en populasjonsinversjon!

Sender vi nå et (svakt) lys med frekvensen $\nu = (E_2 - E_1)/\hbar$, vil vi få mer utsendt lys enn absorbert lys fra atomene, og det ligger an til at vi kan danne en laser. Intensiteten på laseren vil likevel være begrenset av hvor raskt vi kan pumpe atomer fra grunntilstanden til E_2 når en laserovergang har funnet sted.

En av de mest vanlige laserne i laboratoriesammenheng er helium-neon laseren. Her er mer kompliserte energinivåer involvert. En skisse (til orientering) er vist i figur 13.18. I dette tilfellet eksiteres heliumatomer ved at det sendes en elektrisk strøm gjennom gassblandingen av helium og neon. Elektroner med betydelig hastighet står for eksitasjonen. Helium har to eksiterte nivåer som er “metastabile” slik at helium kan være i disse tilstandene ganske lenge før de faller ned til lavere energier. Dersom et slikt eksitert heliumatom kolliderer med et neonatom, vil den eksiterte energien kunne overføres fra helium til neon. Neonatomet kan så deeksiteres videre bl.a. gjennom en overgang som gir lys ved 632.8 nm. Det er dette røde lyset vi kjenner igjen fra en HeNe-laser.



Figur 13.18: *Energitilstander som er involvert i en vanlig HeNe-laser.*

I dag er det mange ulike måter å lage en laser på. Folk flest har vel opptil flere lasere i sitt hjem, i og med at CD og DVD-spillere bruker lasere. I tillegg har mange også en laserpeker. I alle disse eksemplene benyttes halvleder-laserdioder. Lyset fra slike laserdioder er kontinuerlig i tid. Det finnes også lasere som bare gir fra seg til dels meget korte lyspulser. Pulslengden kan være helt ned i det såkalte femtosekund-området. Bølgelengden er ikke vel definert for slike korte laserpulser!

Relevans for oss?

♠ ⇒ Da vi gikk gjennom generering av elektromagnetiske bølger ved hjelp av en oscillerende ladning eller oscillerende dipol, baserte vi oss på Maxwells ligninger. Prosessen ble beskrevet som kontinuerlige funksjoner, og vi fikk en elektromagnetisk bølge som varte ved så lenge oscilleringen foregikk.

Når vi forklarte laseren brukte vi energinivåer og hopp fra en energitilstand til en annen. Et slikt bilde bygger på kvantefysikk, men egentlig bare en kvantefysikk som er basert på energiegentilstander der vi bruker pertubasjonsteori for å se på sannsynligheter for overganger. Hvordan skal slike energidiagrammer som angitt i figur 13.17 oppfattes? Når en overgang først foregår, foregår den da øyeblikkelig, eller tar overgangen en del tid? Dette spørsmålet er det vanskelig å få et godt svar på!

Vi tegner gjerne inn “fotoner” som små bølgepakker i slike diagrammer, hvilket innebærer at vi antyder at det kommer ut en liten bølge når et foton frigjøres fra et atom. Men hvor lang er så denne bølgen? Kan vi ha bølger som kommer ut som har en fasehukommelse (koherenslengde) som svarer til flere hundre tusen bølgelengder, men som selv har bare nesten ingen utstrekning?

Og hvordan kan det ha seg at elektroner ved lavere frekvenser gir en kontinuerlig, vedvarende bølge i Maxwells formalisme, mens elektromagnetiske bølger ved lys-frekvensene plutselig ikke kan beskrives som vedvarende bølger (men som foton-partikler)?

Det er en kobling mellom kvantemekanikk og det klassiske bildet av oscillerende elektriske dipoler: Det er nettopp dipolmomenter i atomer, beregnet kvantemekanisk etter en operator som har en klar klassisk analogi, at vi kan regne ut sannsynligheter for at et atom skal sende ut lys.

Til tross for at fysikere i dag ofte omtaler lys som “fotoner” som har en litt uklart partikkelnatur, kan de aller fleste fenomener hvor lys er involvert forklare ut fra bølgemodellen for lys. Det er svært få fenomener hvor vi må bruke en partikkelmodell. Men hva menes med bølger og hva menes med partikler når alt kommer til alt? Det kan hende bølge-partikkel-dualismen og de tilsynelatende paradoksene som følger av en slik oppfatning, kan forsvinne dersom vi forsøker å bli litt mer presise i vår beskrivelse.

Det er nå vel 100 år siden forrige gang fysikere skiftet fra en grunntanke til en annen grunntanke om lys. Kanskje det er på tide at det skjer et nytt skifte? ← ♠]

13.10 Litteratur

Det er store mengder stoff om koherens, elektromagnetisk dipolstråling og lasere på web. Wikipedia har gode artikler om “Coherence” (innen fysikk), “Laser” og “Lasing threshold”.

