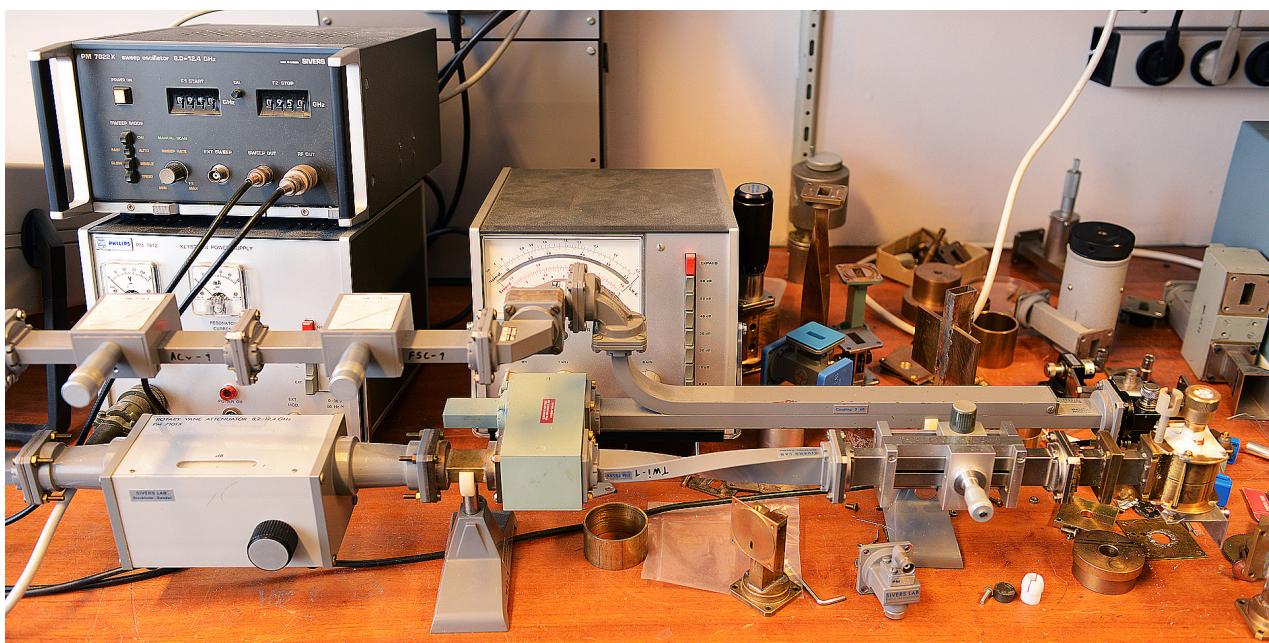


Kapittel 15

Skinndybde og bølgeledere



En liten del av et mikrobølgeoppsett med bølgeledere for vel 9 GHz. Oppsettet brukes ved elektron paramagnetisk resonans spektroskopi på vårt institutt.

I dette kapitlet skal vi vise at elektromagnetiske bølger kan sendes gjennom hule rør omtrent som vi drikker brus med sugerør fra et cola-glass! Våre rør kalles "bølgeledere". Bølgelederne fungerer bl.a. fordi høyfrekvente elektromagnetiske bølger ikke kan gå gjennom metallplater uten store tap. Bølgerne når bare få millimetre eller mikrometre inn i metallet (skinndybden). Samtidig tillater merkelig nok Maxwells ligninger at bølger kan følge bølgeledere med svært lite tap, men Maxwells ligninger setter begrensinger på hvordan de elektriske og magnetiske feltene kan opptre i forhold til geometrien i bølgelederne. De spesielle måtene dette kan gjøres på omtales som modi (entall: modus).

Optiske fibre er et annet eksempel på bølgeledere. I et nydelig samspill mellom geometri, material-egenskaper og elektromagnetisme oppsummeres en rekke prinsipper fra tidligere kapitler i boka.

¹Copyright 2015 for tekst og figurer: Arnt Inge Vistnes.

Versjon 18052015.

Innhold i kapittel 15, tips for lesing:

Det mest sentrale i dette kapitlet er en eksemplifisering på noe vi har tatt opp gjentatte ganger tidligere i boka, nemlig at til tross for at selve bølgeligningen kan se identisk ut i mange ulike fysiske situasjoner, kan løsningene likevel bli svært forskjellige.

Det er sentralt at elektromagnetiske bølger vanligvis påvirkes kraftig av metall. Vi søker derfor en matematisk løsning for bølgeligningen når vi er i et metall. Induserte strømmer fører da til at bølgen svekkes etter som den brer seg innover i metallet. Løsningen har en eksponensielt avtakkende faktor i tillegg til en vanlig bølgebeskrivelse. Utstrekningen av den eksponensielt avtakkende funksjonen kalles skinndybden. Den matematiske vrien vi bruker, hvor vi tillater at bølgetallet kan være komplekst, har vi brukt også tidligere i boka, og det er et vanlig triks man bør merke seg. Det poengteres likevel at skinndybde er et lite egnet begrep når vi er i nærfelt for elektromagnetisk vekselvirkning.

Kapitlet avsluttes med en tegner og forteller beskrivelse av bølgeledere, spesielt bølgeledere for mikrobølger og for lys.

Her er en oversikt over viktighetsgrad for de ulike delene av dette kapitlet:

<i>Viktighetsgrad</i>	<i>Kapittel/delkapittel</i>
3	15.1 Husker du ...
4	15.2 Skinndybde
5	15.2.1 Elektromagnetisk bølger inn mot en metallflate
4	15.2.2 Skinndybde ved nærfelt
5	15.3 Bølgeledere
5	15.3.1 Bølgemønsteret i en rektangulær bølgeleder
5	15.4 En-modus optisk fiber

Kapitlet er kort og lite matematisk. Likevel er hovedideene som presenteres meget viktige og generelle. Forsøk å få tak i dem!

Lykke til!

15.1 Husker du ...

Vi har tidligere i boka poengtert at løsningen av en bølgeligning i høy grad avhenger av randbetingelsene. I kapittel 8 kom vi tilbake til den samme påminnelsen for elektromagnetiske bølger. De velkjente plane elektromagnetiske bølgene finnes bare langt fra kilden og langt fra strukturer som kan forstyrre det elektriske og/eller det magnetiske feltet. Plane bølger er bare én løsning av Maxwells ligninger, og den løsningen er bare gyldig i medier uten frie ladninger, i fjernfeltsonen.

Hva skjer dersom en elektromagnetisk bølge kommer inn mot en plan metallplate eller et annet materiale med frie ladninger? Ladningene vil påvirkes av elektromagnetiske krefter inklusiv Lorentz-kraften og vil bevege seg. Bevegelsen vil sette opp et sekundærfelt som vil tendere å motvirke det opprinnelige feltet. De fri elektronene vil bevege seg over mange atomavstander. I bevegelsen støter de mot atomer og en del av elektronenes energi går over til varme. Det er da naturlig å forvente at det elektromagnetiske feltet vil avta etter hvert som bølgen trenger lenger og lenger inn i materialet. “Skinndybden” er en størrelse som forteller oss hvor langt inn i metallet bølgene trenger inn.

