

## FYS 2150: ØVELSE 9

### AM OG FM MODULASJON, IMPEDANS OG STÅENDE BØLGER

Fysisk institutt, Universitetet i Oslo

#### Mål

Etter å ha vært gjennom denne øvelsen, skal du kjenne til de viktigste forskjeller mellom AM og FM modulering, og du skal kunne forklare hvorfor slik modulering benyttes. Du skal kvalitativt kunne gjøre rede for hva vi mener med modulasjonsgrad og frekvenssving (frekvensdeviasjon). Du skal forstå hvordan stående bølger oppstår, og betydningen av impedanstilpassing i overføringssystemer.

#### DEL I: AM OG FM MODULASJON

##### Innledning

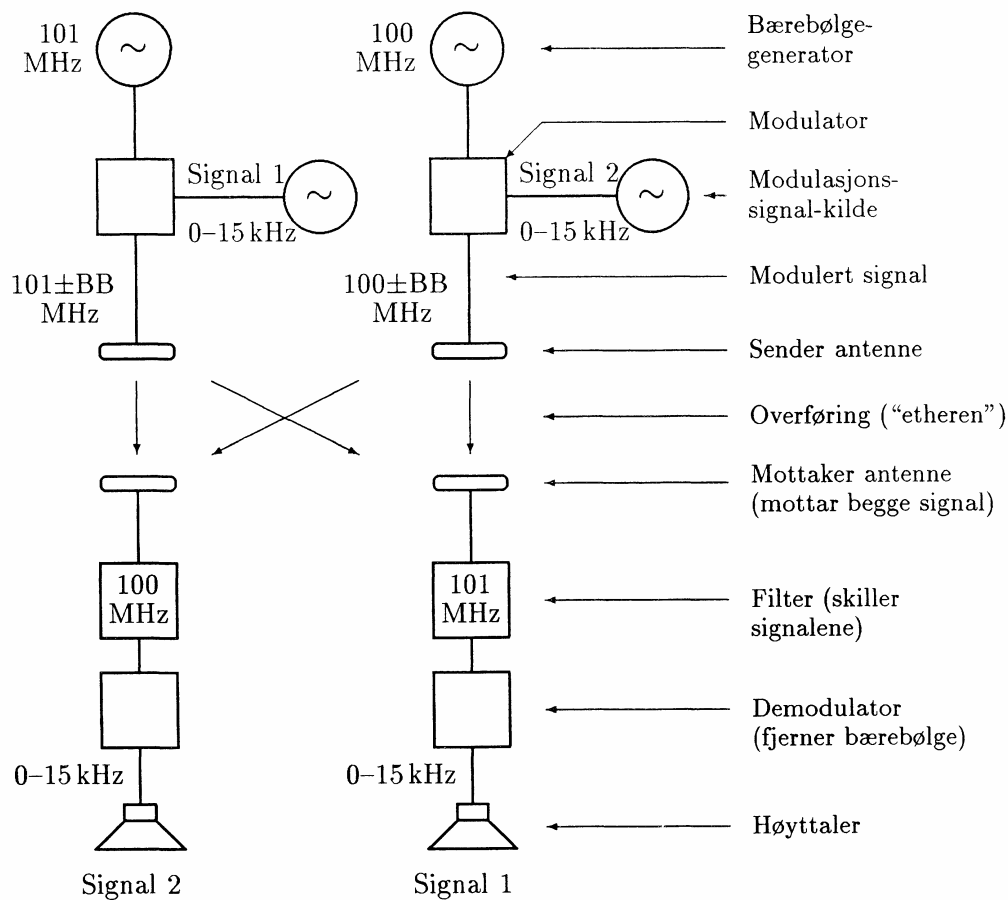
Ofte vil vi ha behov for å overføre flere informasjonskanaler over samme overføringsmedium (kabel, radiosignal). Dette kan for eksempel gjøres ved at de forskjellige kanaler får tildelt tid til sin overføring, man veksler mellom Kanal 1, Kanal 2, Kanal 3, ..... Dette kalles tidsmultipleksing eller bare multipleksing. En annen teknikk for multioverføring er å bruke bølger med forskjellig frekvens ("bærebølger") som adderes på sendersiden og separeres på mottakersiden ved hjelp av filtre. Det er dette som brukes i radiooverføringer. Informasjonen legges inn i en "bærebølge" ved forskjellige typer modulasjon. Det er denne metoden vi skal se nærmere på i denne øvelsen.

Modulasjon er vist skjematisk i figur 1. En oscillator genererer en *bærebølge* (et signal med frekvens flere ganger høyere enn samtlige frekvenser i det signalet vi vil overføre). Signalet som skal overføres sendes til en modulator som endrer (modulerer) amplituden (amplitudemodulasjon, AM) eller frekvensen (frekvensmodulasjon, FM) på bærebølgen i takt med selve signalet. (Det finnes også andre modulasjonstyper slik som for eksempel fasemodulasjon og puls-kode modulasjon.)

Det vi oppnår med å modulere bærebølger er at f.eks. flere talesignaler, i *samme* frekvensområde (f.eks. 40Hz til 15kHz), transformeres til *forskjellige* frekvensbånd rundt bærebølgen (se øvre del av figur 1). På mottakersiden kan vi ved hjelp av filtre skille signalene fra hverandre.

Demodulering gir så (tilnærmet) de samme signalene som vi startet ut med (nedre del av figur 1). Hvis vi hadde blandet *de opprinnelige* signalene (f.eks. sendte dem over en og samme linje, eller sendte dem fra hver sin radiostasjon), ville det være umulig å skille dem igjen etterpå.

Du kjenner igjen både amplitudemodulasjon (AM) og frekvensmodulasjon (FM) fra kringkasting, der signalene kjøres ut som radiobølger. I kringkasting har vi nettopp det problemet som er temaet for denne øvelsen, nemlig å overføre flere likeartede signaler (f.eks. lyd-frekvenser) over samme "linje" ("eteren").



Figur 1: Prinsipper ved modulasjon (skjematisk). Modulasjonssignalet transformeres ved modulasjonen til et bånd (båndbredde, BB) omkring bære­bøl­gens frekvens. Signalet fra to sendere kan da blandes og siden skiller fra hverandre vha. filtre forutsatt at bære­bøl­gene har forskjellig frekvens.

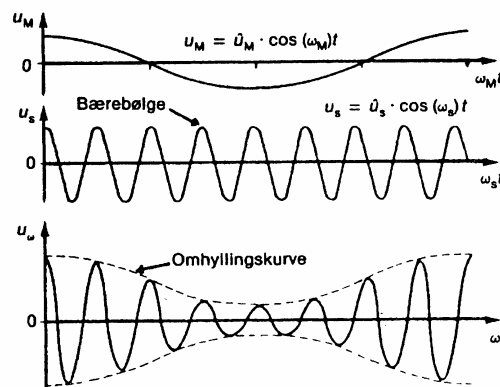
Det er ikke bare i radiokommunikasjon av vi bruker bære­bøl­ger. Vi kan like godt bruke samme teknikk for å sende flere signaler over en og samme kabel, og dette gjøres for eksempel på fellesantenne­anlegg. Teknikken brukes også i forskjellige varianter av instrumentering som benyttes f.eks. i dataoverføring i eksperimentalfysikk.

