

Oblig 3 for FYS2130 våren 2017

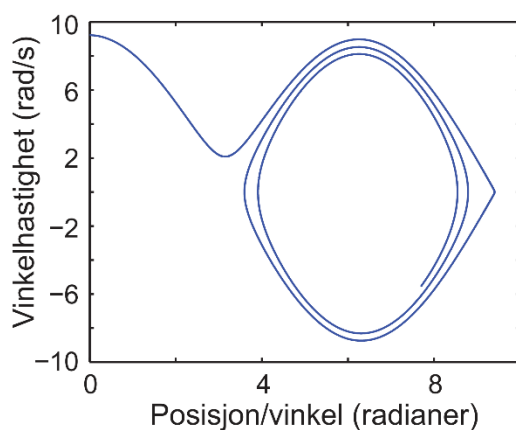
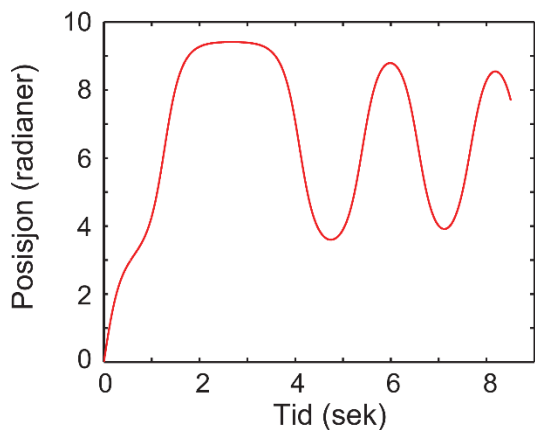
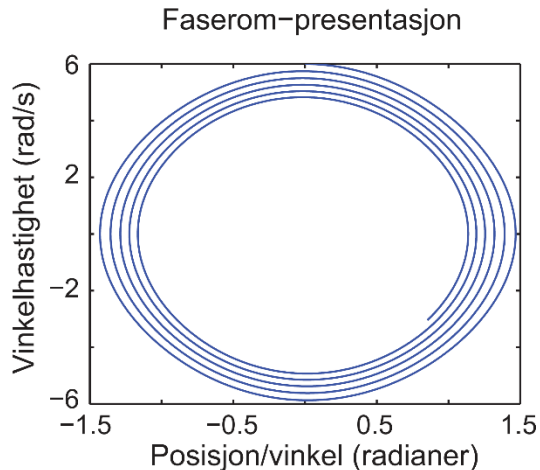
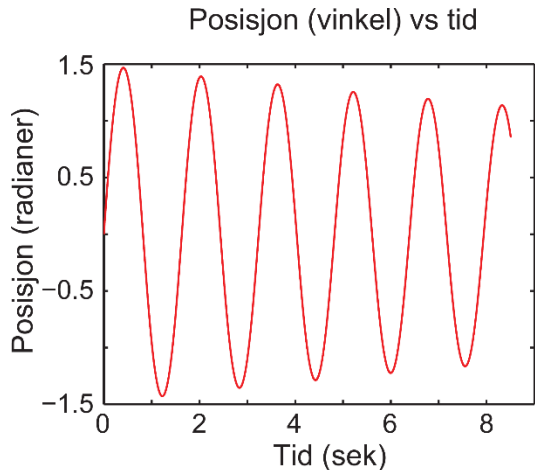
Kapittel 4 i læreboka

MERK: I vårt kurs gjelder en generell regel at riktig svar alene ikke regnes som en fullgod løsning. Full uttelling oppnås bare om det i tillegg til riktig svar er gitt begrunnelser og forutsetninger og tilnærminger som er brukt. For forståelse/diskusjonsoppgavene er det argumentasjonen som det stilles krav til. Disse generelle reglene må brukes med skjønn siden oppgaver kan være ganske forskjellige i utgangspunktet.

Forståelses- og diskusjonsspørsmål

1. Hvorfor fungerer fjerde ordens Runge-Kutta vanligvis bedre enn Eulers metode?

2. I figuren nedover er resultatet av beregninger av en pendelbevegelse vist for tilfellet at det er litt friksjon til stede. Figuren viser posisjon (vinkel) som funksjon av tid (venstre del) og vinkelhastighet som funksjon av posisjon (vinkel) i høyre del (også kalt fase-diagram). De to øvre figurene fremkommer ved en initialbetingelse der pendelen ved tiden $t = 0$ henger rett ned, men samtidig har en liten vinkelhastighet. De nedre figurene fremkommer ved at initialbetingelsene er som for øvre del, men at den initielle vinkelhastigheten er en god del større enn i det første tilfellet. Forklar hva figurene sier om bevegelsene (forsøk å få med så mange interessante detaljer som mulig). Hvordan ville figuren sett ut dersom vi økte den initielle vinkelhastigheten enda litt mer enn den vi har i nedre del av figuren?



Regneoppgaver

4. Hensikten med denne sammensatte oppgaven er at du skal lage ditt eget program for å løse annen ordens differensialligninger ved hjelp av fjerde ordens Runge-Kutta løsningsmetode (RK4), og kunne modifisere programmet for å takle nye utfordringer. Be gjerne om ekstra hjelp for å komme i gang! Konkrete deloppgaver er som følger:

- a) Lag et dataprogram i Matlab eller Python som bruker RK4 for å beregne en dempet svingning fra en fjærpendel. Programmet bør bestå av minimum tre ulike deler/funksjoner etter et lignende opplegg som er skissert i kapittel 4. Man skal ikke bruke Matlab's innebygde Runge-Kutta. Programmet skal testes for tilfellet: $m = 100$ g, $k = 10$ N/m, og friksjonen antas å være lineær med friksjonskoeffisienten $b = 0.10$ kg/s. Initialbetingelsene er $z(0) = 10$ cm og $dz/dt(0) = 0$ m/s. Gjennomfør en test over hvilke tidssteg som er akseptable, og en test om det er samsvar mellom numeriske beregninger og analytisk løsning. Få med korrekte tall, tekst og enheter langs aksene i plottene. Legg ved kopi av koden din.
- b) Modifiser programmet litt og endre noen parametrene slik at du kan lage en figur lignende figur 2.5 (kapittel 2) som viser tidsforløpet for svingningen når vi har underkritisk, kritisk og overkritisk demping. Forklar hvordan du velger parametrene dine. [Vi antar at testene du gjorde i a) mhp tidsopløsning og samsvar med analytiske løsninger ikke behøver gjentas her.]
- c) Modifiser programmet slik at det også kan håndtere tvungen svingning (kan gjerne være ved i hele beregningstiden). Bruk $m = 100$ g, $k = 10$ N/m, $b = 0.040$ kg/s, og $F = 0.10$ N i ligning (3.1). Forsøk å få fram plot som svarer til første delen av hvert av tidsforløpene vi finner i figur 3.7 i læreboka.
- d) Bruk denne siste versjonen av programmet til å sjekke at "frekvensresponsen" til systemet (a la figur 2.8 i læreboka) blir slik den skal være, og at du faktisk kan lese ut den omtrentlige Q-verdien til systemet fra en figur du lager.

7. Gjennomfør beregninger av tvungne svingninger for en rekke forskjellige påtrykte frekvenser, og sjekk at uttrykket for kvalitetsfaktor i kapittel 2 stemmer overens med frekvenskurven og den alternative beregningen av Q basert på halvverdbredde og senterfrekvens.