I andre tilfeller der geometrien er annerledes, kan det iblant finnes helt andre løsninger av bølgeligningen / Maxwells ligninger enn planbølger. Dette åpner opp for å transportere bølger uten særlig tap over store avstander, og bølgene sendes da gjennom såkalte “bølgeledere”. Det er skinndybde og bølgeledere vi tar opp i dette kapitlet.

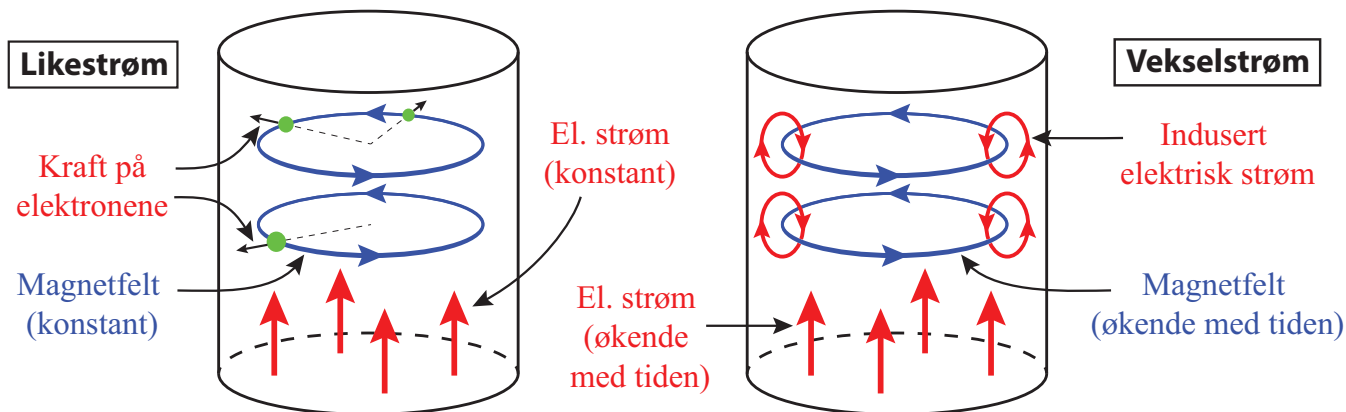
15.2 Skinndybde

Når elektromagnetiske bølger f.eks. sendes normalt inn mot en metallflate, vil bølgene ganske fort bli dempet etter som de trenger inn i metallet. Vi starter imidlertid med et enklere bilde for å få fram de underliggende mekanismene.

Når vi sender en elektrisk vekselstrøm gjennom en leder, vil ikke strømmen fordele seg likt over hele tverrsnittet. Strømmen har en tendens til å bli størst i de ytre delene av lederen (i “skinnenet”/”huden” av lederen). Tykkelsen på det laget der strømtettheten er størst, kaller vi skinndybden.

Når vi sender en vekselstrøm gjennom en sylindrisk metalleder, er det relativt enkelt å forklare den viktigste virkningsmekanismen for skinneeffekten.

Et øyeblikksbilde av strømmen og feltene denne genererer er vist i figur 15.1. Den elektriske strømmen vil generere sirkulært orienterte magnetfelt normalt på og sentrert i lederens akse. Dersom det går likestrøm gjennom ledningen, vil elektronene bli påvirket av en kraft som trekker dem mot periferien av lederen. Denne effekten gir en “Hall-effekt” hvor det blir en liten potensialforskjell mellom ytterste del av lederen og aksene i lederen. Potensialforskjellen fører raskt til et elektrisk felt som akkurat motvirker videre transport av elektroner



Figur 15.1: Elektrisk og magnetisk felt inne i en sylindrisk metalleder hvor det går en elektrisk strøm. Til venstre har vi en konstant likestrøm, til høyre en vekselspenning. Retningene på de induserte strømmene reflekterer forholdene mens strømmen er voksende med tiden. I perioder der strømstyrken avtar, går de lokale strømsløyferne i motsatt retning.

mot sentrum av lederen. Bortsett fra denne “en gang for alle” effekten idet strømmen slås på, vil strømmen fordele seg relativt jevnt over hele tverrsnittet ved likestrøm.

Ved vekselstrøm er det annerledes. I tillegg til de effektene vi har for likestrøm, vil endring i strømstyrke med tiden føre til lokale strømsløyfer som vil forsøke å motvirke magnetfeltøkningen (“Lentz lov”). De lokale strømsløyferne fører til at strømtettheten i de sentrale deler av lederen blir motvirket, mens strømtettheten i ytre deler av lederen øker (se figur 15.1). Det blir et nokså komplisert totalbilde når vi tar hensyn til faseforskyvninger, summen av flere bidrag til bevegelsen til elektronene, og geometri. Resultatet er at vi får en skinneffekt som fører til at vekselstrømmen er større i de ytre deler av lederen enn i de sentrale. Vekselstrømmen utnytter derfor ikke hele tverrsnittet i lederen like effektivt. Det betyr at resistansen i lederen for vekselstrøm er annerledes en resistansen for likestrøm.

Videre vil effektiviteten til de lokale strømsløyferne avhenge av frekvensen. Ved likestrøm er det ingen induserte strømsløyfer, men strømsløyferne vil bli mer og mer effektive ettersom frekvensen øker. Det fører til at det sjiktet der strømmen går, avtar med økende frekvens. Skinndybden er altså frekvensavhengig.

Vi skal om litt utlede et uttrykk for hvor stor skinndybden er, men kan allerede nå nevne at for aluminium, som ofte brukes i kraftledninger, er skinndybden 11-12 mm ved 50 Hz. Det betyr at for tykke kraftledninger med diameter på om lag 3 cm, vil det meste av strømmen gå i et ytre lag om lag 1 cm tykt, og i mindre grad i de sentrale deler av ledningen. Iblant lages slike kraftledninger hule fordi den midtre delen så allikevel ikke bidrar noe særlig til den totale ledningsevnen. Andre ganger legger man stålwire i midten av kablen og aluminium rundt. Stålwiren gir økt styrke på ledningen, og den dårligere ledningsevnen i stål sammenlignet med aluminium spiller liten rolle siden strømtettheten i sentrum likevel er ganske beskjeden.

I stedet for én leder som er ekstra tykk ved overføring av store kraftmengder (stor strøm-

styrke), velger man iblant å legge to (“duplex”) eller tre (“triplex”) ledinger innenfor hver av de tre fasene i en kraftledning. De to eller tre ledningene holdes da i en konstant gjensidig avstand på 10-20 cm, for å “lure” skinndybdeeffekten.

15.2.1 Elektromagnetiske bølger inn mot en metallflate

For høye frekvenser er det iblant interessant å betrakte hva som vil skje dersom vi har en elektromagnetisk bølge som kommer inn mot f.eks. en metallbit/metalloverflate.

I kapittel 8 viste vi hvordan Maxwells ligninger under visse betingelser fører fram til følgende bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} \quad (15.1)$$

hvor

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}} \equiv \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (15.2)$$

Symbolene regnes som kjent.