## Oppgave 1 : Amplitude-modulasjon (AM)

**Teori:** Det er mange mulige måter å modulere en bære­bøl­ge på. Når vi har valgt å presentere AM først, skyldes ikke det at AM er en spesielt god metode. AM er imidlertid lett å observere på et oscilloskop, og det er hovedgrunnen til vårt valg. Dessuten er AM historisk sett den eldste

modulasjonsformen. Mange av prinsippene vi kommer til å gå gjennom er også gyldige for andre former for modulering.

I øvelsen bruker vi en funksjonsgenerator som signalkilde. (Gir den informasjon som skal overføres). En annen funksjonsgenerator (med innebygget modulator) er kilde for bæreølgen. Signalet som sendes inn til modulatorene (fra den første funksjonsgeneratoren) kalles *modulasjonssignalet*. Signalet *etter* modulatorene (fra den andre funksjonsgeneratoren) kalles *det modulerte signal*. Disse uttrykkene: "Modulasjonssignal" og "Det modulerte signal", likner svært mye på hverandre, og du bør lære deg forskjellen snarest mulig for å unngå misforståelser! Figur 2 viser forskjellen mellom modulasjonssignal (øverst) og det modulerte signal (nederst).



Figur 2: Amplitudemodulasjon (skjematisk). Det øverste signalet er modulasjonssignalet (som tilsvarer den informasjonen som skal overføres (f.eks. lyd)), det midterste signalet er bæreølgen (umodulert), og det nederste signalet er den modulerte bæreølgen.

Vi kan altså sende flere signaler på samme linje ved å bruke bæreølger med forskjellig frekvens. For å skille de enkelte signalene fra hverandre på mottakersiden, må vi bruke filtre som slipper gjennom bare en av de modulerte bæreølgene (frekvensene). Men hvor stor avstand må det være mellom frekvensene til de to modulerte bæreølger for at vi siden skal kunne skille de to signalene fra hverandre? Det er klart at kvaliteten av filtrene spiller en rolle her, men det er også en teoretisk grense for hvor tett bæreølgens frekvenser kan ligge uten at problemer oppstår.

For å forstå dette må vi inn på frekvensanalyse. Dersom vi har en ren, umodulert harmonisk bæreølge med frekvens  $f_b$ , vil frekvensspekteret bestå av en skarp linje nettopp ved denne frekvensen. Dersom en amplitudemodulerer bæreølgen med en frekvens  $f_m$  vil den matematiske beskrivelse av det amplitudemulerte signal  $v_m(t)$  ser ut som følger:

$$v_m(t) = v_0 \cdot (1 - m \cdot \sin(2\pi f_m t)) \cdot \sin(2\pi f_b t) \quad (1)$$

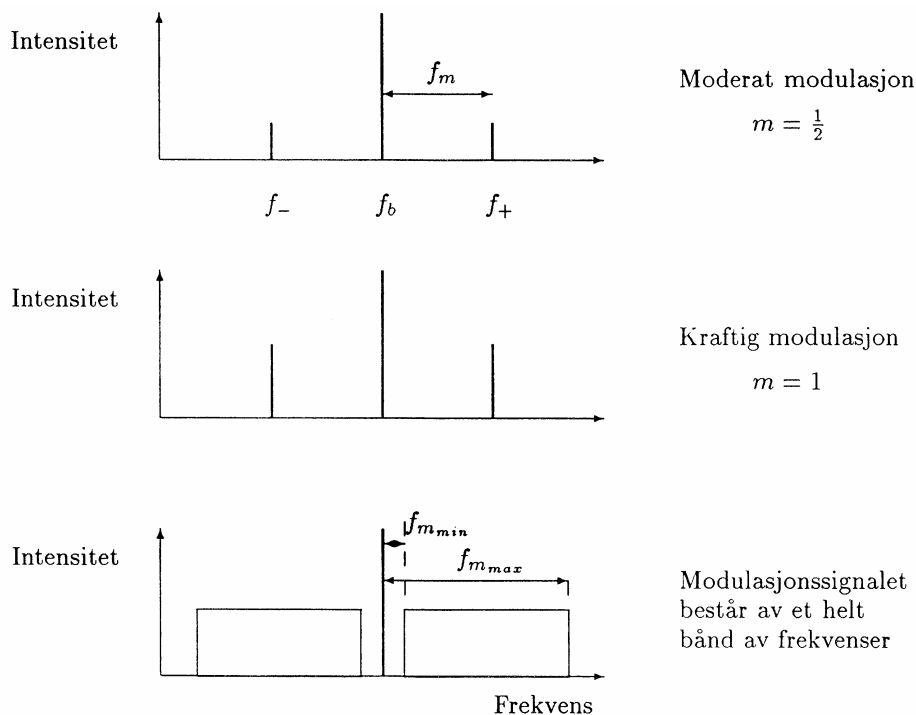
hvor  $v_0$  er amplituden til den umodulerte bæreølgen,  $m$  er modulasjonsgraden (mellom 0 og 1),  $f_m$  er frekvensen til det signalet som skal overføres,  $f_b$  er bæreølgens frekvens. Uttrykket kan multipliseres ut og omorganiseres til det kommer på formen:

$$v_m(t) = v_0 \sin(2\pi f_b t) + v_0 m/2 \cdot \cos(2\pi f_- t) + v_0 m/2 \cdot \cos(2\pi f_+ t) \quad (2)$$

der  $f_- = f_b - f_m$  og  $f_+ = f_b + f_m$ .

Likning (2) viser at dersom en amplitudemodulerer en bærebølge med et harmonisk signal, få en ut igjen et signal med *tre* forskjellige frekvenskomponenter. Den ene komponenten er ved bærebølgens frekvens, den andre ved et såkalt "nedre sidebånd" ( $f_-$ ), og den siste komponenten kommer ved "øvre sidebånd" ( $f_+$ ). Dette er vist i figur 3.

Figur 3 (og likning 2) viser at avstanden mellom de to sidebåndene  $f_-$  og  $f_+$  er lik  $2f_m$ , dvs. avstanden øker med frekvensen på signalet som skal overføres. Signalet som overføres kan kun gjenskapes gjennom demodulasjon dersom disse to komponentene tas vare på. Det betyr at filteret som skal brukes for å skille to forskjellige bærebølger (med signal), ikke må være så "skarpt" at  $f_-$  og  $f_+$  svekkes vesentlig. Det betyr også at to bærebølger må ligge en avstand minimum  $\Delta f = (f_+ - f_-)_{max} = 2f_{m(max)}$  fra hverandre dersom de ikke skal forstyrre hverandre. Dette er den teoretiske grensen. Den praktiske grensen settes av kvaliteten på filterne som skal skille mellom signalene på mottakersiden.



