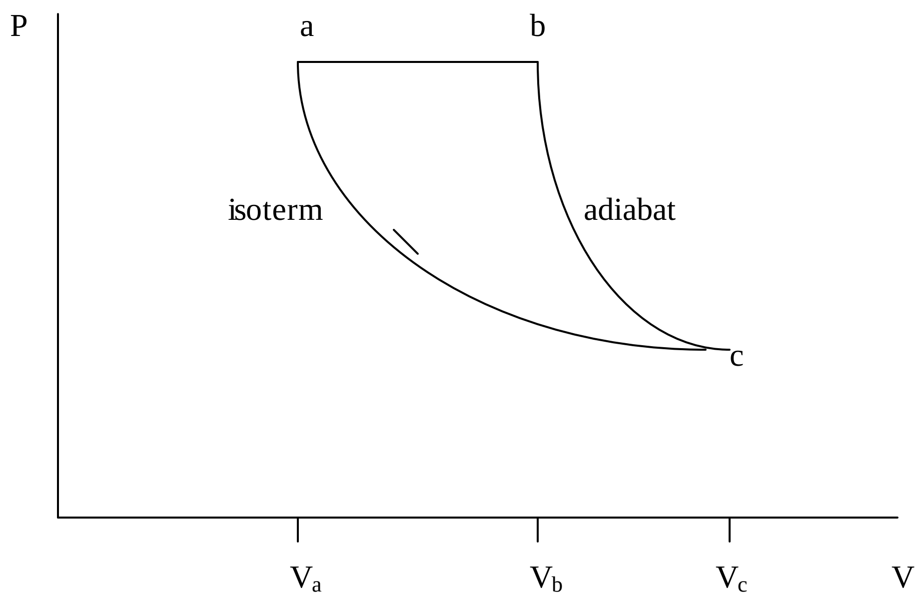
HJEMMEEKSAMEN FYS2160 HØSTEN 2003

Innleveringsfrist: Fredag 7. november. Viktig!!

Oppgave 1

En monoatomisk ideell gass med N atomer gjennomløper en prosess som angitt på figuren.



Gassen har startvolumet V_a og temperaturen T_a. Den utvider seg først under konstant trykk P_a inntil volumet blir dobbelt så stort som startvolumet. Deretter gjennomgår gassen en adiabatisk prosess, b$\rightarrow$c, og en isoterm prosess c$\rightarrow$a.

(a) Finn trykk, volum og temperatur i tilstandene b og c uttrykt ved P_a , V_a og T_a.
(b) Finn forandringen i indre energi for prosessene a$\rightarrow$b og b$\rightarrow$c. Hva blir forandringen i indre energi for hele prosessen a$\rightarrow$b$\rightarrow$c ?
(c) Hvor mye varme tilføres gassen gjennom prosessene a$\rightarrow$b og b$\rightarrow$c? Beregn også hvor stort arbeid gassen utfører ved de samme to prosessene.

Gassen fullfører til slutt en syklisk prosess ved at den går tilbake til startpunktet ved den isoterme prosessen c$\rightarrow$a.

(d) Beregn effektiviteten (virkningsgraden) for en varmekraftmaskin basert på denne syklusen. Sammenlign med effektiviteten for en Carnotmaskin som opererer mellom temperaturene T_a og T_b.
(e) Ved å snu om retningen på den sykliske prosessen kan vi få systemet til å virke som en varmepumpe. Beregn ytelsen (coefficient of performance) for varmepumpen. Sammenlign med ytelsen for en Carnotpumpe mellom temperaturene T_a og T_b , og kommenter resultatet.

Oppgave 2

Her skal du gjøre oppgave 5.14 (a)-(f) fra læreboka.

Kommentar: Relasjonene fra oppgavene 1.46 og 3.33 som det vises til, behøver du ikke å bevise. Definisjoner:

$$b = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \qquad k_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

Hint: (b): $C_P = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P$

(c): Maxwell-relasjon fra Helmholtz fri energi F.

(f): Kvikksølv: se tabell bak i læreboka.

Oppgave 3

Vi skal i denne oppgaven se på en enkel modell som kan beskrive likevekten mellom et stoff i den faste fasen og gassfasen (damp). Gassen (dampen) antar vi er en monoatomisk ideell gass. For den faste fasen skal vi benytte en Einstein-modell (Einstein solid), men vi skal anta at hvert atom er bundet til krystallen med en konstant energi $-\varepsilon_0$ ($\varepsilon_0 > 0$). Hvert atom i krystallen har da for svingninger i en dimensjon en energi gitt ved

$$e_n = ne - e_0 \ , \ \ n = 0,1,2,\cdots$$

(a) Vis at partisjonsfunksjonen for ett atom er gitt ved

$$Z_{1d} = \frac{e^{\frac{e_0}{kT}}}{1 - e^{-\frac{e}{kT}}} \quad .$$

Gjør rede for at partisjonsfunksjonen for ett atom som svinger i tre dimensjoner blir

$$Z_1 = \frac{e^{\frac{e_0}{kT}}}{\left(1 - e^{-\frac{e}{kT}}\right)^3} \quad .$$

Bestem også høytemperaturgrensen for Z_1 , dvs. grenseverdien for $kT \gg \varepsilon$ (NB! ε, ikke ε_0).

(b) Finn Helmholtz fri energi F for krystallen når den består av N atomer som svinger i tre dimensjoner, uttrykt ved Z_1.

Vi lar v_f være volumet pr. atom i den faste fasen, og tilsvarende er v_g volumet pr. atom i gassfasen. Vi benytter at $v_g >> v_f$ og neglisjerer v_f i resten av oppgaven.

(c) Bestem det kjemiske potensialet μ_f for den faste fasen, uttrykt ved Z_1.
(d) Sett opp betingelsen for likevekt fast/gass (Hint: husk at gassen er en monoatomisk ideell gass, se lign. (6.93) i læreboka).
(e) Bestem trykket for gassen (dampen) ved likevekt. Vis at høytemperaturgrensen ($kT>>\varepsilon$) for trykket er

$$P = \left(\frac{e\sqrt{2p\,m}}{h}\right)^3 \frac{1}{\sqrt{kT}}\, e^{-\frac{e_0}{kT}}$$

Sammenlign dette resultatet med damptrykkformelen.

Fordampningsvarmen (pr. mol) for overgangen fast$\rightarrow$gass er gitt ved

$$L = N_A T(s_g - s_f)\ ,$$

der s_g og s_f er entropien pr. atom for h.h.v. gass og fast stoff.

(f) Finn fordampningsvarmen L uttrykt ved ε_o og T for høytemperaturgrensen. Kommenter avhengigheten av T.