Når bølgen går vinkelrett inn i et medium hvor ledningsevnen $\sigma \neq 0$ (for eksempel et metall), blir strømtettheten også forskjellig fra null. Det kan vises at bølgeligningen under slike forhold får formen:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (15.3)$$

Vi kan gjette på en løsning hvor feltene avtar eksponentielt innover i metallet:

$$E = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad (15.4)$$

hvor k nå kan være kompleks.

Setter vi denne prøveløsningen inn i ligning (15.3), får vi:

$$k = \sqrt{\mu \omega} \sqrt{i\sigma + \epsilon \omega}$$

Vi ser at bølgetallet k i dette uttrykket er en kompleks størrelse. Det er i tråd med at E i ligning (15.4) får et eksponentielt avtakende ledd, som forventet.

Dersom ledningsevnen er stor, eller mer presist: Dersom $\sigma \gg \epsilon \omega$, kan uttrykket for k forenkles til:

$$k = \sqrt{i} \sqrt{\mu \sigma \omega}$$

Det kan vises at

$$\sqrt{i} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$$

Da kan k skrives som følger:

$$k = \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}(1+i) \equiv \frac{1}{\delta}(1+i)$$

hvor δ kalles skinndybden. Setter vi dette inn i ligning (15.4), får vi:

$$E = E_0 e^{i(z/\delta - \omega t)} \cdot e^{-z/\delta}$$

Fysisk løsning er realverdien av uttrykket, som er:

$$E(z, t) = E_0 \cos\left(\frac{z}{\delta} - \omega t\right) \cdot e^{-z/\delta} \quad (15.5)$$

Spørsmålet er imidlertid om dette er en for enkel løsning. Vi forutsatte jo ovenfor $\sigma \gg \epsilon\omega$. Setter vi inn for de aktuelle størrelsene for kobber, får vi:

$$\frac{\sigma}{\epsilon\omega} = \frac{6.4 \cdot 10^{18}}{\omega} \text{F}^{-1}\Omega^{-1}$$

Det viser seg da at tilnærmingen vi gjorde holder for alle elektromagnetiske bølger fra omtrent røntgenområdet og lengre bølgelengder. Formelen er likevel bare gyldig for frekvenser som er godt unna betydelige atomære eller molekylære resonansfrekvenser, og godt unna normale kollisjonsfrekvenser for elektroner i deres vandring gjennom metallet vi betrakter. For ikke-metaller er det utledet en litt mer komplisert sammenheng mellom skinndybde og elektromagnetiske egenskaper til materialet, men vi går ikke inn på disse detaljene her.

Ligning (15.5) synes å være ok for den geometrien vi valgte. Ligningen viser at den elektromagnetiske bølgen fortsetter innover i metallet, men at amplituden synker med en faktor $1/e$ for hver skinndybde-lengde vi går innover i metallet. Setter vi inn for materialegenskapene for kobber i uttrykket for skinndybden:

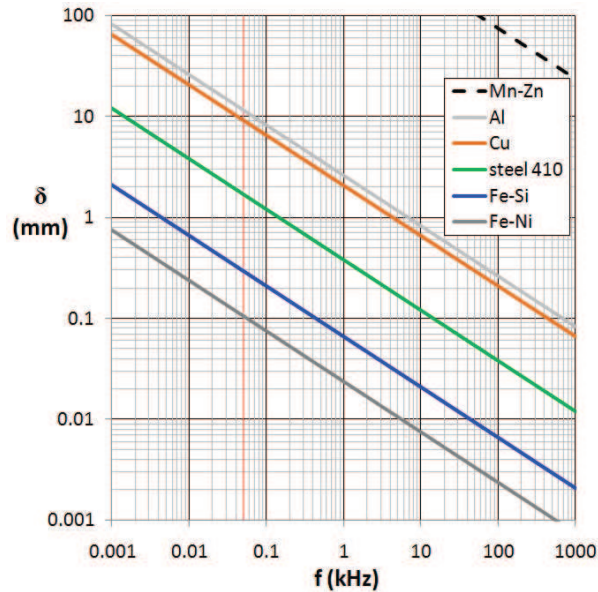
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \quad (15.6)$$

finner vi en skinndybde på

- 9 mm ved 50 Hz
- 66 μm ved 1 MHz
- 100 nm ved 30 GHz (radar)

Det betyr at bølgene ved radiofrekvenser og høyere blir “drept” ganske brutalt i den ytre delen av et metall. For lave frekvenser er dempingen langt dårligere.

Figur 15.2 viser sammenhengen mellom skinndybden δ og frekvensen f for fem ulike metaller eller legeringer i et log-log diagram.



Figur 15.2: *Skinndybde som funksjon av frekvens for ulike metaller (idealisert). Et log-log-diagram er valgt for å dekke mange dekadere. (Figuren er hentet fra Wikipedia med oppslagsord “Skin dept” i mai 2013.)*

Av figuren ser vi at ved 1 MHz er skinndybden for aluminium 90 μm , og for mobiltelefonfrekvenser på 0.9-1.8 GHz har skinndybden for aluminium sunket til ca 3 μm ! Det betyr at ved så høye frekvenser er det ikke mye å vinne mhp ac resistans om ledningene er mye tykkere enn dette. Stor overflate er viktigere enn totalt tverrsnitt. Ordet “skinndybde” synes i slike tilfeller å være et godt valg!

Skinndybde kommer inn også ved induksjonskomfyrer. Her brukes ofte en frekvens om lag 24 kHz. Brukes stålgrøter hvor ledningsevnen ikke er spesielt høy, og den relative magnetiske permeabiliteten er nær 1 (ikke-magnetisk materiale), blir skinndybden såpass stor at store deler av det elektromagnetiske feltet fra komfyren går rett gjennom bunnen på grytene. Først når vi har materialer som har en stor relativ magnetisk permeabilitet (inneholder magnetiserbart jern), vil tilnærmet all energi i feltene fra komfyren bli avsatt som varme i bunnen på gryta.

I gryter og panner ment for induksjonskomfyrer, brukes gjerne magnetisk stål, f.eks. “karbonstål 1010” eller “rustfritt stål 432” som begge har en relativ magnetisk permeabilitet på ca 200. Ut fra ligning (15.6) ser vi at skinndybden da synker betraktelig sammenlignet med ikke-magnetisk materiale. Skinndybden ved 24 kHz blir bare 0.1-0.2 mm, og følgelig vil praktisk talt all energi fra komfyren bli avsatt som varme i bunnen av kjelen.

Kommentar

Utledningen av uttrykket for skinndybden må settes i perspektiv. Vi har vist at ligning (15.5) er én mulig løsning av Maxwells ligninger. Det er ikke derved sagt at løsningen i et konkret tilfelle faktisk *er* denne løsningen! Langt derifra! Vi lot som om løsningen kunne

skrives som en plan bølge i betydning at løsningen ikke avhenger av x og y . For at det skal være aktuelt, må fysikken være slik at det ikke er noen randbetingelser som påvirker bølgen i x og y -retning nær det stedet vi betrakter.