Figur 3: Frekvensspekter ved amplitudemodulasjon. I de to øvre eksemplene er modulasjonssignalet en ren sinus. I det nederste eksemplet inneholder modulasjonssignalet et helt bånd av frekvenser (f.eks. musikk).

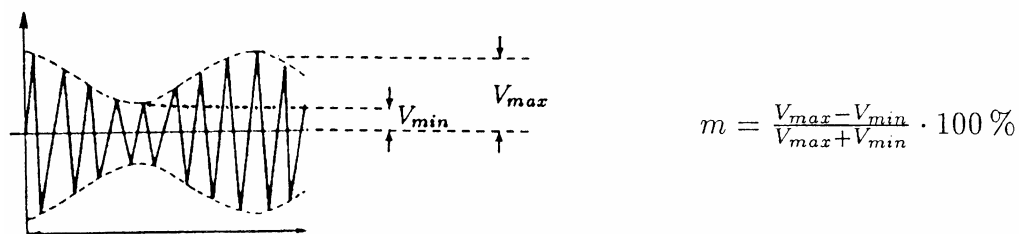
I radioens "barndom" ble kringkasting gjennomført ved hjelp av AM på såvel langbølge som mellombølge. Internasjonale komiteer fastsatte at hver stasjon ikke fikk lov til å dekke mer enn 9 kHz av disse kringkastingsbåndene. Høyeste lydfrekvens som da kunne overføres var 4.5 kHz. Dette forklarer den relativt dårlige kvaliteten på AM mottaking

♣ For de mest interesserte:

Vi har sett at en AM radiosender på mellom- eller langbølge bare kan overføre et temmelig snevert frekvensintervall for lyd. Dette skyldes begrensinger vi selv har pålagt oss for å få plass til tilstrekkelig mange stasjoner på de relativt "smale" kringkastings-båndene. Men kunne vi ikke i prinsippet bruke AM i "FM-båndet" (87.5 - 108 MHz), og få utvidet frekvensområdet for lyden betydelig, fordi dette båndet dekker et større frekvensintervall? Jo, vi kunne det, og i stereosending på FM brukes faktisk ofte en kombinasjon av AM og FM samtidig. Ren AM vil allikevel ikke kunne gi så god lyd kvalitet som FM på grunn av andre begrensinger enn det som har med frekvens å gjøre.

Det skal lite til for at styrken (amplituden) på signalet, som mottas av en radiomottaker, endrer seg i tid. Dette kan skyldes variasjoner i utbredelsesmediet (atmosfæren, ionosfæren), forstyrrelser fra andre radiosendere, atmosfærisk støy, o.l. Ved demodulering av et AM signal vil slike forandringer i amplituden bli direkte overført til endring i styrke på signalet vi hører. Styrkeendringen kan skje langsomt som ved "fading" (skyldes ofte spesielle forhold i atmosfæren). Raskere styrkeendringer vil vi ofte oppfatte som direkte støy.

Et amplitudemodulert signal karakteriseres gjerne ved hjelp av en størrelse kalt modulasjonsgrad. Den oppgis ofte i prosent, og figur 4 viser hvordan den er definert. 100 % modulering får vi dersom modulasjonssignalets amplitude økes inntil "omhyllingskurvene" så vidt tangerer hverandre (berører 0-linjen). Økes modulasjonssignalets amplitude ut over dette, får vi "overmodulasjon". Prosedyren for beregning av modulasjonsgrad (i figur 4) er da ikke lenger gyldig (uten modifikasjoner). Ved overmodulasjon oppstår det også betydelige forvrengninger i det overførte signal.



Figur 4: Definisjon av modulasjonsgraden  $m$  ved amplitudemodulasjon.

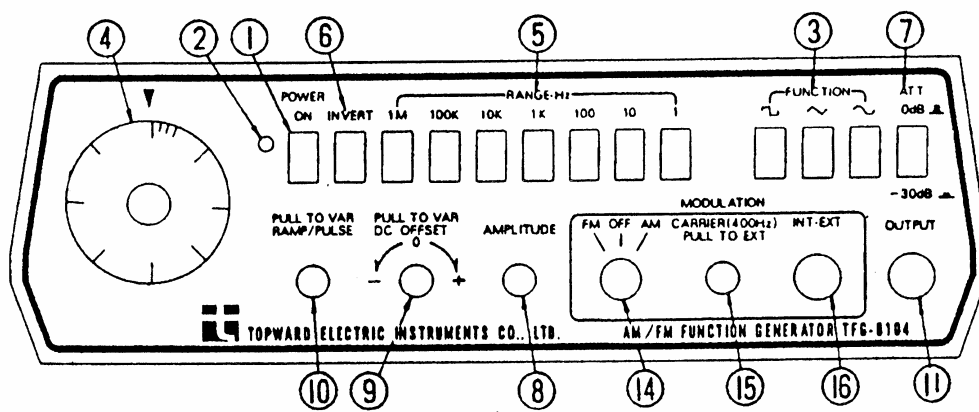
## Instrumenter som skal benyttes.

En funksjonsgenerator med betegnelse TFG 8104, som har innebygget bærebølgegenerator og AM og FM modulator, skal brukes som kilde for bærebølgen i denne øvelsen. Frontpanelet på funksjonsgeneratoren er vist i Figur 5.

Denne funksjonsgeneratoren har mange mulige bruksområder, og det vil gå for vidt å beskrive alle disse. I vår sammenheng kan vi jobbe med et standard sett innstillinger som kan settes (nesten) en gang for alle (jmf. Figur 5). Disse er: Knapp 6 og 7 ute, knapp 9 og 10 inn, knapp 14 i AM posisjon, og knapp 15 trukket ut og dreid med urviseren ca. 3/4 av veien helt mot stopp (dvs. i 3/4 av "max" posisjon). Det modulerte signal er tilgjengelig på OUTPUT pluggen, og betraktes med et oscilloskop.

**NB!** Modulasjonssignalet skal kobles inn på INT EXT pluggen (16). Denne inngangen kan lett ødelegges dersom signalet overskrider 10 V enten i positiv eller negativ retning. Regelen er derfor den at *du kobler deg fra INT EXT inngangen når du endrer på modulasjonssignalet*. På den måten kan du ved hjelp av et oscilloskop *kontrollere* at signalet ikke overskrider  $\pm 10$  V grensen før signalet kobles til modulatorene. **NB!**

Som kilde for modulasjonssignalet brukes en funksjonsgenerator av typen Topward 812 eller 8115.



Figur 5: Fronten på vår funksjonsgenerator TFG 8104 med innebygget AM og FM modulator.

### a. Likespennings (DC) modulasjonssignal

**Arbeidsoppdrag:** Undersøk (og beskriv kvantitativt) hvilken effekt et likespennings modulasjonssignal har på det modulerte signal.

**Tips m.m.:** Funksjonsgenerator TFG 8104 kan f.eks. stilles slik at bærebølgen blir et 100 kHz harmonisk signal med amplitude 2 V ( $4 V_{pp}$ ).

