NA Dok. 52
Angivelse av måleusikkerhet ved kalibreringer

Dokument kategori: Krav
Fagområde: Kalibreringslaboratorier

Dette dokumentet er en oversettelse av *EA-4/02*
European Cooperation for Accréditation of Laboratories
Usikkerhetsanalyse av måleresultater

Formål

Dette dokumentet beskriver de krav som gjelder for kalibreringslaboratorier når de skal beregne måleusikkerheten for sine kalibreringer.

Innhold

I Formål

Formålet med dette dokumentet er å harmonisere evalueringen av måleusikkerhet innenfor EA. Dette er gjort ved at man har spesifikke krav til rapportering av måleusikkerhet på kalibreringsbevis som blir utsendt av akkrediterte laboratorier, og ved å bistå akkrediteringsorganet med en harmonisert anvisning av beste måleevne til akkrediterte kalibreringslaboratorier akkreditert av dem. I og med at dette dokumentet er i overensstemmelse med anbefalingene fra ”Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”[1], som er utgitt av sju internasjonale organisasjoner som driver med standardisering og metrologi, vil implementeringen av EA-4/02[4] også fremme global aksept av europeiske måleresultater.

II Forfatterskap

Dette norske dokumentet er utarbeidet av Norsk Akkreditering som en oversettelse av EA-4/02 utarbeidet av 'EAL Task Force for revision of WECC Doc. 19-1990" på vegne av EAL Committee 2 (Calibration and Testing Activities). Denne publikasjonen innebærer en fullstendig revisjon av WECC Doc. 19-1990, som den erstatter.

III Offisielt språk

Teksten fra den engelske versjonen kan oversettes til andre språk dersom det er nødvendig. Den engelske versjonen forblir den gjeldende versjonen.

IV Kopieringsrettighet

V Mer informasjon

For mer informasjon om denne publikasjonen, kontakt det nasjonale medlem av EA, i Norge: Norsk Akkreditering, www.akkreditert.no
Du vil finne en oversikt over EA’s medlemmer på websiden : http://www.european-accreditation.org/

1 Innledning

1.1 Dette dokumentet fastsetter prinsippene for, og kravene til, evaluering av måleusikkerhet ved kalibrering, og hvordan denne blir angitt i kalibreringsbevis. Kravene er lagt på et generelt nivå for at det skal passe alle felt innen kalibrering. Metoden beskrevet her må muligens suppleres med mer spesifikke råd for ulike felt, slik at informasjonen blir mer anvendelig. I utviklingen av slike utfyllende retningslinjer bør de generelle prinsippene i dette dokumentet følges for å sikre harmonisering mellom de ulike feltene.

1.2 Kravene i dette dokumentet er i samsvar med "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", publisert første gang i 1993 på vegne av BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP og OIML [1]. Men i motsetning til referanse [1] som etablerer generelle regler for evaluering og angivelse av måleusikkerhet som kan følges i de fleste typer målinger av fysiske målestørrelser, konsentrerer dette dokumentet seg om den mest passende metoden for målinger i kalibreringslaboratorier. Dette dokumentet beskriver en entydig og harmonisert fremgangsmåte for vurdering og angivelse av måleusikkerhet.
Det omfatter følgende emner:

a) grunnleggende definisjoner
b) metoder for evaluering av måleusikkerhet til inngangsstørrelser
c) sammenheng mellom måleusikkerheten til utgangsstørrelsen og måleusikkerheten til inngangstørrelser
d) utvidet måleusikkerhet til utgangsstørrelsen
e) angivelse av måleusikkerheten
f) en trinn - for - trinn prosedyre for å beregne måleusikkerheten

Eksempler som viser anvendelsen av den viste metoden på spesielle måleproblemer innen forskjellige områder, er gitt i supplementer til den engelske utgaven av dette dokumentet. Evaluering av måleusikkerhet er også omtalt i flere EA-dokumenter. Disse dokumentene gir veiledning til kalibreringsmetoder, og noen inneholder spesifikke utarbeidede eksempler.

1.3 Innen EA er den **beste måleevnen** (alltid referert til en bestemt størrelse, nemlig målestørrelsen) definert som den minste måleusikkerheten laboratoriet kan oppnå innenfor sitt akkrediteringsområde når det utfører mer eller mindre rutinemessige kalibreringer av tilnærmet ideelle målenormaler eller kalibreringer av nært ideelle måleinstrument konstruert for måling av den størrelsen. Disse normalene har til hensikt å definere, realisere, opprettholde eller reprodusere en enhet av den aktuelle størrelse, eller en eller flere av dens verdier. Bedømming av beste måleevne til akkrediterte kalibreringslaboratorier må baseres på metoden som er beskrevet i dette dokumentet, men skal normalt bli støttet eller bekreftet av eksperimentelle bevis. For å hjelpe akkrediteringsorganene med bedømming av den beste måleevnen, er det gitt videre forklaring i vedlegg A.

2 Oversikt og definisjoner

Merk: Begreper med spesiell betydning for sammenhengen i hovedteksten er skrevet med uthevet skrift når de forekommer for første gang i dette dokumentet. Vedlegg B inneholder en ordliste for disse begrepene sammen med referanser til kildedokumentene hvor disse begrepene er hentet fra.

2.1 Angivelsen av resultatene av en måling er komplett bare dersom den inneholder både måleverdien og måleusikkerheten som er knyttet til denne verdien. I dette dokumentet blir alle verdier som ikke er eksakt kjente, behandlet som **tilfeldige variabler**, inkludert influensparametrene som kan påvirke den målte verdien.

2.2 **Måleusikkerheten** er en parameter som er tilknyttet måleresultatet, og som karakteriserer spredningen av verdier som normalt kan tilskrives målestørrelsen[2]. I dette dokumentet er forkortelsen **usikkerhet** brukt i stedet for **måleusikkerhet** dersom det ikke er noen fare for misforståelse. For typiske usikkerhetskilder i en måling, se listen som er gitt i vedlegg C.

2.3 **Målestørrelser** er de aktuelle størrelsene som skal måles. I kalibrering har man vanligvis bare èn målestørrelse eller **utgangsstørrelse,** Y, som avhenger av et bestemt antall **inngangsstørrelser,** X_i (i = 1,2,….,N) i følge den matematiske sammenheng:

$$Y = f(X_1, X_2,\ldots,X_N) \qquad (2.1)$$

Modellfunksjonen eller målefunksjonen f representerer måleprosedyren og evalueringsmetoden. Den beskriver hvordan verdier for utgangsstørrelsen Y fremkommer av verdier fra inngangsstørrelsene X_i. I de fleste tilfellene vil dette være et analytisk uttrykk, men det kan også være en gruppe med slike uttrykk som inkluderer korreksjoner og korreksjonsfaktorer for systematiske effekter, og som derved fører til en mer komplisert sammenheng som ikke er beskrevet ved en eksplisitt funksjon. Videre kan f bli bestemt eksperimentelt, den kan eksistere som bare en EDB-algoritme som må behandles numerisk, eller det kan være kombinasjoner av alle disse.