Det betyr at ligning (15.5) må brukes med stor varsomhet. Geometrien i konkrete situasjoner er ofte mye viktigere enn skinndybder beregnet blindt ut fra ligning (15.5).

15.2.2 Skinndybde ved nærfelt

Den matematiske utledningen i forrige underkapittel var basert på elektromagnetiske bølger i fjernfeltområdet. Da er det i utgangspunktet elektrodynamiske forhold der tidsvariasjon i elektrisk felt skaper et magnetfelt, og tidsvariasjon i magnetfelt i sin tur igjen skaper et elektrisk felt.

Når vi har med nærfelt å gjøre, er situasjonen en annen. Vi kan f.eks. nær en kraftledning ha sterke elektriske felt uten noe særlig magnetfelt, og motsatt. I slike situasjoner er det ofte meningsløst å snakke om skinndybde.

Et statisk magnetfelt blir ikke nevneverdig dempet f.eks. av en aluminiumsplate, selv om den er tykk. Ved 50 Hz vil de induserte strømmene være såpass små at det induserte magnetfeltet bare fører til en moderat demping av et ytre magnetfelt. Effekten er også svært avhengig av geometri. Brukes aluminiumsplater for å dempe et 50 Hz magnetfelt, må de være helsveiset for at de induserte strømmene skal få flyte så fritt som mulig. I ytterkant av det området aluminiumsplatene dekker, blir magnetfeltet ofte sterkere enn om det ikke var noen plater der.

Det er helt annerledes med elektrisk felt. Statisk elektrisk felt skjerms meget effektivt ved å ha en ledende skjerm knyttet til jord. Da vil ladninger trekkes opp i skjermen og nøytralisere feltet på motsatt side av kilden. Selv ved 50 Hz er det enkelt å fjerne f.eks. elektrisk felt i boliger nær kraftledninger. Selv en hønsenetting knyttet til jord, lagt under takdekket, gir en meget effektiv demping. Ja, til og med den lille elektriske ledningsevnen som finnes i relativt nytt treverk, er ofte tilstrekkelig til å gi en god demping av elektriske felt fra en kraftledning inni trehus nær kraftledningen. Periodetiden ved 50 Hz er så lang (10 ms for hver halvperiode) at det er tilstrekkelig med tid til å trekke nok ladninger gjennom treverket for å få en god nøytralisering av det ytre elektriske feltet. For gamle, svært tørre trehus, er imidlertid ledningsevnen i treverket litt for dårlig til å få en god demping.

Oppsummert: I hus nær kraftledninger går magnetfeltet fra kraftledningen omtrent uforstyrret gjennom veggene, mens det elektriske feltet ofte blir ganske effektivt dempet. Dette er grunnen til at det på 1980-90-tallet var mye fokus på magnetfelt fra kraftledninger og eventuell helseskade, mens de elektriske feltene ikke hadde tilsvarende oppmerksomhet. Denne forskjellen mellom elektriske og magnetiske felt viser at skinndybde ofte er et uegnet begrep i tilfeller hvor nærfelter dominerer.

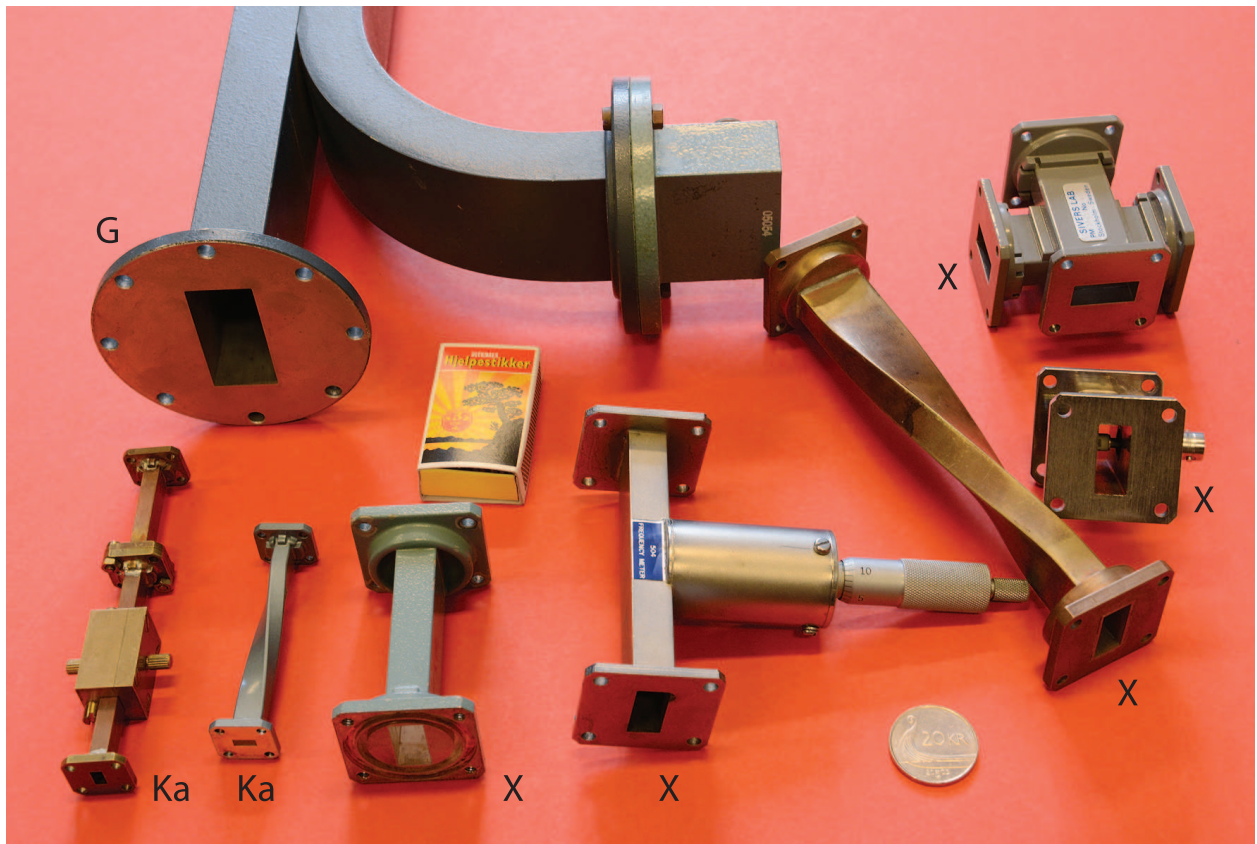
15.3 Bølgeledere

En bølgeleder er en mekanisk struktur som leder bølger fra et sted til et annet. I gamle båter var det gjerne et metallrør fra styrehuset/broen til maskinrommet. Prøvet man inn i den ene enden av røret, kunne andre i motsatt ende høre hva man sa selv om de var mange meter unna.

En enda mer kjent bølgeleder er legers stetoskop. Lyd fra hjertet og lunger fanges opp i en liten trakt holdt mot hudens overflate, og lyden ledes til legens ører. Det er mer fysikk involvert i et stetoskop enn mange er klar over!