Et variabelt (kvasi-)likespennings modulasjonssignal oppnås ved å benytte DC OFFSET knappen på funksjonsgeneratoren som gir modulasjonssignalet. Amplitudeknappen på funksjonsgeneratoren settes til null, mens DC-signalet varieres ved å forandre DC offset.

Avles amplituden og frekvensen på det modulerte signal når f.eks. modulasjonssignalet er 0 V, +1.0 V, og -1.0 V (må kontrolleres med oscilloskop eller multimeter).

Beskriv på hvilken måte AM modulatorene responderer på endringer i spenning på inngangen. (Hvordan forandringer i inngangssignalet vises i utgangssignalet.)

## b. Vekselspennings (AC) modulasjonssignal

**Arbeidsoppdrag:** Undersøk (og beskriv) hvilken effekt et vekselspennings modulasjonssignal har på det modulerte signal. Bestem kvantitativt hvordan modulasjonsgraden varierer med amplituden på modulasjonssignalet, fremstill resultatet grafisk og bestem funksjonssammenhengen mellom modulasjonsgrad og modulasjonssignalets amplitude.

**Tips m.m.:** Modulasjonssignalet kan f.eks. være et 1 kHz harmonisk signal med amplitude 1.0 V (2.0 V<sub>pp</sub>), og ingen offset (DC offset knappen trykket inn). Husk å koble fra modulasjonssignalet fra modulatoren mens endring foretas.

Såvel modulasjonssignalet som det modulerte signal betraktes med et oscilloskop. Det er ofte lurt å la oscilloskopet trigge på modulasjonssignalet (såfremt ikke amplituden der er null).

Skisser det modulerte signal sammen med modulasjonssignalet på et rutenett. Finner du visuelt igjen modulasjonssignalet i det modulerte signal?

Forsøk å nyttiggjøre deg informasjonen du kom fram til i oppgave 1a slik at du kan gi en kort "forklaring" på signalformen i det modulerte signal.

Øk amplituden på modulasjonssignalet inntil du har 100 % modulasjon, og noter amplituden som gir denne modulasjonsgraden. Planlegg ut fra dette hvordan du skal bestemme funksjonssammenhengen mellom modulasjonsgrad og modulasjonssignalets amplitude.

Husk å fortelle kort i labjournalen hvordan du gjennomfører eksperimentet, og hvilke resultater du kommer fram til.

## Oppgave 2 : Frekvensmodulasjon

**Teori:** Ved *amplitude*-modulasjon så vi at amplituden på bærebølgen varierte i takt med spenningen på modulasjonssignalet. Ved *frekvens*-modulasjon vil du finne at det er frekvensen til bærebølgen som varierer i takt med modulasjonssignalet. Ved amplitudemodulasjon er modulasjonsgraden (definert i figur 4) et mål for hvor mye vi modulerer bærebølgen. Ved frekvensmodulasjon kalles målet for graden av modulasjon for frekvenssvinget (eller frekvens *deviasjonen*).

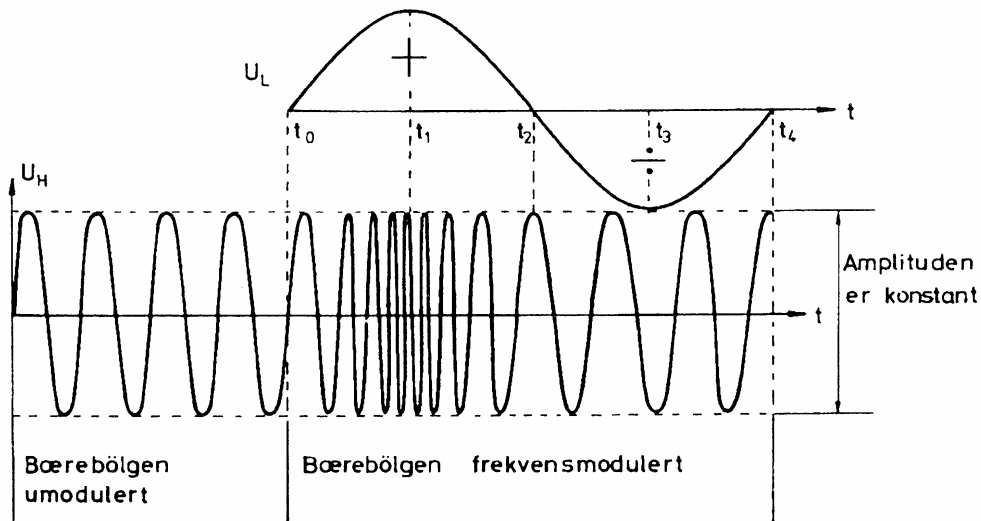
Et frekvensmodulert signal er mindre utsatt for støy i overføringen enn et amplitudemodulert signal. Det skyldes at støy påvirker amplituden i større grad enn frekvensen. Variasjoner i amplituden vil slippe gjennom i demuleringen, og dermed vil også støyen være til stede i det demulerte AM signalet.

Figur 6 viser hvordan det modulerte signalet ser ut etter frekvensmodulasjon. Frekvensen til bærebølgen endrer seg i tid, og frekvenssvinget defineres da som *halve forskjellen mellom maksimum og minimum frekvens i det modulerte signal*. En noe bedre måte å angi

frekvenssvinget er følgende: Anta at den umodulerte bærebølgen har frekvensen  $f_b$  og modulasjonssignalet frekvensen  $f_m$ . Frekvensen  $f_{mb}$  til den frekvensmodulerte bærebølgen er da:

$$f_{mb} = f_b + Df \cdot \cos(2\pi f_m t) \quad (3)$$

Frekvenssvinget defineres som  $Df$ .



Figur 6: Frekvensmodulasjon (skjematisk). Figuren er tatt fra Kobberød: Radioteknikk, FM (1984). (Vår modulator gir synkende frekvens når modulasjonssignalet er positivt og økende frekvens med negativt modulasjonssignal, altså motsatt av hva denne figuren viser.)

### a. Likespennings (DC) modulasjonssignal

**Arbeidsoppdrag:** Undersøk (og beskriv kvantitativt) hvilken effekt et likespennings modulasjonssignal har på det modulerte signal.

**Tips m.m.:** I denne oppgaven skulle du kunne bruke mye av den samme prosedyren som i oppgave 1a.

I journalskrivingen bør du også her fortelle de viktige punkter i hvordan du løser oppgaven. Detaljer så som setting av *alle* knappene på funksjonsgeneratorene el.lign. behøver du *ikke* ta med, men kanskje noen få nøkkelsettinger.

### b. Vekselspennings (AC) modulasjonssignal



**Arbeidsoppdrag:** Undersøk (og beskriv) hvilken effekt et vekselspennings modulasjonssignal har på det modulerte signal. Bestem kvantitativt hvordan frekvenssvinget varierer med amplituden på modulasjonssignalet. Gi også her en grafisk fremstilling av resultatet.

