FYS2160 HJEMMEEKSAMEN HØSTEN 04

Oppgave 1

En varmekraftmaskin opererer med en monoatomisk ideell gass (N atomer) som gjennomløper en reversibel syklisk prosess. Syklusen har fire deler: a→b er en isobar ekspansjon, b→c adiabatisk ekspansjon, c→d isobar kompresjon, d→a adiabatisk kompresjon.

a) Tegn syklusen inn i et PV-diagram og et PS-diagram.

b) Gassen har en Gibbs fri energi gitt ved (skal ikke vises)

$$G = -NkT \ln\left(\frac{aT^{5/2}}{P}\right),$$

der a er en konstant. Vis at entropien er gitt ved

$$S = Nk \ln\left(\frac{aT^{5/2}e^{5/2}}{P}\right).$$

c) Systemet opererer mellom to konstante trykk P_1 og P_2 ($P_1<P_2$), og to konstante entropier S_1 og S_2 ($S_1<S_2$). Beregn tilført varme ΔQ_{inn} , og avgitt varme ΔQ_{ut}, begge uttrykt ved P_1, P_2, S_1, og S_2 (hint: dQ=TdS).

d) Bestem maskinens effektivitet. (Svaret avhenger bare av P_1 og P_2).

Oppgave 2

Vi skal i denne oppgaven benytte massevirkningsloven på formen (NB! Avviker litt fra læreboka)

$$\Pi_i \left(\frac{P_i}{P_0}\right)^{n_i} = e^{\Delta G(T,P_0)/RT} = K(T) \ .$$

a) Forklar størrelsene som inngår. Hvilke variable forutsettes holdt konstant? Hvilke andre forutsetninger gjelder?

b) Vi skal anvende massevirkningsloven på reaksjonen

$H_2 + Cl_2$ € $2HCl$.

Ved T=298K og P_0= 1bar har vi $G(H_2)=G(Cl_2)=0$, $G(HCl)=-95.3 kJmol^{-1}$. Beregn "likevektskonstanten" K(T), og relasjonen mellom trykkene for de tre gassene som inngår. Kommenter resultatet!

c) Vi vil nå studere nærmere hvordan størrelsen K(T) avhenger av temperaturen. Vis at vi har relasjonen

$$\frac{d}{dT}\ln K(T) = -\frac{\Delta H(T,P_0)}{RT^2} \ ,$$

der $\Delta H(T,P_0)$ er forandringen i entalpi under reaksjonen. (Hint: bruk relasjonen $S=-(\frac{\partial G}{\partial T})_{P,N}$).

d) Vis til slutt at vi får

$$\ln K(T_2) - \ln K(T_1) = \frac{\Delta H_0}{R}(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}) \ ,$$

når vi antar at $\Delta H(T,P_0)$ kan settes konstant lik ΔH_0.

e) Beregn likevektskonstanten K(T) ved T=500K, når ΔH_0=-184.6kJmol^{-1}. Kommenter resultatet.

Oppgave 3

En ideell gass som består av N identiske partikler har partisjonsfunksjonen

$$Z = \frac{1}{N!}\left(\frac{VZ_{\text{int}}}{v_Q}\right)^N \ .$$

a) Vis at det kjemiske potensialet er gitt ved (ligning 6.93 i læreboka)

$$m = -kT \ln\left(\frac{VZ_{\text{int}}}{Nv_Q}\right) .$$

Vi antar nå at vi har to beholdere med konstante volum V_1 og V_2 . Beholderen med volum V_1 er plassert i en høyde z over beholderen med volum V_2. (Vi ser bort fra utstrekningen av beholderne sammenlignet med z). De to beholderne er forbundet med et tynt rør , som har et neglisjerbart volum. Beholderne inneholder en monoatomisk ideell gass (N atomer) med temperaturen T. Atomenes masse er m.

b) Bestem Z_{int} og finn det kjemiske potensialet for gassen i volumet V_1, og tilsvarende for gassen i V_2. Vi antar at det er N_1 atomer i V_1 og N_2 i V_2.

c) Vis at antall atomer N_1 i V_1 ved likevekt er gitt ved:

$$N_1 = N\frac{V_1}{V_1 + V_2 e^{mgz/kT}} \ .$$

Bestem også antall atomer N_2 i volumet V_2. Kommenter grensetilfellene $mgz/kT \gg 1$ og $mgz/kT \ll 1$.

d) Finn den totale energien U for hele systemet.

e) Bestem systemets varmekapasitet (Husk: V_1 og V_2 er konstante).

f) Vis at varmekapasiteten har grenseverdien 3/2Nk både for $mgz/kT \gg 1$ og $mgz/kT \ll 1$. Kommenter!