2.4 Settet av inngangsstørrelser X_i kan grupperes i to kategorier ut i fra hvilken måte verdien for størrelsen og dens usikkerhet er blitt bestemt.

(a) størrelser hvor estimerte verdier og tilhørende usikkerhet blir bestemt direkte i den aktuelle målingen. Disse verdier kan bli fremskaffet f.eks. fra en enkel observasjon, gjentatte observasjoner eller skjønn basert på erfaring. De kan omfatte korreksjoner av instrumentavlesninger så vel som korreksjoner for influensparametre, slik som omgivelsestemperatur, barometrisk trykk eller fuktighet.

(b) størrelser hvor estimerte verdier og tilhørende usikkerhet tilføres målingen eksterne kilder, slik som størrelser knyttet til kalibrerte målenormaler, sertifiserte referansematerialer eller referansedata hentet fra håndbøker.

2.5 Et estimat for målestørrelsen *Y*, med **utgangsestimatet** kalt *y*, kan fås fra ligning (2.1) ved å bruke **inngangsestimatene** x_i for verdier av inngangsstørrelsene X_i

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_N) \tag{2.2}$$

Det er underforstått at inngangsverdiene er beste estimat korrigert for alle påvirkninger av betydning for modellen. Dersom dette ikke er tilfelle, må de nødvendige korrigeringene innføres som separate inngangsstørrelser.

2.6 For en tilfeldig variabel blir **variansen** av dens fordeling, eller den positive kvadratrot av variansen, benevnt **standardavvik**, brukt som et mål for spredningen av variabelens verdier. **Standard måleusikkerhet** som knyttes til utgangsestimatet eller måleresultatet *y*, benevnt $u(y)$, er standardavviket for målestørrelsen *Y*. Det må bestemmes fra estimatene x_i av inngangsstørrelsene X_i og deres tilhørende standard usikkerhet $u(x_i)$. Standard usikkerhet som knyttes til et estimat, har den samme enhet som estimatet. I noen tilfeller kan den **relative standard måleusikkerheten** være egnet. Dette er standard måleusikkerhet dividert med absoluttverdien av estimatet og har derfor ingen enhet. ($u(x_i)/| x_i |$) Dette begrepet kan ikke brukes dersom estimatet er lik null.

3 Evaluering av måleusikkerheten til inngangsestimater

3.1 Generelle betraktninger

3.1.1 Måleusikkerhet knyttet til inngangsestimatene er evaluert i henhold til enten en Type A eller en Type B evalueringsmetode:

Type A evaluering av standard usikkerhet er å evaluere usikkerheten ved en statistisk analyse av en serie med observasjoner. I dette tilfellet er standard usikkerhet det eksperimentelle standardavviket til middelverdien som følger av en gjennomsnittsprosedyre eller en passende regresjonsanalyse.

Type B evaluering av standardusikkerhet er å evaluere usikkerheten ved hjelp av andre metoder enn statistiske analyser av en serie observasjoner. I dette tilfellet er evalueringen av standard usikkerheten basert på annen vitenskapelig kunnskap.

Merk: Det finnes noen tilfeller, som sjelden inntreffer ved kalibrering, der alle mulige verdier for en størrelse ligger på en side av en enkelt grenseverdi. Et velkjent tilfelle er den såkalte cosinusfeilen. For behandling av slike spesielle tilfeller, se ref. [1].

3.2 Type A evaluering av standard usikkerhet

3.2.1 Type A evaluering av standard usikkerhet kan brukes når flere uavhengige observasjoner er foretatt for en av inngangsstørrelsene X_i under de samme målebetingelsene. Dersom det er tilstrekkelig oppløsning i måleprosessen, vil det være en synlig spredning eller fordeling i de oppnådde verdiene.

3.2.2 Anta at den gjentatt målte inngangsstørrelsen X_i er størrelsen Q. Med n statistisk uavhengige observasjoner ($n > 1$), er estimatet til Q lik $\bar{q}$, den **aritmetiske middelverdien** eller **gjennomsnittet** av de individuelt observerte verdiene q_j (j= 1, 2, …., n)

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} q_j \tag{3.1}$$

Måleusikkerheten knyttet til estimatet $\bar{q}$ vurderes i henhold til en av de følgende metoder:

(a) Et estimat av variansen av den underliggende sannsynlighetsfordelingen er den **eksperimentelle variansen** $s^2(q)$ av verdier q_j som er gitt ved

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(q_j - \bar{q}\right)^2 \tag{3.2}$$

Dens (positive) kvadratrot blir kalt **eksperimentelt standardavvik**. Det beste estimatet av variansen til den aritmetiske middelverdien $\bar{q}$ er den eksperimentelle variansen til middelverdien gitt ved:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \tag{3.3}$$

Dens (positive) kvadratrot blir kalt **det eksperimentelle standardavviket til middelverdien**. Standard usikkerhet u($\bar{q}$) forbundet med inngangsestimatet $\bar{q}$ er det **eksperimentelle standardavviket** til middelverdien.

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \tag{3.4}$$

Advarsel! Generelt, når antallet n repeterte målinger er lavt ($n < 10$), må en vurdere påliteligheten av en Type A vurdering av standard usikkerhet, slik denne er uttrykt ved ligningen (3.4). Dersom antallet observasjoner ikke kan økes, må man overveie å bruke andre av de vurderingsmetoder som er omtalt i dette dokumentet.

(b) For en måling som er godt beskrevet og under statistisk kontroll kan et kombinert eller **sammenslått estimat av variansen** s_p^2 være anvendbar. Denne beskriver spredningen bedre enn estimert standardavvik oppnådd ved et begrenset antall observasjoner. I slike tilfeller bestemmes inngangsstørrelsen Q som den aritmetiske middelverdien $\overline{q}$ til et lite antall n uavhengige observasjoner. Variansen til middelverdien estimeres da som:

$$s^2(\overline{q}) = \frac{s_p^2}{n} \tag{3.5}$$

Standard usikkerhet utledes fra ligning (3.4).