I vår sammenheng vil vi konsentrere oss om bølgeledere for elektromagnetiske bølger. I bunnen ligger da Maxwells ligninger og bølgeligningen vi utledet i kapittel 8, men nå må differensialligningene løses med et sett randbetingelser helt forskjellig fra det vi hadde i fjernfeltet og som representerte plane elektromagnetiske bølger.

Bølgeledere for elektromagnetiske bølger er vanlige i mikrobølgeområdet, det vil si for frekvenser mellom 2 og 40 GHz (bølgelengder fra 15 cm og ned til 0.67 cm) [Området er egentlig enda større.] Mest vanlig er hule rektangulære metallrør, som vist på figur 15.3.



Figur 15.3: *Fotografi av en del mikrobølgekomponenter der bølgeledere inngår. Utstyrekomponenter for tre ulike frekvensbånd er tatt med.*

Når Maxwells ligninger skal løses for en slik geometri, er randbetingelsene som følger:

- Elektromagnetiske bølger går ikke gjennom metallet, men blir reflektert.
- Ethvert elektrisk felt som kommer inn mot en metalloverflate, må være (tilnærmet) vinkelrett på denne flaten.
- Ethvert magnetfelt som kommer inn mot en metalloverflate, må være (tilnærmet) parallell med flaten.

Det elektriske og magnetiske feltet kan selvfølgelig ha andre retninger inn mot metallet enn de vi nettopp listet opp. Randbetingelsene vi nevnte i stad er imidlertid valgt for å finne en løsning av Maxwells ligninger som medfører så små strømmer som mulig i metallet. Det er nødvendig for at ikke bølgen skal miste for mye energi per lengde når den beveger seg gjennom bølgelederen.

Det finnes generelt en mengde ulike løsninger av Maxwells ligninger for et rektangulært tverrsnitt i en bølgeleder. Elektrisk og magnetisk felt har til dels en svært forskjellig fordeling og retning i rommet sammenlignet med planbølge-løsningen i fjernfeltsonen vi diskuterte i kapittel 8.

For en gitt frekvens er det imidlertid bare et endelig antall mulige løsninger, og dersom bølgelengden er større enn to ganger den lengste dimensjonen i bølgelederens hulrom, er det faktisk ingen løsning. Når den lengste dimensjonen i hulrommet er mellom en halv og en hel bølgelengde, og den korteste dimensjonen er bare halvparten av den lengste, er det bare én mulig løsning av Maxwells ligning som svarer til en bølge. Det bølgemønsteret vi da får i bølgelederen er entydig bestemt. Vi sier at vi har *én-modus-overføring*. Den laveste frekvensen som kan sendes gjennom en bølgeleder kaller vi "cutoff frekvensen".

Øker vi frekvensen på de elektromagnetiske bølgene slik at bølgelengden blir mindre enn halvparten av den lengste dimensjonen, er det minst to ulike løsninger av Maxwells ligninger. Da kan bølgen gå gjennom bølgelederen på (minst) to ulike måter. Vi får en fler-mode overføring.

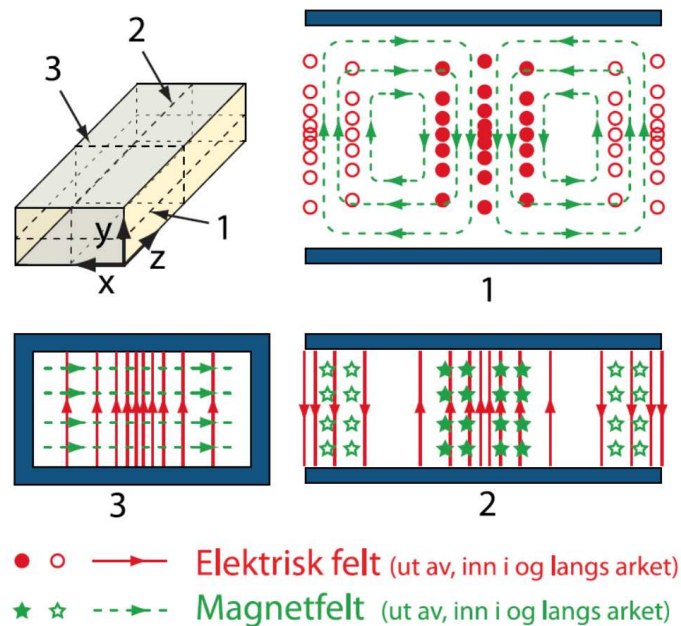
I en rektangulær bølgeleder er gjerne den største dimensjonen omtrent dobbelt så stor som den minste dimensjonen. Det sikrer oss at polariteten til de elektromagnetiske bølgene bare kan være på én måte.

Noen typiske dimensjoner for bølgeledere (Frekvensbånd-betegnelsen er den samme som i figur 15.3):

Bånd	Frekvens (GHz)	Bølgelengde (mm)	Lengste dimensjon (mm)
G	3.95 - 5.85	51.3 - 75.9	22.2-47.6
X	8.2 - 12.5	24.0 - 36.6	10.2-22.9
Ka	26.5 - 40.0	7.5 - 11.3	3.55 - 7.11

15.3.1 Bølgemønsteret i en rektangulær bølgeleder

Figur 15.4 viser en prinsippskisse for feltfordelingen i en såkalt TE₁₀ bølgeleder. TE står for “transverse electric”. Det elektriske feltet er vinkelrett på den bredeste flaten i bølgelederen med rektangulært tverrsnitt. Feltfordelingen er ikke den samme som ved en plan elektromagnetisk bølge. Hva ligger forskjellen i?



Figur 15.4: Feltfordelingen for en TE₁₀ mode for det elektriske feltet inne i en rektangulær bølgeleder. For passe dimensjoner av bølgelederen i forhold til bølgelengden, overlever bare TE₁₀ moden.

Tenk deg en plan elektromagnetisk bølge slik vi behandlet den i kapittel 8. Dersom vi hadde en slik feltfordeling inne i den rektangulære bølgelederen, ville det elektriske feltet vært parallellt med to sidekanter. Et slikt felt ville medføre store strømmer av elektroner i metallveggen i bølgelederen, og derved et stort tap.

I en bølgeleder tvinger initialbetingelser og randbetingelser fram en løsning av Maxwells ligninger som kan være minst like “vakker” som planbølgeløsningen. Feltfordelingen i en TE₁₀ bølgeleder er slik at det elektriske feltet hele tiden er vinkelrett på den største innvendige flaten, men feltet avtar mot null når vi nærmer oss sideflatene. Derved blir det langt svakere elektriske strømmer i sideflatene enn det ville vært med en plan bølge.

Iblant blir det sagt at bølgemønsteret i en bølgeleder svarer til at en planbølge blir reflektert fram og tilbake mellom veggene i bølgelederen. Dette er en misvisende beskrivelse. Bølgene er løsninger av Maxwells ligninger under de gitte randbetingelsene, og er en særegen løsning. Når dimensjonen i bølgelederen blir stor i forhold til bølgelengden, blir det imidlertid mange

ulike løsninger av Maxwells ligninger. I slike tilfeller gir det mening å sammenligne løsninger med reflekterte plane bølger gjennom bølgelederen.