**Tips m.m.:** Dette oppdraget er litt vanskelig fordi vi skulle ønske at oscilloskopet *både* tok hensyn til modulasjonssignal og modulert signal *samtidig* ved triggingen. Dette kan normalt ikke gjøres.

Det finnes et lite triks som omgår denne begrensingen. Betrakt *summen* av modulasjonssignal og modulert signal ved hjelp av ADD muligheten på oscilloskopet. *Trigging må da skje fra den kanalen der det modulerte signalet kommer inn.* Skjevstill triggenivå til du får et bra bilde.

For å lette måleprosedyren, kan du med fordel bruke firkantpuls i modulasjonssignal i stedet for sinus. Bærebølgen bør ha en frekvens som er minst hundre ganger modulasjonssignalet frekvens.

Pass endelig på at modulasjonssignalet som sendes inn til modulatorene (INT EXT inngangen) holder seg innenfor intervallet  $\pm 10$  V. Hvis ikke kan modulatorene bli ødelagt!

#### **Andre kommentarer:**

For amplitudemodulasjon så vi at frekvensspekteret til det modulerte signal besto av tre komponenter: Bærebølgen, og øvre og nedre sidebånd.

For FM er frekvensspekteret mer komplisert, og vi skal ikke gå inn på dette i detalj. Vi kan bare nevne at vi også her får en topp ved bærebølgens frekvens, men vi vil generelt sett få utallige sidebånd på hver side av denne. Avstanden mellom de ulike sidebånd er også her modulasjonssignalet frekvens.

I praksis fjernes de ytre sidebånd med filtre for at ikke en radiostasjon skal kunne bre seg for mye ut over frekvensbåndet. I FM kringkastingen er det bestemt at frekvenssvinget  $Df$  maksimum kan være 75kHz. En slik "utstyring" (deviasjon) kalles da 100%.

## **DEL II: IMPEDANS OG STÅENDE BØLGER**

### **Innledning**

I forsøkene med AM og FM modulasjon har vi brukt bølger for å overføre informasjon. Informasjonen er lagt inn ved å modulere en bærebølge, enten ved å forandre amplituden eller frekvensen. Et overføringssystem består alltid av flere ledd, og det er da viktig å innrette seg slik at energien og informasjonen som ligger i bølgen overføres mest mulig upåvirket fra et ledd til neste.

Fra tidligere kurs i fysikk kjenner du til det mest grunnleggende om bølger, nemlig at de har en amplitude ( $y_0$ ), en frekvens ( $f$ ), en bølgelengde ( $\lambda$ ) og de beveger seg med en viss hastighet ( $c$ ) i en eller annen retning ( $x$ ). Matematisk beskriver vi en bølge med følgende likning:

$$y(x,t) = y_0 \sin(2\pi x/\lambda - 2\pi f t) \quad (4)$$

Bølgen beveger seg her mot høyere  $x$ -tall etter som tiden øker. Hastigheten til bølgen er:

$$c = \lambda f \quad (5)$$

## Refleksjon

Bølgene møter ofte en eller annen hindring for videre utbredelse. Dette kan for eksempel være i overgangen mellom to ledd i et overføringssystem, slik som overgangen mellom utgangen på sender og antennen i et radiosystem. Bølgen, eller deler av bølgen, kan da bli reflektert ("kastet tilbake"). Når vi for eksempel klimprer på en gitarstreng, vil det først dannes en bølge som beveger seg mot endene på strengen. Bølgen stoppes på de to stedene strengen er spent opp, og den reflekteres. Bølgen beveger seg så tilbake langs strengen til en ny refleksjon finner sted osv. Den opprinnelige bølgen og (de) reflekterte bølge(r) vil adderes.

Når en bølge reflekteres, kan dette skje på to forskjellige måter. For en gitarstreng vil endepunktet på strengen (det punktet der strengen hviler mot en fast, ubevegelig overflate) ikke kunne bevege seg. I slike tilfeller, der amplituden i refleksjonspunktet *må* være lik null, vil utslaget på den reflekterte bølge forandre fortegn idet den reflekteres. (Opprinnelig bølge og reflektert bølge med motsatt fortegn ( $180^\circ$  faseforskyvning) vil gi null når de adderes.)

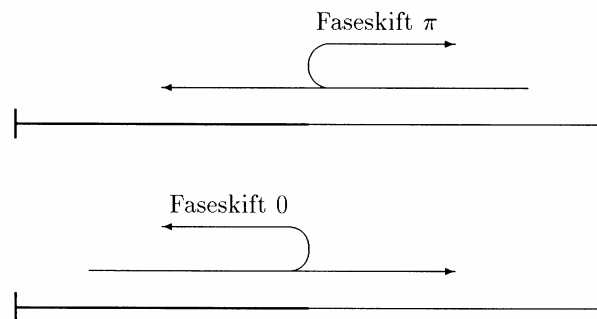
Refleksjon kan også skje på en annen måte. I for eksempel en fløyte, vil trykkbølgene vi skaper i munnstykket bevege seg innvendig i fløyta mot enden. Når de kommer dit, vil en stor del av bølgene bli reflektert tilbake inn i fløyta igjen. I dette tilfellet må ikke nødvendigvis amplituden til bølgene være null i selve refleksjonspunktet. I slike tilfeller vil utslaget i den reflekterte bølgen *ikke* skifte fortegn idet bølgen reflekteres.

Disse eksemplene på refleksjon, i en gitarstreng og en fløyte, er forholdsvis idealiserte former for refleksjon. Vi har imidlertid noen "mellomtilfeller" som det også er viktige å kunne behandle. La oss da ta et tenkt eksempel, nemlig en streng der halve strengen er tynn og den andre halvparten er tykk. Strengen er festet i begge ender, men midtpunktet der den tynne og den tykke delen møtes, kan svinge fritt.

Hva skjer dersom vi nå klimprer på den tynne delen av strengen? La oss følge med i hva som skjer når bølgen når midtpunktet. Her vil utslaget bli redusert fordi bølgen nå møter den tykke del av strengen, og bølgen har ikke nok energi til å sette den tykke strengen i like mye bevegelse (utslag) som den tynne. Bølgen vil da *delvis* bevege seg videre inn i den tykke del av strengen, men også *delvis* reflekteres (se figur 7). Utslaget på den reflekterte bølgen vil skifte fortegn idet den reflekteres.

Vi kan variere hvor mye av bølgen som skal reflekteres i midtpunktet bare ved å endre på tykkelsesforholdet mellom strengen på hver side av midtpunktet. Dersom begge sider er like tykke, vil refleksjonen fra midtpunktet bli lik null. Dersom den tykke strengen derimot er svært mye tykkere enn den tynne, vil nesten hele bølgen bli reflektert.

Dersom vi nå klimprer i den tykke del av strengen, hva vil da skje når bølgen kommer fram til midtpunktet? Den tynne strengen vil kunne bevege seg *mer* enn den tykke, fordi energien til den tykke strengen ville vært tilstrekkelig for å sette den tynne strengen i kraftigere bevegelse enn den tykke. (Et slikt tilfelle minner om trykkbølgene som nådde den åpne enden av en fløyte.) Bølgen vil da igjen delvis bevege seg inn i den tynne del av strengen, og delvis bli reflektert, og den reflekterte bølge vil ha et utslag som *ikke* har skiftet fortegn i forhold til bølgen da den nådde midtpunktet (se figur 7).