3.3 Type B evaluering av standard usikkerhet

3.3.1 Type B evaluering av standard usikkerhet er å evaluere usikkerheten forbundet med et estimat x_i til en inngangsstørrelse X_i ved hjelp av andre metoder enn statistiske analyser av en serie med observasjoner. Standard usikkerheten $u(x_i)$ evalueres ut fra vitenskapelige vurderinger basert på all tilgjengelig informasjon om mulig variasjon av X_i. Verdier som hører til denne kategorien kan bli utledet fra

(a) tidligere måledata
(b) erfaring med eller generell kjennskap til oppførselen og egenskapene til relevante instrumenter eller materiale
(c) leverandørens spesifikasjoner
(d) data gitt i kalibreringsbevis og andre sertifikater
(e) usikkerhet knyttet til referansedata funnet i håndbøker

3.3.2 Den korrekte bruken av den tilgjengelige informasjon for en type B evaluering av standard usikkerhet, krever innsikt basert på erfaring og generell kunnskap. Det er en ferdighet som kan læres ved praktisering. En godt basert evaluering av Type B standard usikkerhet kan være like pålitelig som en Type A evaluering av standard usikkerhet, spesielt i en målesituasjon hvor en Type A evaluering er basert bare på et relativt lite antall av statistisk uavhengige observasjoner. Det må skilles mellom følgende tilfeller:

(a) Når bare en **enkeltverdi** er kjent for størrelsen X_i, f.eks. en enkelt måleverdi, en resulterende verdi av en tidligere måling, en referanse verdi fra litteraturen, eller en korreksjonsverdi, brukes denne verdien som x_i. Standard usikkerhet $u(x_i)$ tilknyttet x_i benyttes når denne er kjent. Hvis ikke, må den beregnes fra entydige usikkerhetsdata. Dersom data av denne type ikke er tilgjengelig, må usikkerheten vurderes på grunnlag av erfaring.

(b) Når en **sannsynlighetsfordeling** kan antas for størrelsen X_i, basert på teori eller erfaring, må den egnede forventningen eller forventningsverdien og kvadratroten av variansen til denne fordelingen tas som estimatet x_i, og den respektive tilhørende standard usikkerheten $u(x_i)$.

(c) Dersom bare **øvre og nedre grenser** a_+ og a_- kan estimeres for verdien av størrelsen X_i (f.eks. leverandørers spesifikasjoner av et måleinstrument, et temperaturområde, en avrundings- eller avkuttingsfeil som resultat av automatisk data reduksjon) må en sannsynlighetsfordeling med konstant sannsynlighetstetthet mellom disse grensene (rektangulær sannsynlighetsfordeling) antas for den mulige variasjon av inngangsstørrelsen X_i. Som følge av tilfelle (b) ovenfor, fører dette til:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \tag{3.6}$$

for den estimerte verdien og

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \tag{3.7}$$

for kvadratet av standard usikkerhet. Dersom forskjellen mellom grenseverdiene er angitt som $2a$, gir ligning (3.7):

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \tag{3.8}$$

Ved utilstrekkelige kunnskap om inngangsstørrelsen X_i, og med fravær av annen informasjon enn grensene for dens variasjon, er den rektangulære fordelingen en rimelig beskrivelse av sannsynlighetsfordelingen til X_i. Men hvis man vet at det er mer sannsynlig at verdien X_i ligger nærmere senteret i variasjons-intervallet enn nær grensene, kan en triangulær- eller normalfordeling være en bedre modell. På den annen side, dersom det er mer sannsynlig at X_i ligger nærmere grensene enn senteret, kan en U-formet fordeling være en bedre tilnærming.

4 Beregning av standard usikkerhet til utgangsestimatet

4.1 For ukorrelerte inngangsstørrelser er kvadratet av standard usikkerheten tilknyttet utgangsestimatet y gitt ved:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) \tag{4.1}$$

Merknad: Det er tilfeller, som sjelden inntreffer i kalibrering, hvor målefunksjonen er sterkt ikke-lineær eller at noen av følsomhetskoeffisientene [se ligningene (4.2) og (4.3)] forsvinner, og høyere ordens ledd må inkluderes i ligning (4. 1). For behandling av slike spesielle tilfeller, se [1].

Størrelsen $u_i(y)$ *(i = 1, 2, ... , N)* er bidraget til standard usikkerheten tilknyttet utgangsestimatet *y* som et resultat av standard usikkerheten tilknyttet inngangsestimatet x_i

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \tag{4.2}$$

hvor c_i er **følsomhetskoeffisienten** tilknyttet inngangsestimatet x_i, dvs. den partiell deriverte av målefunksjonen *f* med hensyn på X_i, evaluert ved inngangsestimatet x_i,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \left.\frac{\partial f}{\partial X_i}\right|_{X_1 = x_1, .., X_N = x_n} \tag{4.3}$$

4.2 Følsomhetskoeffisienten c_i beskriver i hvor stor grad utgangsestimatet *y* blir influert av variasjoner i inngangsestimatet x_i. Den kan finnes fra målefunksjonen *f* ved ligning (4.3) eller ved å bruke numeriske metoder, f.eks. ved å beregne endringen i utgangsestimatet *y* som resultat av en endring i inngangsestimatet x_i med størrelsene $+u(x_i)$ *og* $-u(x_i)$, og deretter sette c_i lik endringen i *y* dividert med $2u(x_i)$. Noen ganger kan det være bedre å finne endringen i utgangsestimatet *y* fra et eksperiment ved å repetere målingen ved for eksempel $x_i \pm u(x_i)$.

4.3 Mens $u(x_i)$ alltid er positiv, er bidraget $u_i(y)$ i følge ligning (4.2) enten positivt eller negativt, avhengig av fortegnet til følsomhetskoeffisienten c_i. Fortegnet til $u_i(y)$ må tas i betraktning i tilfelle inngangsstørrelser er korrelerte, se ligning (D4) i vedlegg D.

4.4 Dersom målefunksjonen *f* er en sum eller en differanse av inngangsstørrelsene X_i

$$f(X_1, X_2, ..., X_N) = \sum_{i=1}^{N} p_i X_i \tag{4.4}$$

er utgangsestimatet i henhold til ligning (2.2) gitt ved korresponderende sum eller differanse av inngangsestimatene

$$y = \sum_{i=1}^{N} p_i x_i \tag{4.5}$$

mens følsomhetskoeffisientene er lik p_i og ligning (4.1) omdannes til

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 u^2(x_i) \tag{4.6}$$

4.5 Dersom målefunksjonen *f* er et produkt eller kvotient av inngangsstørrelsene X_i

$$f(X_1, X_2, ..., X_N) = c\prod_{i=1}^{N} X_i^{p_i} \tag{4.7}$$

er utgangsestimatet igjen et produktet eller kvotienten av inngangsestimatene

$$y = c\prod_{i=1}^{N} x_i^{p_i} \tag{4.8}$$

Følsomhetskoeffisientene er lik $p_i y/x_i$ i dette tilfellet, og et uttrykk tilsvarende ligning (4.6) fremkommer fra ligning (4.1) dersom de relative standard usikkerhetene $w(y) = u(y)/|y|$ og $w(x_i) = u(x_i)/|x_i|$ benyttes,

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 w^2(x_i) \tag{4.9}$$

4.6 Dersom to inngangsverdier X_i og X_k er **korrelerte** i noen grad, dvs. dersom de på en eller annen måte er gjensidig avhengige, må deres **kovarians** også betraktes som et bidrag til usikkerheten. Se vedlegg D for hvordan dette skal gjøres. Muligheten for å ta hensyn til effekten av korrelasjonene avhenger av kjennskapet til måleprosessen og av vurderingen av gjensidig avhengighet av inngangsverdiene. Generelt kan neglisjering av korrelasjon mellom inngangsverdiene føre til en ukorrekt evaluering av målestørrelsens standard usikkerhet.