13.11 Læringsmål

Etter å ha jobbet deg gjennom dette kapitlet bør du kunne:

- Gjøre rede for hva som skiller en reell bølge fra en idealisert enkel matematisk beskrivelse av en bølge.
- Gjøre rede for hva som menes med koherenslengde og koherenstid.
- Kjenne til begrepet autokorrelasjonsfunksjon.
- Forklare kvalitativt at linjebredde i et frekvensspekter har en sammenheng med koherenslengder.
- Forklare hvordan vi kan måle koherenslengder med et Michelson interferometer.
- Forklare kvalitativt at en ladning i oscillerende bevegelse fører til at det sendes ut elektromagnetiske bølger.
- Angi en kvalitativ sammenheng mellom en sammensatt radiofrekvens-antenne og diffraksjon av lys fra to eller flere spalter i en skjerm.
- Forklare hvorfor en laser i utgangspunktet får en (temporær og longitudinal) koherenslengde som er langt større enn termisk lys fra f.eks. en glødelampe.
- Forklare kvalitativt hvorfor populasjonsinversjon er viktig for å få en laser til å fungere.

13.12 Oppgaver

Forståelses- / diskusjonsspørsmål

1. Forsøk å forklare hva som ligger bak at signalet i figur 13.4 varierer så mye i amplitude selv om signalene vi startet ut med hadde mye jevnere amplitude.
2. Vil en sanger som synger en “død” tone forventes å ha en større eller mindre koherenstid for stemmen enn en sanger som har betydelig “vibrato” i sangen sin?
3. Angi fordeler og ulemper ved at folk som synger i et kor har relativt korte koherenstider for stemmen (lyden).
4. Ut fra figur 13.5 skal du kunne estimere koherenstiden for sangerne som var involvert. Forklar hvorfor det er mulig, og forsøk å angi en verdi for koherenstiden ut fra disse figurene.
5. Noen tror at når vi snakker om koherente og ikke-koherente bølger, er det snakk om to vel avgrensede typer bølger. I virkeligheten er det en kontinuerlig overgang fra “ikke-koherent” til “koherent”. Forklar.
6. Det er fordeler og ulemper knyttet til både koherent lys og ikke-koherent lys. I hvilke sammenhenger ville du foretrekke det ene og når ville du foretrekke det andre? Begrunn som vanlig svarene.
7. Forsøk å beskrive med egne ord hva vi mener med koherenslengde og koherenstid for en bølge. Hva er forskjellen mellom romlig koherens (spatiell koherens) og tidsmessig koherens (temporær koherens)?
8. Hva er hovedtanken bak “retardert potensial”?
9. Hva er viktigst for å skape en elektromagnetisk bølge fra en oscillerende ladning eller oscillerende dipol, enten den radielle komponenten av det elektriske feltet eller den tangentielle komponenten? Forklar!
10. For at en laser skal virke må det stilles krav til lys som stammer fra stimulert emisjon. Hvilke krav?
11. Forklar hvordan populasjonsinversjon kan oppnås i et fire-energinivå-skjema.

Regneoppgaver

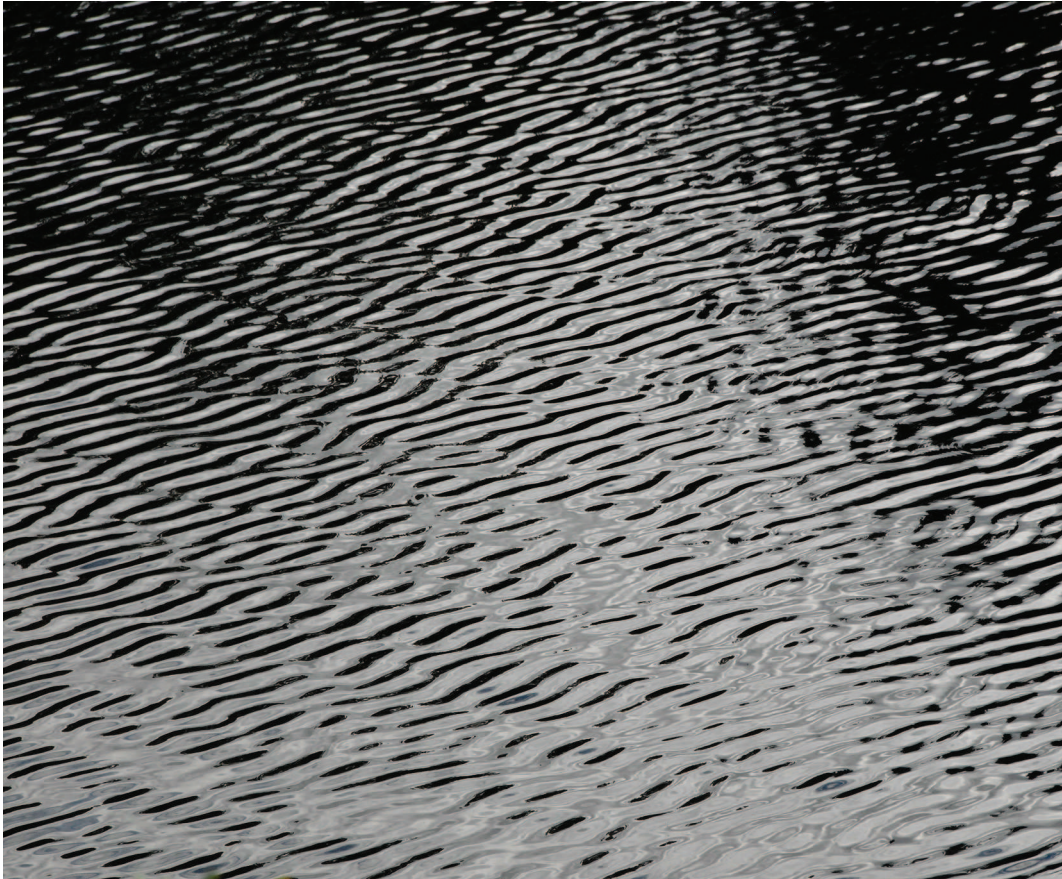
12. a) Bestem hvor mange bølgelengder koherenslengden er for den lyden som er beskrevet i figurene 12.1 - 12.5.
b) Anta at koherenslengden er like mange hele bølgelengder også for toner i hele intervallet 100 - 8000 Hz. Hvor lang ville i så fall koherenslengden være (i antall meter)