Det elektriske feltet på tvers av bølgelederen har likevel sin forankring i elektriske ladninger på overflaten inne i bølgelederen. Siden bølgen beveger seg langs bølgelederen, må disse ladningene også bevege seg. Derved blir det induerte strømmen i den innvendige overflaten av bølgelederen. Dette kommer dessverre ikke fram av denne figuren.

Den indre flaten av bølgeledere belegges gjerne med sølv eller gull for at ledningsevnen skal være så stor som mulig. Da blir tapet minimalt. Sølv- eller gullet behøver bare å være noen få mikrometer tykt siden skinndybden ved disse frekvensene er så liten som den er.

Videre må det sørges det for at det ikke er noen sprekker i strukturen som hindrer strømmene i overflaten. Merk deg hvordan strømmene går langs veggene. For å unngå å skjære av disse strømmene, kan vi bare lage lange hull *langs* bølgelederen dersom hullet lages på den brede siden. Ved å legge to bølgeledere inntil hverandre og lage et felles hull gjennom vegg (på bredsidene), kan en del av bølgen i den ene bølgelederen lekke over i den andre. Plasseres en halvlederdiode tvers over bølgelederen (og den ene enden ledes ut som en egen ledning), får vi en detektor som gir et signal som er proporsjonalt med intensiteten til bølgene som passerer (eksempel er gitt helt til høyre i figur 15.3).

Bølgelederne lages gjerne som rør med rektangulært tverrsnitt og flenser for å skru sammen ulike biter. Noen biter kan dreie feltet 90 grader, andre biter kan lage en 90 graders knekk på selve bølgelederen. Mikrobølgene følger rørsystemet opptil en god del meter fra generatoren (gjerne såkalt klystron) til antennen hvor mikrobølgene sendes ut.

Det elektriske feltet kan danne en hel rekke ulike mønstre/fordelinger (flere “modi”) i rektangulære (og sirkulære) bølgeledere dersom bølgelengden er mindre enn den største dimensjonen i bølgelederen. Vi går ikke inn på andre modi enn TE₁₀ i denne omgangen.

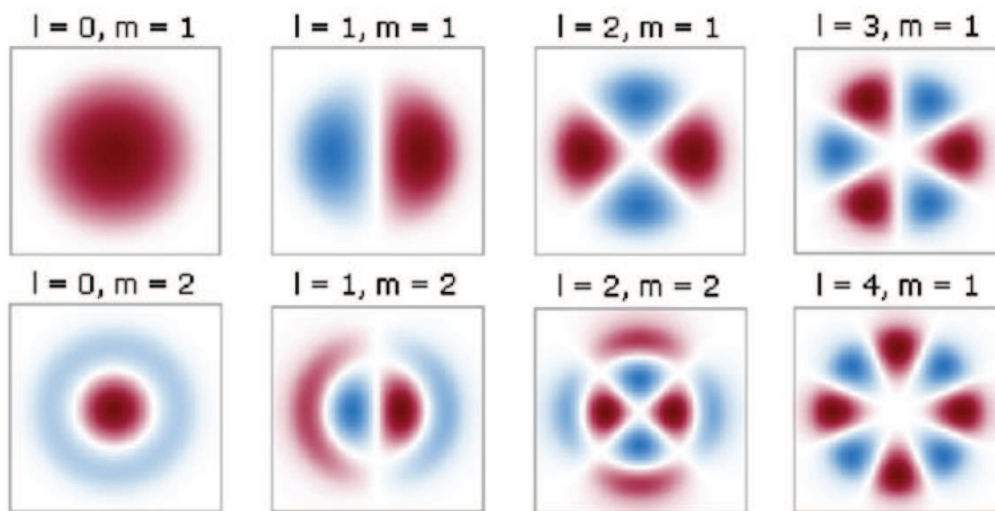
Det er en morsom utfordring å bruke Maxwells ligninger for å finne ut hvilken retning en TE₁₀ bølge brer seg i når vi har en tegning av feltfordelingen i en bølgeleder (se oppgaver bak).

Elektromagnetiske bølger med frekvens i området 2-60 GHz har tradisjonelt blitt brukt for radar, men nå er frekvensene også brukt for mobiltelefoni og dataoverføring. Spesielt for radarformål brukes det gjerne høye effekter på signalet som overføres fra en sender til selve radarantennen. Det er problematisk å sende slike signaler gjennom vanlige ledninger og coaxkabler, - bølgeledere kan ofte tåle høyere effekter i overføringen.

15.4 En-modus optisk fiber (Eng: single mode fiber)

Det er vanlig å høre at i en optisk fiber holder lyset seg inne i fiberen på grunn av totalrefleksjon (basert på Snells brytningslov). Vi har til dels gjort det samme tidligere i boka.

For optiske fibre med stort diameter i forhold til bølgelengden er det helt greit å bruke en slik forklaringsmodell. I det tilfellet tilfredsstillers grenseflaten mellom kjernen og kappen et godt stykke på vei forutsetningene vi gjorde da vi utledet refleksjonslovene basert på Maxwells ligninger.



Figur 15.5: Fordeling av elektrisk felt på tvers av en optisk fiber for åtte forskjellige “modi”. Kun den enkleste overlever i en “én-modus fiber” (“single mode fiber”). Rødt og blått forteller at retningen på det elektriske feltet er forskjellig i de to områdene. Modene klassifiseres ved hjelp av to tall som gir symmetriegenskapene til modusen. Forsøk å finne hva de to parametrene helt konkret forteller oss. (Figuren er hentet fra <http://www.rp-photonics.com/waveguides.html> i april 2010, men modifisert i mai 2014.)

Når diameteren til kjernen i den optiske fiberen krympes til ca seks ganger bølgelengden, blir det annerledes. Da kan vi ikke lenger betrakte lyset som plane bølger, for plane bølger vil ikke kunne overleve inne i en slik fiber.

Da er det andre løsninger av Maxwells ligninger som tvinger seg fram. I figur 15.5 er det vist tverrsnittet for flere mulige løsninger av bølgeligningen for denne type geometri og bølgelengde. Vi får fram ulike mønstre som viser hvor det elektromagnetiske feltet er størst (rødt og blått viser bare at dersom det elektriske feltet på tvers av fiberen i et rødt område har en maksimal verdi, er feltet i et blått område negativt langs den aktuelle retningen). Vi sier at feltet har ulike måter (“modi”, flertall av ordet “modus”) å organisere seg på inne i en optisk fiber. En fullstendig beskrivelse av modiene ville kreve en tredimensjonal skisse, men vi går ikke i detalj her.

Poenget er at når diameteren til fiberen gjøres mindre og mindre, vil de høyere modiene ikke kunne forplante seg langs fiberen. For en passende diameter vil bare den enkleste modusen overleve. Skrumper vi inn diameteren enda mer, vil heller ikke den overleve over store avstander.