4.7 Kovariansen som er knyttet til estimatene av de to inngangsstørrelsene X_i og X_k kan antas å være null eller behandles som ubetydelige dersom:

(a) inngangsverdiene X_i og X_k er uavhengige, f eks. fordi de gjentatte ganger, men ikke samtidig, er observert i ulike uavhengige eksperimenter, eller fordi de representerer resulterende størrelser av ulike uavhengige evalueringer

(b) enten inngangsstørrelsen X_i eller inngangsstørrelsen X_k kan behandles som konstant

(c) undersøkelser ikke tyder på at det er korrelasjon mellom inngangsverdiene X_i og X_k.

Noen ganger kan korrelasjonene elimineres ved et passelig omarbeiding av målefunksjon.

4.8 Usikkerhetsanalysen for en måling, noen ganger kalt usikkerhetsbudsjettet for målingen, bør inkludere en liste over alle kilder til usikkerhet sammen med de tilhørende standard usikkerhetene for målingen og metodene som er brukt for å evaluere dem. For gjentatte målinger skal også antallet n av observasjoner oppgis. For ordens skyld anbefales det å presentere relevante data fra denne analysen i en tabell. I denne tabellen bør alle størrelser være referert ved et fysisk symbol X_i eller en kort identifikasjon. For hver av dem skal i det minste estimatet x_i, den tilhørende standard måleusikkerheten $u(x_i)$, følsomhetskoeffisienten c_i og de forskjellige bidragene $u_i(y)$ være spesifisert. Enheten til hver av størrelsene bør også være angitt sammen med de numeriske verdiene gitt i tabellen.

4.9 Et typisk eksempel på et slik oppsett er gitt i tabell 4. 1, som kan anvendes for tilfellet med ukorrelerte inngangsverdier. Standard usikkerheten knyttet til måleresultatet $u(y)$ som står nede i høyre hjørne av tabellen, er roten av summen av kvadratene av alle usikkerhetsbidragene i den ytterste høyre kolonnen. Den grå delen av tabellen er ikke fylt ut.

Tabell 4.1: **Skjematisk fremstilling av et ordnet oppsett av størrelser, estimater, standard usikkerhet, følsomhetskoeffisienter og usikkerhetsbidrag som blir brukt i usikkerhetsanalyse av en måling.**

Størrelse X_i	Estimat x_i	Standard usikkerhet $u(x_i)$	Følsomhets koeffisient c_i	Bidrag til standard usikkerhet $u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_2	$u_2(y)$
:	:	:	:	:
X_N	x_N	$u(x_N)$	c_N	$u_N(y)$
Y	y			$u(y)$

5 Utvidet måleusikkerhet

5.1 Innen EA har det blitt bestemt at kalibreringslaboratorier som er akkreditert av medlemmer av EA skal oppgi en **utvidet måleusikkerhet *U***, som fremkommer ved å multiplisere standard usikkerheten *u(y)* til utgangsestimatet med en dekningsfaktor (coverage factor) k,

$$U = k \cdot u(y) \tag{5.1}$$

I tilfeller hvor en normalfordeling (Gaussfordelingen) kan tilskrives målestørrelsen, og standard usikkerheten tilknyttet utgangsestimatet har tilstrekkelig pålitelighet, skal en bruke dekningsfaktor $k = 2$ som standard. Den foreskrevne utvidete usikkerheten tilsvarer en **dekningssannsynlighet** på tilnærmet 95%. Disse betingelsene er oppfylt i de fleste tilfellene innen kalibreringsarbeid.

5.2 Antagelsen om at man har en normal fordeling, kan ikke alltid så lett bekreftes eksperimentelt. Men i tilfeller hvor flere (dvs, $N \geq 3$) usikkerhetskomponenter bidrar til standard usikkerheten, og disse usikkerhetskomponentene er utledet fra vel karakteriserte sannsynlighetsfordelinger med uavhengige størrelser, eks. normalfordelinger eller rektangulære fordelinger, og disse usikkerhetskomponentene gir sammenlignbare bidrag til standard usikkerheten knyttet til utgangsestimatet, tilfredsstilles kravene til Sentralgrenseteoremet, og det kan antas med en høy grad av tilnærming at utgangsstørrelsen er normalfordelt.

5.3 Påliteligheten til standard usikkerheten tilordnet utgangsestimatet er bestemt av dets effektive frihetsgrader (se vedlegg E). Imidlertid er pålitelighetskriteriet alltid tilfredsstilt dersom ingen av usikkerhetsbidragene som fremkommer fra en Type A evaluering har færre enn ti gjentatte observasjoner.

5.4 Dersom et av disse kravene (normalitet eller tilstrekkelig pålitelighet) ikke er oppfylt, kan dekningsfaktor $k = 2$ gi en utvidet usikkerhet som tilsvarer en dekningssannsynlighet på mindre enn 95%. I disse tilfellene skal andre prosedyrer bli fulgt for å sikre at den utvidete usikkerheten angis med den samme deknings-sannsynligheten som i det normale tilfellet. Bruken av tilnærmet den samme dekningssannsynlighet er alltid viktig når to måleresultater av samme størrelse skal sammenlignes, f.eks. når resultatene fra sammenlignende laboratorieprøver vurderes eller når man vurderer samsvar med en spesifikasjon.

5.5 Selv om man kan anta at målestørrelsen er normalfordelt, kan det likevel inntreffe at standard usikkerheten knyttet til utgangsestimatet ikke er tilstrekkelig pålitelig. Dersom det i et slikt tilfellet ikke er hensiktsmessig å øke antallet *n* av repeterte målinger eller å bruke en **Type B** evaluering i stedet for **Type A** evaluering med dårlig pålitelighet, skal metoden gitt i vedlegg E benyttes.

5.6 For de gjenværende tilfeller, dvs. alle tilfeller hvor antagelsen om en normalfordeling ikke kan rettferdiggjøres, må informasjon om den aktuelle sannsynlighetsfordelingen av utgangsestimatet brukes for å fremskaffe en verdi av dekningsfaktoren *k* som tilsvarer en dekningssannsynlighet på tilnærmet 95%.

6 Angivelse av måleusikkerhet i kalibreringsbevis

6.1 I kalibreringsbevis skal det samlede resultatet fra målingen som består av estimatet *y* av målestørrelsen og den tilhørende utvidede usikkerheten *U*, være gitt på formen ($y \pm U$). Til dette må en forklarende beskrivelse legges til, denne bør generelt ha følgende innhold:

Den rapporterte utvidede måleusikkerheten er angitt som standard måleusikkerhet multiplisert med dekningsfaktor k = 2, som for en normalfordeling korresponderer til en dekningssannsynlighet på tilnærmet 95%. Standard måleusikkerhet er bestemt i samsvar med EA-publikasjon "EA 4/02"

.

