

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen: FYS2140 Kvantemekanikk

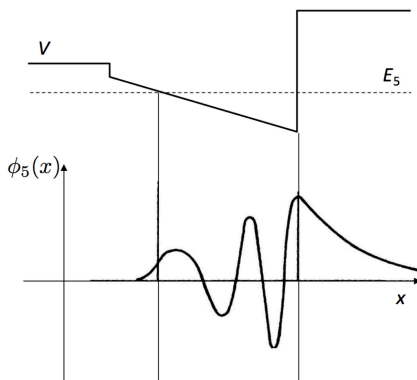
Dato: Tirsdag 13. juni kl 09:00-13:00 (4 timer)

Oppgavesettet er på 3 sider

Lovlige hjelpemidler: Rottman: "Matematisk formelsamling" Øgrim og Lian: 'Fysiske størrelser og enheter' eller Angell og Lian: 'Fysiske størrelser og enheter'. Godkjent kalkulator. Ett A4 ark med egne notater (begge sider av arket).

Oppgave 1: Blandede, kvalitative spørsmål Betrakt til å begynne med to ikke-vekselvirkende partikler som er plassert i samme potensialet $V(x)$. Vi har normaliserte en-partikkel energi-egenfunksjoner $\psi_n(x)$ med ikke-degenererte energier E_n (det er mao. bare én tilstand per energi).

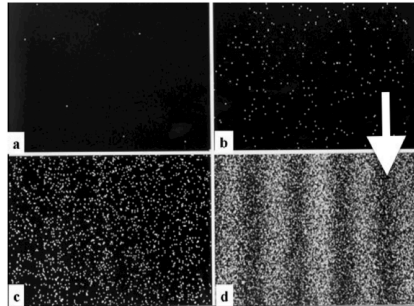
- (5 poeng) La $\Psi(x_1, x_2)$ være den normaliserte bølgefunksjonen for to-partikelsystemet. Identifiser en Ψ som er en mulig beskrivelse av to bosoner.
- (5 points) Identifiser en Ψ som er en mulig beskrivelse av to fermioner.
- (5 poeng) Identifiser en Ψ som **bare** er en mulig beskrivelse av to skillbare partikler.



Figur 1: Bølgefunksjon

- (3 poeng) Velg ett eller flere av følgende alternativer: Eksperimentet med den foto-elektriske effekt var avgjørende for å
(1) Slå fast at elektroner har bølgeegenskaper, (2) indikere at lys har partikelegenskaper, (3) produsere bedre lade-apparater til kameraer, (4) for å forstå lysbrytning.

- e) (3 poeng) Velg ett eller flere av følgende alternativer: Elektroner kan vise bølgeegenskaper gjennom å (1) vekselvirke med hverandre, (2) produsere interferens- og diffraksjonsmønstre, (3) ha en ubestemt posisjon.
- f) (5 poeng) Kurven i figur 1 ovenfor er angivelig bølgefunksjonen til til den 5. eksiterte tilstanden (grunntilstanden er den 0'te eksiterte tilstanden). Indiker egenskapene til denne kurven, som ikke engang er kvalitativt korrekte, helst ved hjelp av piler på en tegning.
- g) (3 poeng) Figur 2 under viser interferensmønsteret skapt av et økende antall



Figur 2: Elektron-interferens

elektroner. Dersom maksimumet til venstre er like langt fra begge spaltene, hvor mye lenger fra den første spalten enn fra den andre spalten er minimumet til høyre i bildet, som er markert med en hvit pil.

Oppgave 2: Partikkel på sirkel

En partikkel med masse m beveger seg fritt på en sirkel med omkrets L , slik at posisjonen x er begrenset av $0 \leq x \leq L$.

- a) (5 poeng) Er det fysisk riktig å pålegge randbetingelsen $\psi(0) = -\psi(L)$? Begrunn svaret.
- b) (5 poeng) Bruk den riktige randbetingelsen til bestemme energi-egentilstandene og egenverdiene for dette systemet. Hva er degenerasjonen (antall tilstander for hver energi-egenverdi) ?
- c) (5 poeng) Operatoren for bevegelsesmengde langs sirkelen er $\hat{p}_x = (\hbar/i)\partial/\partial x$. Finn egenverdiene p til denne.
- d) (5 poeng) Regn ut $(\Delta x)^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ for en vilkårlig energiegentilstand, anta at $\Delta p^2 = p^2$ og sjekk at Heisenbergs usikkerhetsrelasjon er oppfylt så lenge $p \neq 0$.
- e) (5 poeng) Forklar at bølgefunksjonen $\psi(x) = Ax(L - x)$ er en mulig initialtilstand for partikkelen ved tiden $t = 0$ og regn ut A .

- f) (5 poeng) Regn også ut $\langle p \rangle$ for denne tilstanden for $t = 0$ og forklar hvordan $\langle p \rangle$ vil utvikle seg med tiden.

Oppgave 3: Hydrogenatomet

Ved tiden $t = 0$ er elektronet i et hydrogenatom i tilstanden $\Psi(\mathbf{r}, 0) = A(3i \phi_{100} - 4 \phi_{211} - i \phi_{210} + 10 \phi_{21-1})$ der ϕ_{nlm} er normaliserte energi-egentilstander med energien E_n og $n = 1$ svarende til grunntilstanden.

- a) (2 poeng) Bestem A .
- b) (5 poeng) Hva blir bølgefunksjonen ved tiden t , $\Psi(\mathbf{r}, t)$?
- c) (5 poeng) Hva er forventningverdien $\langle E \rangle$ ved tiden $t = 0$ (uttrykt ved E_1)?
- d) (5 poeng) Hva er forventningverdien $\langle L^2 \rangle$ ved tiden $t = 0$?
- e) (5 poeng) Hva er forventningverdien $\langle L_z \rangle$ ved tiden $t = 0$?
- f) (5 poeng) Hvilke av verdien $\langle E \rangle$, $\langle L_z \rangle$, $\langle L^2 \rangle$ og $\langle \mathbf{r} \rangle$ varierer med tiden i denne tilstanden? Begrunn svaret.