for lyd med frekvensene 100, 1000 og 8000 Hz?

c) Anta at vi sender samme tonesignalet til to identiske stereohøytalere plassert 4.0 meter fra hverandre (begge vender i samme retning, vinkelrett på forbindelseslinjen mellom dem). Forsøk å lage et slags kart over områder foran høytalene hvor vi kan forvente å observere interferenseffekter og hvor vi ikke skal forvente slikt. Velg tre-fire ulike frekvenser for kartleggingen.

13. I figur 13.13 er det gitt et antennediagram for en mye brukt basestasjonsantenne. I et konkret tilfelle står en slik antenne på en mast 22 m over bakken. Bestem intensiteten på bakkenivå i en avstand 30 m fra masten (målt langs bakken) i forhold til intensiteten 500 m fra antennen i den retningen i horisontalplanet hvor intensiteten er størst. Gjennomfør samme beregning dersom det i stedet var brukt en enkel dipolantenne. Er det gunstig at basestasjonsantennen har den intensitetsprofilen den har, eller ville det vært en fordel om det ble brukt en enkel dipolantenne i stedet?
14. Kan du foreslå en måte å lage et interferometer for lyd som i funksjon tilsvarende et Michelson interferometer for lys? (Skal kunne brukes for å måle koherenslengder for lyd fra f.eks. ulike musikkinstrumenter.)
15. Bestem koherenstiden til egen stemme. Nærmere bestemt går oppgaven ut på følgende:
 - a) Lag et dataprogram hvor du kan digitalisere lyd, beregne autokorrelasjonsfunksjonen og plottet en utvalgt del. Bruk plottet til å anslå omtrentlig koherenstid for signalet. Dersom du har laget et program for digitalisering av lyd ved arbeidet med kapittel 4, kan du vinne mye tid på å utnytte dette også her.
 - b) Fortell spesielt hvordan du valgte å utnytte datastrengen du fikk ved digitaliseringen i analysen. Nærmere bestemt: Hvordan valgte du å la indeksene i og j i ligning (13.4) løpe i forhold til den totale datastrengen?
 - c) Bestem omtrentlig koherenstiden til egen stemme når du synger "iiiiii" med så jevn stemme du klarer. Gjennomfør dette for 2 - 3 ulike tonehøyder. Synes koherenstiden å endre seg mye med tonehøyden?
 - d) Fortell spesielt litt om hvilke problemer du muligens har hatt i bestemmelsen av koherenstid ut fra plottet av autokorrelasjonsfunksjonen. Du forstår nå kanskje bedre kommentarene i figurteksten til figur 13.6? Kan du antyde hvordan en grundigere statistikk ville kunne gi bedre resultater?
 - e) Digitaliser en annen lyd og bestem koherenstiden også for denne. (Forslag til lyd: Egen stemme, samme tonehøyde som du har brukt i punkt c, men at du nå synger "oooooooo" i stedet for "iiiiii". Alternativt: Lyd fra et piano, gitar eller et annet musikkinstrument.) Finner du noe interessante forskjeller eller likheter sammenlignet med det du fant i punkt c?
16. Bestem koherenslengden for en laser ved å bruke et Michelson interferometer.
17. Søk på internett for å danne deg et bilde av status for lasere i røntgenområdet. Hvor langt er utviklingen kommet? Hvilke anvendelser har en røntgenlaser?

18. Forsøk i figur 13.19 å markere områder hvor bølgene er relativt veldefinerte. Hvor store er disse områdene omtrentlig? Og hvor stor del av hele vannoverflaten har du tatt hensyn til i markeringen av disse områdene? Angi lengder i “omtrentlige bølgelengder” som mål. [For å få et korrekt bilde av koherenslengder må egentlig *hele* overflaten tas med i den statistiske behandlingen.]



Figur 13.19: *Overflatebølger på vann ved ett tidspunkt.*