6.2 Imidlertid, i tilfeller hvor prosedyren i vedlegg E er fulgt, bør den forklarende beskrivelsen være utformet som følger:

Den rapporterte utvidede måleusikkerheten er angitt som standard måleusikkerhet multiplisert med dekningsfaktor k = XX, som for en t-fordeling med ν_{eff} *= YY effektive frihetsgrader, tilsvarer en dekningssannsynlighet på tilnærmet 95 %. Standard måleusikkerhet er bestemt i samsvar med EA-publikasjon "EA 4/02"*

6.3 Tallverdien til måleusikkerheten bør angis med høyst to signifikante siffer. Tallverdien til måleresultatet bør i den endelige angivelsen normalt avrundes til det minst signifikante siffer i verdien av den utvidede usikkerheten som er tilordnet måleresultatet. For avrundingsprosessen må de vanlige reglene for avrunding av tall benyttes (Flere detaljer angående avrunding er gitt i ISO 31-0:1992, vedlegg B). Imidlertid, dersom avrundingen reduserer tallverdien av måleusikkerheten med mer enn 5 %, skal verdien rundes av oppover.

7 Trinn – for - trinn prosedyre for å beregne måleusikkerhet

7.1 Det følgende er en veiledning for bruk av dette dokumentet i praksis (konferer med utarbeidede eksempler i separate tilleggsdokumenter):

(a) Uttrykk målestørrelsen *Y* sin avhengighet av inngangsstørrelsene X_i som en matematisk ligning, i henhold til ligning (2.1). Dersom man gjør en direkte sammenligning av to normaler kan ligningen være enkel, for eksempel: $Y = X_1 + X_2$

(b) Identifiser og bruk alle signifikante korreksjoner.

(c) List opp alle usikkerhetskilder i form av en usikkerhetsanalyse i henhold til avsnitt 4.

(d) Beregn standard usikkerhet $u(\overline{q})$ for størrelser som er målt gjentatte ganger i henhold til underavsnitt 3.2.

(e) For enkeltverdier, for eksempel resulterende verdier av foregående målinger, korreksjonsverdier eller verdier fra litteraturen, bruk standard usikkerhet der den er angitt eller kan bli beregnet i følge paragraf 3.3.2(a). Ta hensyn til usikkerhetsfremstillingen som brukes. Dersom det ikke finnes data til å utlede standardusikkerheten, fastslå en verdi av $u(x_i)$ ut fra vitenskapelig erfaring.

(f) Beregn middelverdi og standard usikkerhet $u(x_i)$ i henhold til paragraf 3.3.2 (b) for de inngangsverdier hvor sannsynlighetsfordelingen er kjent eller kan antas. Dersom bare øvre og nedre grensene er gitt eller kan bli estimert, beregn standard usikkerhet $u(x_i)$ i henhold til paragraf 3.3.2 (c).

(g) Beregn for hver inngangsstørrelse X_i, bidraget $u_i(y)$ til usikkerheten tilknyttet utgangsestimatet fra inngangsestimatet x_i i henhold til ligningene (4.2) og (4.3) og summer deres kvadrater som beskrevet i ligning (4.1) for å få kvadratet av standard usikkerhet $u(y)$ til målestørrelsen. Dersom inngangsstørrelsene er korrelerte, anvend prosedyren som er gitt i vedlegg D.

(h) Beregn den utvidede usikkerheten U ved å multiplisere standard usikkerheten $u(y)$ til utgangsestimatet med en dekningsfaktor k valgt i samsvar med avsnitt 5.

(i) Rapporter resultatene av målingen som omfatter estimatet y av målestørrelsen, den tilknyttede utvidede usikkerheten U og dekningsfaktoren k i kalibreringsbeviset i henhold til avsnitt 6.

8 Referanser

[1] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, first edition, 1993, corrected and reprinted 1995, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)

[2] *International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology*, second edition, 1993, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)

[3] International Standard ISO 3534-1, *Statistics - Vocabulary and symbols - Part 1: Probability and General Statistical Terms*, first edition, 1993, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)

[4] EA 4/02 *Expression of Uncertainty of Measurement in Calibration*, December 1999 European Co-operation for Accreditation

VEDLEGG

Vedlegg A: Kommentarer om vurdering av beste måleevne

A1 Beste måleevne (se avsnitt 1 i hovedteksten) er en av parametrene som brukes for å definere **akkrediteringsomfanget** for et akkreditert kalibreringslaboratorium. De andre parametrene er fysiske størrelser, kalibreringsmetode eller instrumenttype som skal kalibreres og måleområde. Beste måleevne er normalt fastsatt i **akkrediteringsdokumentet** eller i andre dokumenter som støtter enten **akkrediteringsvedtaket** eller **akkrediteringsdokumentet.** Av og til er det beskrevet både i akkrediteringsdokument og i tilhørende dokumenter. Beste måleevne er en av de viktigste opplysninger som finnes i oversikt over akkrediterte laboratorier som jevnlig utgis av akkrediteringsorganer og som blir brukt av potensielle kunder av akkrediterte laboratorier for å vurdere hvor velegnet et laboratorium er til å utføre et spesielt kalibreringsarbeid på laboratoriet eller hos kunden.

A2 For å gjøre det mulig å sammenligne måleevnen til ulike kalibreringslaboratorier, og særlig laboratorier som er akkreditert av ulike akkrediteringsorganer, må fremstillingen av den beste måleevnen være harmonisert. For å gjøre dette lettere, er det gitt noen forklaringer under om begrepet "beste måleevne", basert på definisjonen, slik den er gjengitt i hovedteksten.

A3 Med "mer eller mindre rutinekalibreringer" menes at laboratoriet skal være i stand til oppnå den stadfestede måleevnen i **normalt** arbeid som utføres under dets akkreditering. Det finnes opplagt tilfeller hvor laboratoriet vil være i stand til å gjøre det bedre som et resultat av omfattende undersøkelser og ekstra forholdsregler, men disse tilfellene er ikke dekket av definisjonen "beste måleevne", dersom det ikke er en uttalt prinsipp for laboratoriet å utføre slike vitenskapelige undersøkelser (og hvor disse i så fall blir "mer eller mindre rutine" type kalibreringer for laboratoriet).

A4 Ved å ta med forbeholdet "tilnærmet ideell" i definisjonen menes at den beste måleevnen ikke bør avhenge av egenskaper ved objektet som skal kalibreres. I det å være ”tilnærmet ideell” ligger det at målingen ikke kan ha et betydelig bidrag til usikkerheten som tilskrives fysiske effekter som skyldes mangler ved objektet som skal kalibreres. Imidlertid skal slike objekter være tilgjengelige. Dersom det er anerkjent at selv det mest "ideelle” objekt bidrar til måleusikkerheten, skal dette bidraget inkluderes i bestemmelsen av beste måleevne, og det skal bemerkes at beste måleevne refererer til kalibrering av denne typen innretninger.