En optisk “én-modus fiber” (“single mode fiber”) kan derfor brukes for å “renske opp” laserlys som ikke har en perfekt gaussisk intensitetsprofil.

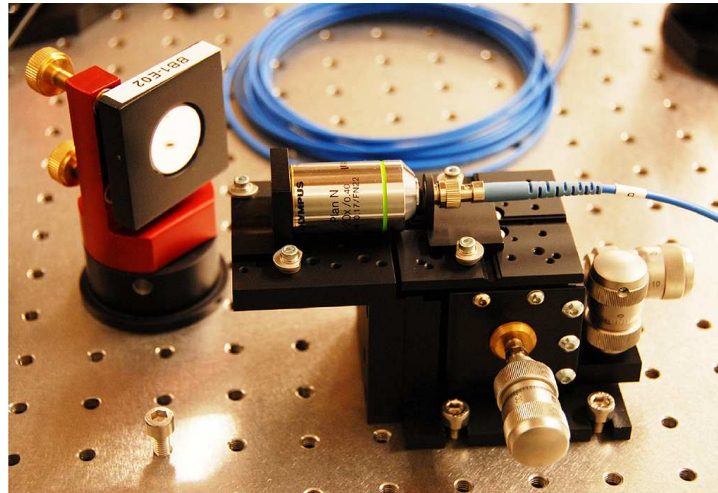
Når lys i det infrarøde området sendes gjennom en én-modus fiber som har de rette dimensjonene og har superrent glass i kjernen, er tapet utrolig lavt! Og siden lyset bare kan forflytte seg på en svært nøye definert måte, kan pulser sendes mange, mange kilometre før pulsformen må renskes opp før signalet videresendes.

Det er slike optiske fibre som sikrer vårt imponerende internett. Med andre ord: En spesialløsning av Maxwells ligninger hvor initialbetingelser og randbetingelser er alfa og omega, er det som holder internett gående! Ingen plane bølger der i gården!

En ulempe ved bruk av én-modus fiber er at diameteren på kjernen er så liten at det er en utfordring å koble lys inn i fiberen. I vårt laboratorium bruker vi ofte én-modus fibre, blant annet for å renske opp laserlys med bølgelengden 405 nm. Den indre delen av fiberen (der lyset skal gå) er da bare $2.7 \mu\text{m}$ i diameter. Rundt denne kjernen strekker det seg en “cladding” sone med lavere brytningsindeks ut til $125 \mu\text{m}$ diameter, og det legges en “coating”-sone utenpå der til en diameter $245 \mu\text{m}$. Utenfor dette kommer et beskyttelseslag i plast.

Starter vi med en laboratorielaser som normalt sender strålen med diameter minst 1 mm ut i fri luft, må strålen fokuseres kraftig. Det gjøres med et mikroskopobjektiv (se figur 15.6). Enden av fiberen må dernest plasseres akkurat i brennplanet for den fokuserte strålen, og fiberen må ha en retning som faller helt sammen med optisk akse for strålen. Det er en betydelig tålmodighetsprøve å få så mye av lyset inn i fiberen som mulig! Også når lyset slipper ut av en én-modus fiber må vi ofte bruke et mikroskopobjektiv for å hindre at laserstrålen skal divergere alt for mye (frisk gjerne opp fra et tidligere kapittel hvordan det går med lys som går gjennom et rundt hull med svært liten diameter!).

For telekommunikasjon er det utviklet spesialadaptore som gjør tilkoblingen langt enklere. I slike systemer brukes ikke laserstråler i luft overhodet.



Figur 15.6: For å koble laserlys fra en laboratorielaser inn i en én-modus optisk fiber, brukes mikroskopobjektiv og presisjonsskruer i tre dimensjoner.

15.5 Læringsmål

Etter å ha jobbet deg gjennom dette kapitlet bør du kunne:

- Gjøre rede for begrepet skinndybde når en vekselstrøm går gjennom en metalledning.
- Gjøre rede for begrepet skinndybde når elektromagnetiske bølger møter et metallflate.
- Kjenne til hvilke parametre som innvirker på størrelsen til skinndybden, og kjenne omtrent til skinndybder for noen få frekvenser og metaller.
- Gjøre rede for at en enkel analyse av skinndybde kan ha betydelige svakheter.
- Gjøre rede for fordelingen av elektriske og magnetiske felt og elektriske strømmer i veggene inne i en TE₁₀ rektangulær bølgeleder dersom man får utdelt en figur liknende figur 15.4.
- Forklare hvorfor Snels brytningslov ikke er relevant for å forklare hvordan en single mode optisk fiber fungerer.
- Antyde hvorfor single mode fibre er attraktive i forskning og teknologi.
- Gjøre rede for hvorfor det er en utfordring å koble lys fra en åpen laboratorielaser inn i en én-modus optisk fiber, såvel som kobling fra en slik fiber tilbake til en fri laserstråle i luft.

15.6 Oppgaver

Forståelses- / diskusjonsspørsmål

1. Hvorfor fungerer ikke en gammeldags aluminiumsgryte på en iduksjonskomfyr?
2. Hva er den store forskjellen på fysikken som er involvert når vi sender elektromagnetiske bølger inn mot et stykke glass og et tilsvarende stykke metall?
3. Hva er grunnen til at vi må endre dimensjonene på en rektangulær bølgeleder når vi skifter frekvensen til mikrobølger som skal sendes gjennom bølgelederen?
4. Tverrsnittet på en leder som brukes i kraftledninger kan iblant se ut som vist i figur 15.7. Forsøk å forklare hvorfor lederen er bygget opp på denne spesielle måten.

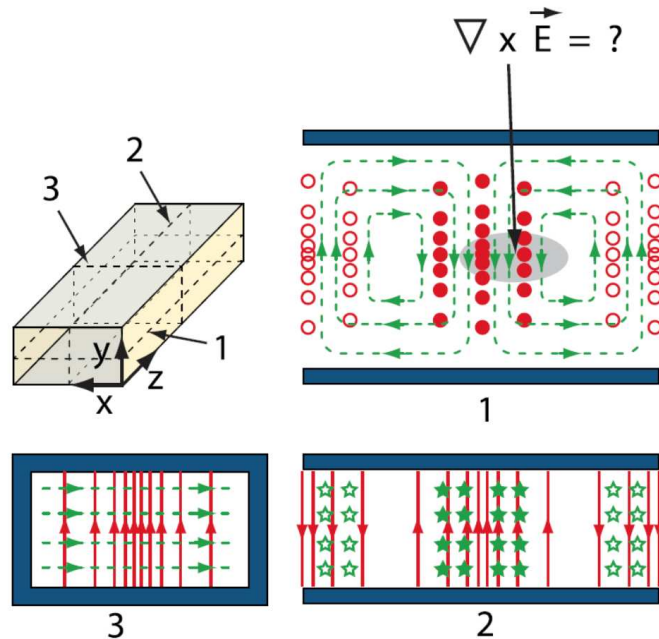


Figur 15.7: Tverrsnitt i en type leder som anvendes i kraftledninger som henger mellom store master over store deler av landet. (Bildet er tatt fra Wikipedia under oppslagsordet: “Overhead power lines” mai 2014.)