Figur 7: Delvis refleksjon og delvis transmisjon når en bølge treffer på et "tettere" medium (øverst) eller et "tynnere" medium (nederst).

Foreløpig har vi snakket om at utslaget til den reflekterte bølgen enten har samme eller motsatt fortegn av utslaget til bølgen idet den kom inn til refleksjonspunktet. Siden bølgen gjerne beskrives med en sinusfunksjon, kan vi gi samme informasjon på en mer kompakt form ved å si at den reflekterte bølge er faseforskjøvet enten 0 eller  $180^\circ$  relativt til den innkommende bølgen.

I fysikken snakker vi ofte om impedansen til mediet som bølgen brer seg i. Når bølgen beveger seg fra et medium til et annet, får vi delvis refleksjon av bølgen dersom impedansen til de to mediene er forskjellige. Jo større forskjell på impedansene, desto mer av bølgen blir reflektert. Dersom impedansen øker når bølgen går fra det ene mediet til det andre, vil den reflekterte bølge ikke være faseforskjøvet. Dersom impedansen minker, vil faseforskyvningen bli  $180^\circ$ .

## Stående bølger.

Bølger er spesielt spennende fordi to eller flere bølger ofte virker sammen, og vi får da en rekke forskjellige former for interferens. Dette kjenner vi i optikken, blant annet innen holografi. I denne øvelsen skal vi starte med kanskje den aller enkleste form for interferens vi kjenner, nemlig stående bølger.

Stående bølger oppstår ofte når en bølge treffer på et medium med en annen impedans slik at bølgen blir reflektert. Når den innfallende og den reflekterte bølge adderes, vil summen ofte igjen se ut som en bølge, men denne bølgen vil ikke bevege seg lenger. Den vil bare svinge fram og tilbake på samme sted. Det er av denne grunn vi kaller bølgen for *stående*.

Matematisk beskrev vi en bølge som beveget seg mot høyere  $x$ -verdier slik som allerede gitt i likning (1). Denne så slik ut:

$$y_d(x,t) = y_0 \sin(2\pi x/\lambda - 2\pi ft)$$

En bølge som beveger seg motsatt vei kan beskrives slik:

$$y_r(x,t) = y_0 \sin(2\pi x/\lambda + 2\pi ft + \mathbf{j}) \quad (6)$$

$\mathbf{j}$  er faseforskyvningen ved refleksjon som kan være 0 eller  $\pi$  ( $=180^\circ$ ) i dette uttrykket.

Adderer vi disse bølgene, får vi (ved enkel manipulasjon av sinusfunksjoner):

$$y_{tot}(x,t) = y_d(x,t) + y_r(x,t) = +2y_0 \cos(2\pi x/\lambda) \sin(2\pi ft) \quad (7)$$

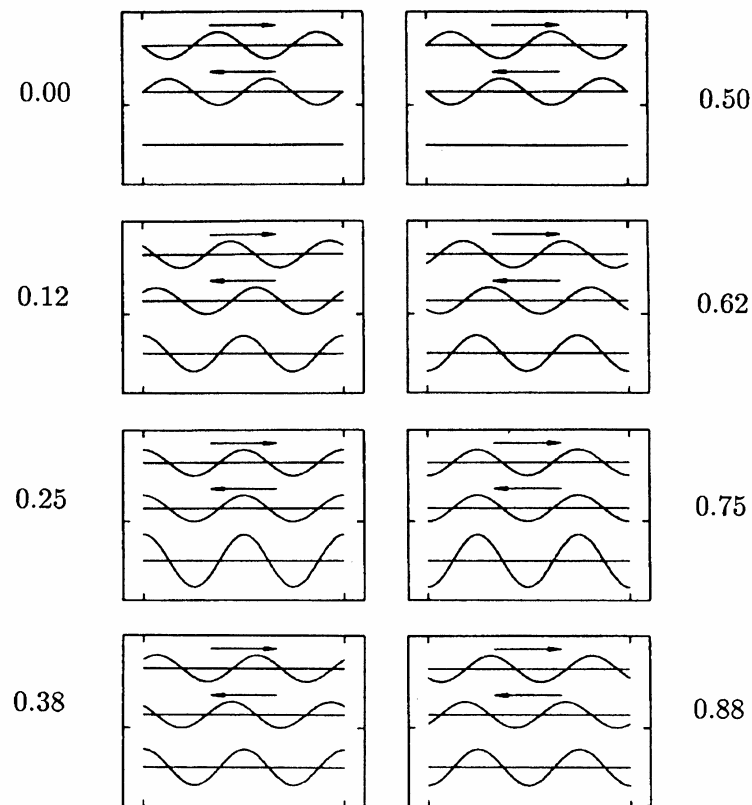
for  $\mathbf{j} = 0$ , og

$$y_{tot}(x,t) = y_d(x,t) + y_r(x,t) = -2y_0 \sin(2\pi x/\lambda) \cos(2\pi ft) \quad (8)$$

for  $\mathbf{j} = \pi$ .

Det er vanskelig å se for seg hvordan bølgene beveger seg, reflekteres og ikke minst hvordan summasjonen av den direkte bølgen og den reflekterte bølgen vil arte seg i praksis. Vi har derfor plottet bølgene for forskjellige tidspunkt i figur 8. Figuren består av en rekke sett av tre bølger. Den øverste er den direkte (opprinnelige) bølgen som beveger seg mot høyre (likning 4), den mellomste er den reflekterte som beveger seg mot venstre (likning 6), og den nederste er summen av de to (likning 7 eller 8). Vi har her valgt et tilfelle der det ikke er noe faseforskyvning på den reflekterte bølgen sammenliknet med den innkommende, og vi har valgt 100% refleksjon. Figuren viser øyeblikksbilder og forteller hvilket utslag ( $y$ ) bølgen da har i de forskjellige posisjonene ( $x$ ) langs mediet den brer seg gjennom. Refleksjonen skjer til høyre, og vi har tegnet bølgen over en avstand lik to bølgelengder

Det kan være illustrerende å tegne alle "sumbølgene" i figur 8 oppå hverandre. Vi får da et bilde som vist i figur 9a. Fire steder langs den strengen vi ser på, vil vi faktisk ikke få *noe* utslag. Vi kaller disse punktene for *knutepunkter* (node på engelsk). Midt mellom disse punktene, samt i endene, vil utslagene være maksimale. Vi kaller dette for de stående bølgenes *buk* (antinode på engelsk).