A5 Definisjonen av beste måleevne medfører at innen **dets akkreditering** kan ikke laboratoriet erklære en mindre måleusikkerhet enn den beste måleevnen. Med dette menes at laboratoriet skal være nødt til å angi en høyere usikkerhet enn den som tilsvarer beste måleevne når det er fastslått at den aktuelle kalibreringsprosessen bidrar betydelig til måleusikkerheten. Det er typisk at utstyret som kalibreres kan gi et bidrag. Den faktiske måleusikkerheten kan aldri være mindre enn den beste måleevnen. Laboratoriet skal bruke prinsippene i dette dokumentet ved angivelse av den faktiske usikkerheten.

A6 Det må understrekes at i følge definisjonen av beste måleevnen er begrepet kun anvendelig på resultater hvor laboratoriet gjør krav på status som akkreditert laboratorium. Derfor, er begrepet strengt tatt av administrativ karakter og trenger nødvendigvis ikke reflektere laboratoriets egentlige tekniske måleevne. Det bør være mulig for et laboratorium å søke akkreditering med en større måleusikkerhet enn dets tekniske måleevne, dersom laboratoriet har interne grunner for å gjøre dette. Slike interne grunner gjelder vanligvis tilfeller hvor den egentlige måleevnen må holdes konfidensiell for eksterne kunder, for eksempel når det utføres forskning og utviklingsarbeid eller når det ytes tjenester for spesielle kunder. Holdningen til akkrediteringsorganet må være å gi akkreditering for ethvert anvendt nivå dersom laboratoriet er i stand til å utføre kalibreringer på det nivået.(Denne betraktningen gjelder ikke bare beste måleevne, men også alle parametere som definerer et omfang til et kalibreringslaboratorium).

A7 Vurdering av den beste måleevnen er akkrediteringsorganets oppgave. Beregningen av måleusikkerheten som definerer den beste måleevnen skal følge prosedyren i dette dokumentet, med unntak av tilfellet som ble dekket i det forrige underkapitlet. Den beste måleevnen skal fremstilles på det samme nivået som er krevd for kalibreringsbevis, dvs. i form av en utvidet måleusikkerhet, normalt med dekningsfaktor $k = 2$. (Bare i de uvanlige tilfellene hvor man ikke kan anta en normalfordeling eller hvor vurderingen er basert på begrensede data, må den beste måleevnen fastsettes med en dekningssannsynlighet på ca. 95 %. Se avsnitt 5 i hovedteksten.)

A8 Alle komponenter som bidrar betydelig til måleusikkerheten, skal tas med når den beste måleevnen skal vurderes. Vurderingen av bidragene som er kjent for å variere med tiden eller med andre fysiske størrelser, kan baseres på grenser for mulige variasjoner som antas å oppstå under normale arbeidsforhold. Hvis f.eks arbeidsnormalen er kjent for å drifte, må bidraget fra driften mellom etterfølgende kalibreringer bli tatt hensyn til når en vurderer usikkerhetsbidraget fra arbeidsnormaler.

A9 For visse områder kan måleusikkerheten avhenge av en tilleggsparameter, for eksempel frekvensen til den anvendte spenningen når man kalibrerer motstandsnormaler. Slike tilleggsparametere skal nevnes sammen med den aktuelle fysiske størrelsen og den beste måleevnen som er spesifisert for tilleggsparametrene. Ofte kan dette bli gjort ved at den beste måleevnen gis som en funksjon av disse parametrene.

A10 Den beste måleevnen skal normalt uttrykkes numerisk. Når den beste måleevnen er en funksjon av den størrelsen den refererer til (eller enhver annen parameter), skal den uttrykkes analytisk. Men i dette tilfellet kan det være illustrerende å ledsage utsagnet med en skisse. Det bør alltid være utvetydig klart om beste måleevne er gitt i absolutt eller relativ form. (Vanligvis vil den relevante enheten gi nødvendig forklaring, men i tilfellet med dimensjonløse størrelser er det nødvendig med et eget utsagn.)

A11 Selv om bedømmingen skal baseres på prosedyrene i dette dokumentet, er det i hovedteksten krav om at bedømmingen normalt skal være "støttet eller bekreftet av eksperimentelle bevis". Meningen med dette kravet er at akkrediteringsorganet ikke kun skal stole på vurderingen av måleusikkerheten. Sammenlignende laboratorieprøving (SLP) som underbygger evalueringen skal utføres under oppsyn av akkrediteringsorganet, eller på dets vegne.

Vedlegg B: Noen relevante termer

B 1 **Aritmetisk middelverdi** (fra [3] uttrykk 2.26)
Summen av verdier dividert på antallet av verdier.

B2 **Beste måleevne** (avsnitt 1)
Den minste måleusikkerheten laboratoriet kan oppnå innen sitt akkrediteringsområde når det utfører mer eller mindre rutinemessige kalibreringer av tilnærmet ideelle målenormaler eller kalibreringer av tilnærmet ideelle måleinstrument konstruert for måling av den størrelsen. Disse normalene har til hensikt å definere, realisere, konservere eller reprodusere en enhet av den aktuelle størrelse, eller en eller flere av dens verdier.

B3 **Korrelasjon** (fra [3] uttrykk 1.13)
Avhengighet mellom to eller flere tilfeldige variabler innen en fordeling av to eller flere tilfeldige variabler.

B4 **Korrelasjonskoeffisient** (fra[1] avsnitt C3.6)
Målet på den relative gjensidige avhengigheten mellom to tilfeldige variabler, som er lik forholdet mellom deres kovarians og den positive kvadratroten av produktet av deres varianser.

B5 **Kovarians** (fra [1] avsnitt C3.4)
Målet på den gjensidige avhengigheten mellom to tilfeldige variabler, som er lik forventningsverdien til produktet av to tilfeldige variables avvik fra deres respektive forventningsverdier.

B6 **Dekningsfaktor** (fra [1] uttrykk 2.3.6)
En numerisk faktor som blir brukt som en multiplikator for standard måleusikkerhet for å oppnå en utvidet måleusikkerhet.

B7 **Dekningssannsynlighet** (fra [1] uttrykk 2.3.5, note 1)
Brøken/andelen (vanligvis stor) av fordelingen av verdier, som et resultat av en måling, med rimelighet kan tilskrives målestørrelsen.

B8 **Eksperimentelt standardavvik** (fra [2] uttrykk 3.8)
Den positive kvadratroten av den eksperimentelle variansen.

B9 **Utvidet usikkerhet** (fra [1] uttrykk 2.3.5)
En størrelse som definerer et intervall rundt måleresultatet som kan antas å omfatte en stor del av fordelingen av verdier som med rimelighet kan tilskrives målestørrelsen.

B10 **Eksperimentell varians** (fra [1] avsnitt 4.2.2)

Størrelsen som karakteriserer spredningen av resultatene av en serie på *n* observasjoner av samme målestørrelse gitt ved likning (3.2) i teksten.