Regneoppgaver

5. a) Kan du ut fra feltfordelingen som er vist i figur 15.8 fortelle hvilken retning mikrobølgene brer seg i den rektangulære bølgelederen?
b) Påpek hvor det må finnes ladninger på den innvendige overflaten til en bølgeleder, og hvordan disse ladningene må flytte seg etter som mikrobølgene vandrer gjennom bølgelederen.
c) Iblant ønsker vi av ulike grunner å lage smale spalter tvers gjennom en vegg i

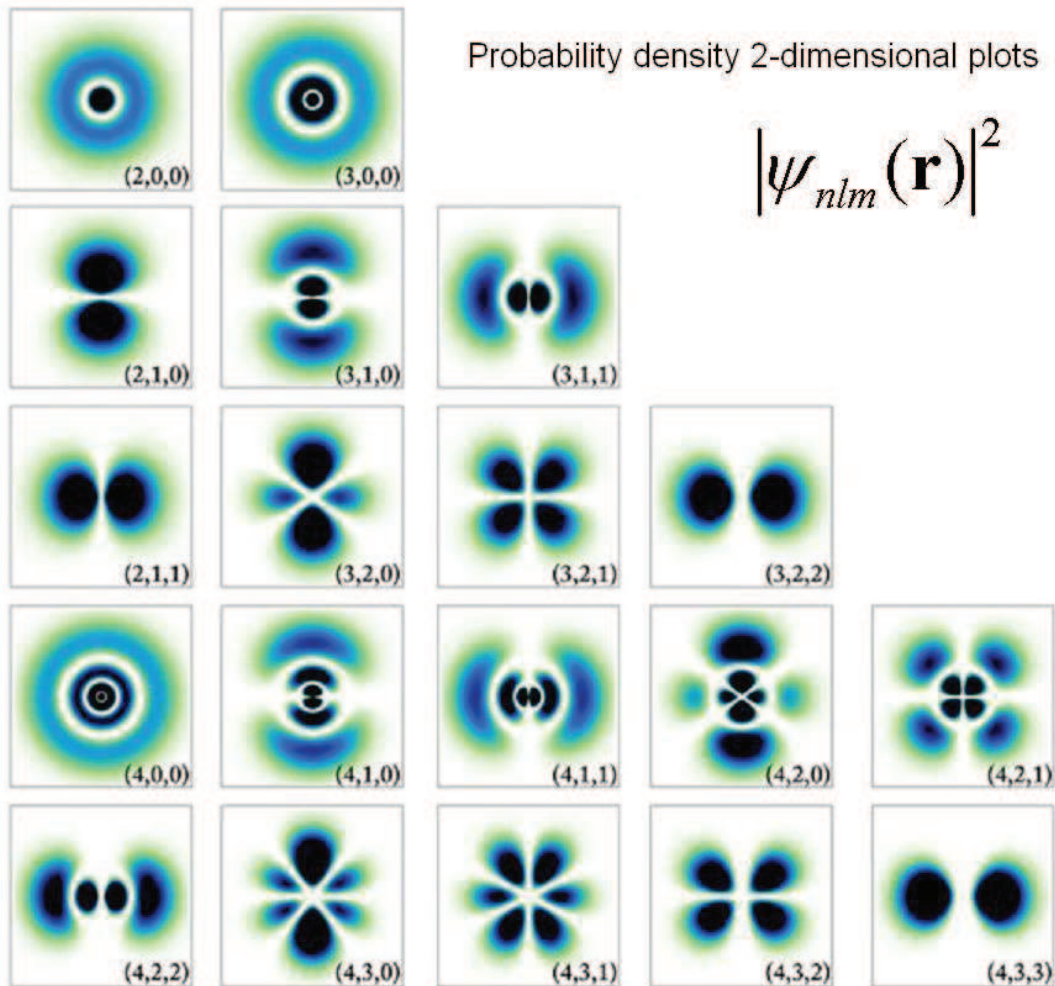
en bølgeleder. Hvilken retning bør spalten lages for å forstyrre vandringen av bølgen minst mulig? Begrunn som alltid svaret.



Figur 15.8: Betrakt feltfordelingen i det skraverte området og beregn den angitte størrelsen. Ved hjelp av Maxwells ligninger skal du da kunne slutte deg til tidsutviklingen framover.

6. a) En én-modus fiber beregnet på lys med bølgelengde mellom 450 og 600 nm, har en kjerne med diameter (“mode field diameter”) på om lag $3.5 \mu\text{m}$. Regn ut omtrent hvor mange prosent av energifluksen i en laserstråle vi hadde fått inn i fiberen dersom en slik fiber ble satt direkte inn i strålen fra en vanlig laboratorielaser uten å bruke et mikroskopobjektiv for å fokusere strålen inn på fiberen. Strålediameteren for mange laboratorielasere er om lag 1.5 mm.
- b) Når lyset skal ut igjen fra fiberen til luft i andre enden, får vi diffraksjon. Beregn strålediameteren en meter etter at lyset gikk ut av fiberen.
- c) Omtrent hvor stor brennvidde bør det være på et mikroskopobjektiv som vi kan plassere like etter at lyset kommer ut fra fiberen, for at laserstrålen skal fortsette med ca 1.5 mm i diameter?
7. Gå inn på websidene til f.eks. ThorLabs (www.thorlabs.de) for å finne dimensjonen (“mode field diameter”) til den indre kjernen til tre ulike én-modus fibre (beregnet på forskjellige bølgelengder). Du kan gjerne sjekke data for “Single Mode FC/PC Fiber Optic Patch Cables” for å finne fibre for vidt forskjellige bølgelengder. Finner du en slags lovmessighet hvordan diameteren på kjernen varierer i forhold til bølgelengden?
8. Figur 15.5 viser mønstrene på de ulike modiene for hvordan elektromagnetiske bølger (lys) kan organisere seg når de går gjennom en optisk fiber. I figur 15.9 er det vist en oversikt over noen av de vanlige elektron-orbitalene for hydrogenatomet. Orbitalene

viser et snitt i hvordan den kvantemekaniske bølgefunksjonen fordeler seg når vi skjærer tvers gjennom atomet. Fordelingen i figur 15.5 er basert på klassisk fysikk, likevel er det visse likheter mellom de to figurene. Vi må være litt forsiktige med sammenligningen siden fiberen er et todimensjonalt problem mens elektronorbitalene er knyttet til et tredimensjonalt problem. Til tross for dette: Kan du forstå at det blir en slags “kvantisering” både i det klassiske systemet og i det kvantemekaniske? Hva er den bakenforliggende årsaken til at vi får “kvantisering” i disse tilfellene.



Figur 15.9: Elektronorbitaler for hydrogenatomet i en kvantemekanisk beskrivelse. Se forøvrig oppgaveteksten for detaljer. (Figuren er hentet fra <http://vladimirkalitvianski.worldpress.com/2010/12/02/zoom-in-atom-or-unknown-physics-of-short-distances> 15. mai 2014.)