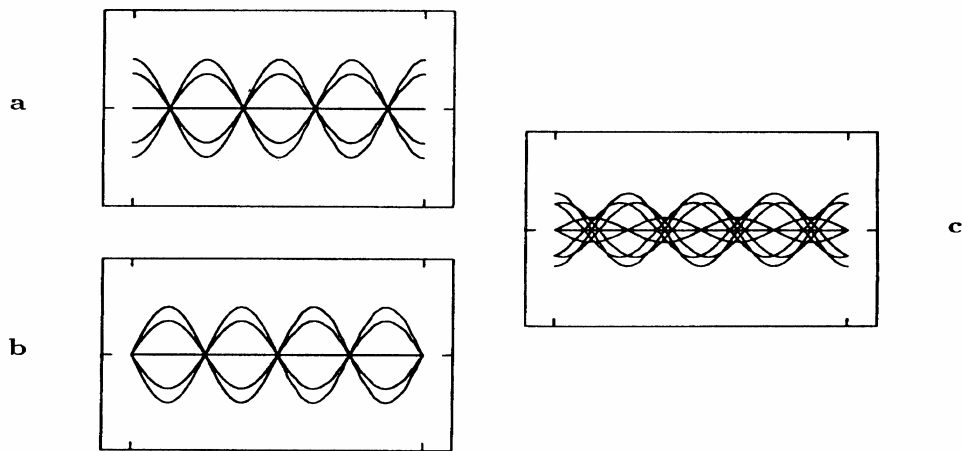


Figur 8: En tidssekvens av øyeblikksbilder som viser den innkommende og den reflekterte bølge, samt summen av disse. Tiden (målt i deler av periodetiden) er gitt ved siden av hvert sett. Du vil kunne se at den øverste bølgen virkelig beveger seg mot høyre, og den midterste mot venstre. Summen av disse (nederst) vil derimot ikke bevege seg hverken mot høyre eller venstre. Vi kaller den derfor for en stående bølge.

Dersom vi inkluderer et faseskift på  $180^\circ$  ved refleksjonen, vil "sumbølgene" over en hel periode se ut som vist i figur 9b. Igjen har vi klare knutepunkter og buker, men i dette tilfellet ligger et knutepunkt i selve refleksjonspunktet.

Anta nå at bare 50% av den innfallende bølgen blir reflektert. Det vil si at den øvrige del av bølgen vil fortsette i et medium til høyre for refleksjonspunktet. Dersom "sumbølgene" tegnes for dette tilfellet, får vi bildet som vist i figur 9c. Vi kan igjen finne knutepunkter og buker, men knutepunktene vil ikke lenger ha utslag lik null, og maksimum utslag vil heller ikke lenger bli dobbelt så stort som det opprinnelige utslaget (til den innkommende bølgen). Det blir altså mindre og mindre forskjell mellom utslagene i buker og knuter etter hvert som graden av refleksjon minker.

Du skal i denne øvelsen få se dette i praksis, og du skal faktisk bruke dette for å bestemme impedansen til en coax-kabel.



Figur 9: Stående bølger: utslag i løpet av én periode (i tid) over en avstand lik to bølgelengder. I **a** er de stående bølgerne framkommet ved 100% refleksjon i høyre ende når faseskiftet ved refleksjonen er 0. I **b** er faseskiftet 180°. I **c** blir bare 50% av bølgerne reflektert (uten faseskift).

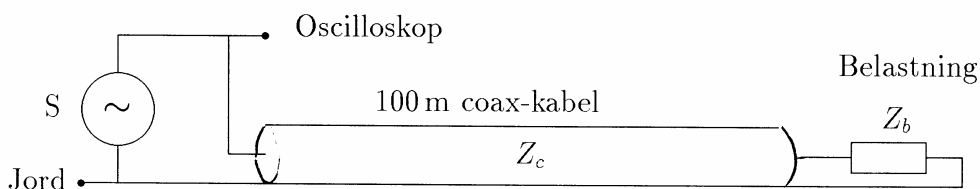
### Oppgave 3: Stående bølger.

I denne oppgaven skal vi bruke en oppstilling der du kan observere stående bølger indirekte og se hvordan grad av refleksjon påvirker disse bølgerne. Ut fra enkle målinger skal du da kunne:

- Si noe om kabelens karakteristiske impedans
- Bestemme hastigheten til det elektromagnetiske signalet i kabelen.

Vi kobler opp som vist i figur 10. En funksjonsgenerator som kan gi harmonisk signal med frekvens  $f$  i intervallet  $\sim 1$  Hz til  $\sim 5$  MHz, sender et signal inn på en coax-kabel.

Kabelens lengde er  $L$ . Signalet forplanter seg med en hastighet  $kc$  langs kabelen, hvor  $c$  er lyshastigheten i vakuum, og  $k$  er reduksjonsfaktoren for hastigheten til signalet i denne kabelen. Det betyr at  $0 < k < 1$ . Når signalet kommer til enden av kabelen, vil en del av signalet overføres til det "mediet" kabelen ender i (belastningen). Den resterende delen av signalet blir reflektert, og det kommer omsider tilbake til utgangspunktet. (Den reflekterte bølgen blir så absorbert i dette punktet slik at vi slipper gjentatte refleksjoner.)



Figur 10: Oppkobling ved studier av stående bølger i en kabel.

Når signalet reflekteres, adderes det til det utgående signalet. Det blir en addering av to vekselspenninger med samme frekvens, og stående bølger oppstår slik vi har beskrevet tidligere.

Det hadde vært interessant å kunne gå inn og måle amplituden forskjellige steder langs kabelen for å bestemme knute og buk. Dette lar seg ikke gjøre i praksis. Det eneste punktet vi har tilgjengelig er matepunktet, og vi kan ikke med én måling avgjøre om dette punktet tilsvarer en knute eller buk eller noe midt imellom. Vi gjør da et triks. Vi endrer *frekvensen* (bølgelengden) på signalet, for da vil vi kunne forskyve knutene og bukene langs kabelen slik at disse av og til vil falle på matepunktet. Dette er illustrert i figur 11.

Anta at vi varierer frekvensen fra en verdi som gir maksimum amplitude i matepunktet til den verdi som gir neste maksimum. Med andre ord, vi varierer frekvensen fra vi har én buk til vi får den neste i matepunktet. Forholdsvis enkel regning viser da at differansen mellom de to frekvensene alltid er konstant. Differansen skal være:

$$f_{buk} - f_{forrige\ buk} = kc/2L \quad (9)$$

Det viser seg at vi skal ha samme differans også dersom vi tar utgangspunkt i de frekvensene som gir knuter i matepunktet:

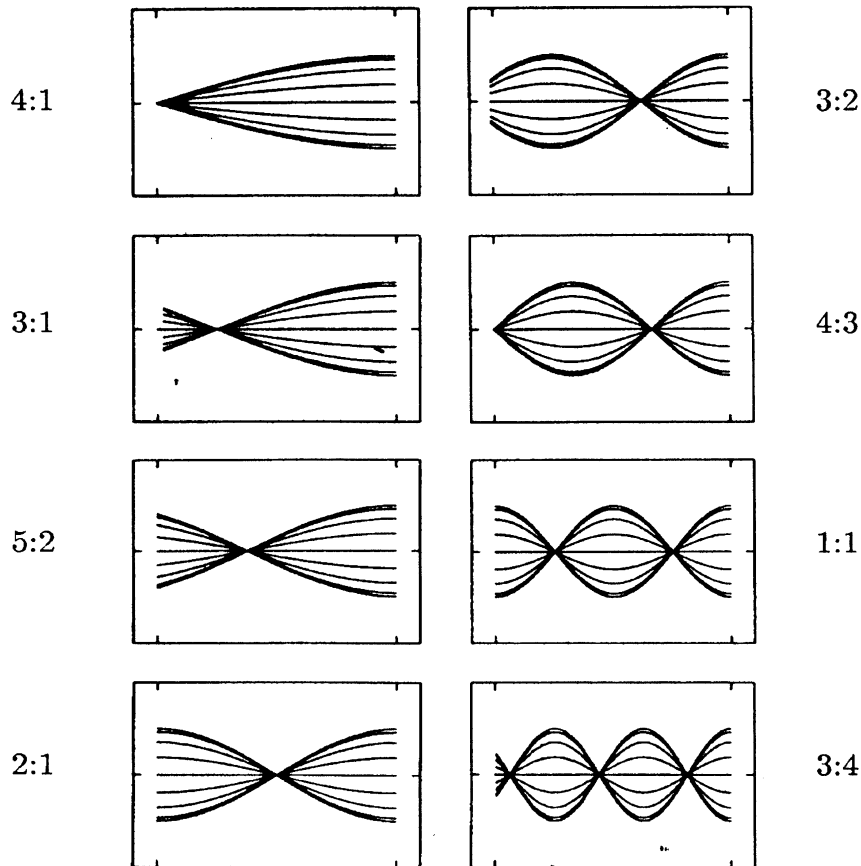
$$f_{knote} - f_{forrige\ knute} = kc/2L \quad (10)$$

Likning 9 og 10 gir oss en svært enkel måte å bestemme hastighetsreduksjonsfaktoren  $k$  på. Når vi kjenner lyshastigheten  $c$  i vakuum og lengden på coaxkabelen (her: 100 m), trengs det egentlig bare to frekvensbestemmelser til for å bestemme  $k$ .

Oppstillingen gir oss også en enkel måte å undersøke hvor stor grad av refleksjon vi har i endepunktet av kabelen. Anta at kabelen har en karakteristisk impedans  $Z_c$  (oppgis i  $\Omega$ ), og belastningen har en impedans som vi betegner  $Z_b$ . Dersom  $Z_c = Z_b$ , vil hele signalet overføres fra kabelen til belastningen, men jo større forskjell mellom impedansene, desto større del av signalet vil reflekteres.

Som tidligere forklart vil vi av og til ha en faseforskyving på  $180^\circ$  på det reflekterte signalet og av og til ikke. I oppsettet du skal bruke er regelen at dersom  $Z_b > Z_c$  vil det ikke være noen slik faseomvandling, men dersom  $Z_b < Z_c$ , vil faseomvandlingen finne sted. Satt opp skjematisk kan vi si at faseskiftet ved refleksjonen er:

$$\mathbf{j} = 0 \text{ for } Z_b > Z_c, \quad \mathbf{j} = \mathbf{p} (180^\circ) \text{ for } Z_b < Z_c. \quad (11)$$



Figur 11: Stående bølge mønster når bølgelengden (frekvensen) varieres. Refleksjon skjer i høyre ende, og det er antatt at faseforskyvningen er lik  $0^\circ$  ved refleksjonen. Det er derfor bestandig en buk der. Målinger i matepunktet til venstre vil vise stort eller lite signal alt etter om vi har en buk eller knute her. Tallene som er gitt viser forholdet mellom bølgelengden og kabelens lengde. Frekvensen øker når dette forholdstallet minker.

### Selve målingene.

Koble opp som vist i figur 10, og start med  $\infty$  resistans (åpen ende) som belastning for kabelen. Still funksjonsgeneratoren i det øverste frekvensområdet (5 MHz innstilling) på trykknappinnstillingen, og knappen for den variable frekvensinnstillingen i minimumsposisjon. Bruk harmonisk signal og amplitudekontrollen omtrent i midtstilling. Øk frekvensen systematisk opp til maksimum, og notér frekvens og amplitude for ethvert maksimum og minimum du går gjennom underveis. Bruk vedlagte skjema. Frekvensen leses av på digitaldisplayet

Gjennomfør dette for samtlige fem belastningsmotstander som er tilgjengelig. Disse er:



$0 \Omega$  (dvs. kortslutning mellom innerleder og kappe)

$22 \Omega$

$51 \Omega$

$100 \Omega$

" $\infty$ " (dvs. coaxkabelen ender uten ekstra belastning)

For én av disse belastningsmotstandene vil det være litt vanskelig å bestemme frekvensene der du har max og min. I dette tilfellet bør du ikke bruke for mye tid på nøyaktig frekvensbestemmelse, men amplituden ved max og ved min bør likevel bestemmes normalt nøyte.

Prøv å beskrive hovedtrekkene i måleresultatene.

Bruk likning 9 (eventuelt likning 10) til å bestemme hastighetsreduksjons faktoren  $k$  for denne kabelen (hvor raskt signalet går relativt til lyshastigheten i vakuum). Det er en fordel om du kan trekke inn så mange måledata som mulig i denne bestemmelsen, selv om ett datasett er tilstrekkelig. Hvilke data bør *ikke* brukes?

Anslå til slutt kabelens karakteristiske impedans. Dette kan gjøres mer eller mindre raffinert; du får selv velge hvor mye arbeid du vil legge inn i dette. Det vi er ute etter er å forsøke å fastsette hvilken resistansverdi som ville medføre null refleksjon i kabelen. Da ville de stående bølgeene bli meget svake (sammenliknet med signalet som går gjennom kabelen). Det vil igjen si at det ville være liten eller ingen forskjell mellom amplituden ved max og amplituden ved min (jamfør med figur 9).

## Utstysrliste:

Oscilloskop

Funksjonsgenerator, med AM og FM modulator (TFG 8104)

Funksjonsgenerator, med DC offset, Topward 8112/8115

BNC T-ledd, 1 stk

3 coaxkabler

mm-papir

### EGNE OPPSTILLINGER FOR OPPGAVE 3:

Oscilloskop

Funksjonsgenerator med frekvensområde 0 – 5 MHz

100 m coax-kabel på snelle

Kort coax-kabel, 3 stk.

Div BNC plugger med forskjellige lastimpedanser

BNC T-ledd



**Skjema for registrering av max og min amplituder og tilhørende frekvenser målt i matepunktet av en coaxialkabel (oppgave 4).**

(Bruk peak-to-peak verdier avlesning av signalet.)

Amplitude								$Z_b =$
Frekvens								

Amplitude								$Z_b =$
Frekvens								

Amplitude								$Z_b =$
Frekvens								

Amplitude								$Z_b =$
Frekvens								

Amplitude								$Z_b =$
Frekvens								