B11 **Inngangsestimat** (fra [1] avsnitt 4.1.4)
Estimatet av en inngangsstørrelse som blir brukt i vurderingen av resultatene av en måling.

B12 **Inngangsstørrelse** (fra [1] avsnitt 4.1.2)
En størrelse som målestørrelsen avhenger av, og som tas med ved vurdering av måleresultat.

B13 **Målestørrelse** (fra [2] uttrykk 2.6)
Den enkelte størrelsen som måles.

B14 **Utgangsestimat** (fra [1] avsnitt 4.1.4)
Resultatet av en måling som blir beregnet fra inngangsestimatene ved hjelp av målefunksjonen.

B15 **Utgangsstørrelse** (fra [1] avsnitt 4.1.2)
Størrelsen som representerer målestørrelsen i vurderingen av en måling.

B16 **Sammenslått estimat av variansen** (fra [1] avsnitt 4.2.4)
Et estimat av den eksperimentelle variansen fra en lang serie med observasjoner av samme målestørrelse i veldefinerte målinger under statistisk kontroll.

B17 **Sannsynlighetsfordeling** (fra [3] uttrykk 1.3)
En funksjon som gir sannsynligheten for at en tilfeldig variabel antar en hvilken som helst bestemt verdi eller som tilhører et bestemt sett av verdier.

B18 **Tilfeldig variabel** (fra [1] uttrykk 1.2)
En variabel som kan ha enhver verdi innenfor et spesifikt sett med verdier, og som det er knyttet en sannsynlighetsfordeling til.

B19 **Relativ standard måleusikkerhet** (fra [1] avsnitt 5.1.6)
Standard usikkerheten til en størrelse dividert med estimatet for den størrelsen.

B20 **Følsomhetskoeffisienten knyttet til et inngangsestimat** (fra [1] avsnitt 5.1.3)
Den differensielle endringen i utgangsestimatet forårsaket av en differensiel endring i inngangsestimatet dividert på endringen i inngangsestimatet.

B21 **Standardavvik** (fra [1] uttrykk 1.23)
Den positive kvadratroten av variansen til en tilfeldig variabel.

B22 **Standard måleusikkerhet** (fra [1] uttrykk 2.3. 1)
Måleusikkerheten uttrykt som standardavvik

B23 **Type A evalueringsmetode** (fra [1] uttrykk 2.3.2)
Evalueringsmetoden for måleusikkerhet ved hjelp av statistisk analyse av en serie observasjoner.

B24 **Type B evalueringsmetode** (fra [1] uttrykk 2.3.3)
Evalueringsmetode for måleusikkerhet ved hjelp av andre metoder enn statistisk analyse av en serie observasjoner.

B25 **Måleusikkerhet** (fra [2] uttrykk 3.9)
En parameter, tilhørende et måleresultat, som karakteriserer spredningen av verdier som med stor grad av rimelighet kan tilskrives målestørrelse.

B26 **Varians** (fra [3] uttrykk 1.22)
Forventningen av kvadratet av en tilfeldig variabels avvik rundt dens forventningsverdi.

Vedlegg C: Kilder til måleusikkerhet

C1 Usikkerheten ved resultatet av en måling gjenspeiler mangelen på fullstendig kjennskap til målestørrelsens verdi. Fullstendig kjennskap krever en uendelig mengde med informasjon. Fenomener som bidrar til usikkerheten og dermed til det faktum at måleresultatet ikke kan karakteriseres ved en unik verdi, blir kalt usikkerhetskilder. I praksis er det mange mulige kilder til usikkerhet i en måling [1]. Dette inkluderer:

a) ufullstendig definisjon av målestørrelsen
b) dårlig realisering av definisjonen av målestørrelsen
c) ikke-representativt utvalg - utvalget som måles trenger ikke være representativt for målestørrelsen
d) utilstrekkelig kjente effekter av miljøforhold eller ufullstendige målinger av disse
e) personlige avlesningsfeil av analoge instrumenter
f) begrenset instrumentoppløsning eller diskriminerende terskel
g) ikke-eksakte verdier av målenormaler og referansematerialer
h) ikke-eksakte verdier på konstanter og andre parametre fremskaffet fra eksterne kilder og brukt i data-reduksjonsalgoritmer
i) tilnærminger og antagelser i målemetoder og prosedyrer
j) variasjoner i gjentatte observasjoner av målestørrelsen under tilsynelatende identiske forhold

C2 Disse kildene er ikke nødvendigvis uavhengige. Noen av kildene (a) til (i) kan bidra til (j)

Vedlegg D: Korrelerte inngangsstørrelser

D1 Dersom det er kjent at de to inngangsstørrelser X_i og X_k til en viss grad er korrelerte, det vil si de er avhengig av hverandre på en eller annen måte, må **kovariansen** som er knyttet til de to estimatene x_i og x_k

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \qquad (i \neq k) \qquad \text{(D.1)}$$

bestemmes som et tilleggsbidrag til usikkerheten. Graden av korrelasjon er karakterisert ved korrelasjons koeffisienten $r(x_i, x_k)$ (hvor $i \neq k$ og $|r| \leq 1$).

D2 Har man n uavhengige par med samtidige repeterte observasjoner av to størrelser P og Q, er kovariansen forbundet med de aritmetiske middelverdiene $\overline{p}$ og $\overline{q}$ gitt ved:

$$s(\overline{p}, \overline{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^{n} (p_j - \overline{p})(q_j - \overline{q}) \qquad \text{(D.2)}$$

og ved substitusjon kan r beregnes fra ligning (D.1)

D3 For influensparametere må enhver grad av korrelasjon baseres på erfaring. Når det er en korrelasjon, må ligning (4.1) erstattes med

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N} c_i c_k u(x_i, x_k) \qquad \text{(D.3)}$$

hvor c_i og c_k er følsomhetskoeffisientene definert ved ligning (4.3) eller

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N} u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \qquad \text{(D.4)}$$

med bidragene $u_i(y)$ til standard usikkerheten til utgangsestimatet y som resulterer fra standard usikkerheten til inngangsestimatet x_i gitt ved ligning (4.2). Det anmerkes at den andre summeringen av leddene i ligning (D.3) eller (D.4) kan bli negativ.

D4 I praksis er ofte inngangsverdiene korrelerte fordi den samme referansenormalen, måleinstrumentet, referansenullpunktet, eller målemetoden med en signifikant usikkerhet, benyttes i evalueringen av disse verdiene. Uten tap av allmenngyldighet, anta at de to inngangsstørrelsene X_1 og X_2, estimert ved x_1 og x_2 avhenger av settet med uavhengige variabler $Q_l(l=1,2,..L)$

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, .., Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, .., Q_L) \end{aligned} \tag{D.5}$$

selv om noen av disse variablene ikke nødvendigvis opptrer i begge funksjoner. Estimatene x_1 og x_2 av inngangsstørrelsene vil til en viss grad være korrelerte, selv om estimatene $q_l (1=1,2,..., L)$ er ukorrelerte. I så tilfelle er kovariansen $u(x_1,x_2)$ som er knyttet til estimatene $x_1$og x_2 gitt ved:

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^{L} c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \tag{D.6}$$

hvor c_{1l} og c_{2l} er følsomhetskoeffisientene utledet fra funksjonene g_l og g_2 analogt til likning (4.3). Fordi bare de ledd hvis følsomhetskoeffisienter ikke forsvinner, bidrar til summen, er kovariansen null hvis ingen variabel er felles for funksjonene g_l og g_2. Korrelasjonskoeffisienten $r(x_1,x_2)$ knyttet til estimatene x_1 og x_2 blir bestemt av likning (D.6) sammen med likning (D.1).

D5 Følgende eksempel viser korrelasjonene mellom to verdier på to normaler som er kalibrert mot den samme hovednormal.

Måleproblem
De to normalene X_1og X_2 er sammenlignet med referansenormalen Q_S ved hjelp av et målesystem som er i stand til å bestemme en forskjell z i verdiene deres med en tilknyttet usikkerhet $u(z)$. Verdien q_s til referansenormalen har en tilhørende standard usikkerhet $u(q_s)$.

Matematisk modell
De estimerte x_1 og x_2 avhenger av verdien q_s av referansenormalen og den observerte forskjellen z_1 og z_2 i henhold til ligningene:

$$\begin{aligned} x_1 &= q_s - z_1 \\ x_2 &= q_s - z_2 \end{aligned} \tag{D.7}$$

Standard usikkerhet og kovarianser

Estimatene z_1 ,z_2 og q_s antas å være ukorrelerte fordi de er bestemt ved ulike målinger. Standard usikkerheten beregnes fra likning (4.4) og kovariansen assosiert med estimatene x_1 *og* x_2 beregnes fra likning (D.6), antatt at $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$:

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u^2(x_1, x_2) &= u^2(q_s) \end{aligned} \tag{D.8}$$

Korrelasjonskoeffisienten utledet fra disse resultatene er:

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_s)}{u^2(q_s) + u^2(z)} \tag{D.9}$$

Korrelasjonskoeffisientens verdiområde er fra 0 til +1 avhengig av forholdet mellom standard usikkerheten $u(q_s)$ og $u(z)$

D6 Tilfellet som er beskrevet av likning (D.5) er en hendelse hvor innbefatningen av korrelasjonen i vurdering av standard usikkerheten av målestørrelsen unngås ved en passende valg av målefunksjon. Ved å introdusere direkte de uavhengige variablene Q_l ved å erstatte de originale variablene X_1 og X_2 i målefunksjonen f i henhold til transformasjonslikningene (D.5), gir dette oss en ny målefunksjon som ikke lenger inneholder de korrelerte variablene X_1 og X_2.

D7 Det er tilfeller hvor korrelasjonen mellom to inngangsstørrelser X_1 og X_2 ikke kan unngås, for eksempel når man bruker de samme måleinstrumentene eller den samme referansenormalen ved bestemmelse av inngangsestimatene, men hvor transformasjons-likninger til nye uavhengige variabler ikke er tilgjengelig. Dersom graden av korrelasjon i tillegg ikke er eksakt kjent, kan det være nyttig å vurdere maksimum innflytelsen denne korrelasjonen kan ha ved et øvre grenseestimat av standard usikkerheten til målestørrelsen. I tilfellet at andre korrelasjoner ikke er tatt med, er den på formen:

$$u^2(y) \le \left(|u_1(y)| + |u_2(y)|\right)^2 + u_r^2(y) \tag{D.10}$$

med $u_r(y)$ som er bidraget til standard usikkerheten av alle de gjenværende inngangsstørrelsene som antas å være ukorrelerte.

NB: Likning (D.10) er lett generalisert til tilfeller av en eller flere grupper med to eller flere korrelerte inngangsstørrelser. I det tilfellet må en innføre i likning (D.10) en verste tilfelle sum for hver gruppe av korrelerte størrelser.

Vedlegg E: Dekningsfaktorer utledet fra effektive frihetsgrader

El For å estimere verdien av en dekningsfaktor *k* som korresponderer til en spesifisert dekningssannsynlighet kreve at påliteligheten til standard usikkerheten *u(y)* til utgangsestimatet *y* tas med i beregningen. Dvs. at en skal ta hensyn til hvor bra *u(y)* er til å estimere standardavviket som er knyttet til resultatet av målingen. For et estimat av standardavviket til en normalfordeling, er antall frihetsgradene til dette estimatet, et mål for påliteligheten . Tilsvarende er effektive frihetsgrader ν_{eff} et passende mål for påliteligheten til standard usikkerheten til utgangsestimatet. ν_{eff} finnes ved en passende kombinasjon av effektive frihetsgrader til de forskjellige usikkerhetskomponentene u_i(y).

E2 Prosedyren for å beregne en passende dekningsfaktor*(k)* når kravene til "Sentralgrenseteoremet" er oppfylt, omfatter følgende 3 steg:

a) Finn standard usikkerheten knyttet til utgangsestimatet i henhold til "steg for steg" prosedyren i avsnitt 7.

b) Estimer de effektive frihetsgrader ν_{eff} til standard usikkerheten *u(y)* tilknyttet utgangsestimatet *y* fra "Welch-Satterthwaite formelen”

$$\nu_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \tag{E.1}$$

hvor $u_i(y)$ *(i=1,2,..,N)* definert i likning (4.2) er bidragene til standard usikkerheten knyttet til utgangsestimatet *y*, og er et resultat fra standard usikkerheten tilknyttet inngangsestimatet $x_{i.}$ x_i antas å være gjensidig statistisk uavhengig, og ν_i er de effektive frihetsgradene til standard usikkerhetsbidraget $u_i(y)$.

For en standard usikkerhet *u(q)* som kommer fra en type A evaluering, se avsnitt.3.1, er frihetsgradene gitt ved: ν_i = n-l. Det er mer problematisk å finne frihetsgrader til en standard usikkerhet fra en Type B evaluering. Likevel er det vanlig praksis å utføre slike evalueringer på en måte som forsikrer at underestimeringer unngås. Dersom for eksempel, nedre og øvre grenser a_- og a_+, er satt, er de vanligvis valgt på en slik måte at sannsynligheten for at størrelsen ligger utenfor disse grensene, i virkeligheten er svært liten. Under forutsetning av at denne praksis følges, vil frihetsgradene til standard usikkerheten $u(x_i)$ fra en Type B være $\nu_i \rightarrow \infty$

(c) Dekningsfaktoren *k* er gitt i tabellen (E.1) under. Denne tabellen er basert på en t-fordeling som er beregnet for en dekningssannsynlighet på 95,45%. Dersom v_{eff} ikke er et heltall, slik den vanligvis ikke er, skal v_{eff} avrundes nedover til nærmeste heltall.

Tabell E.l: Dekningsfaktorer *k* for ulike effektive frihetsgrader v_{eff}

v_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00