

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: FYS 3120/FYS 4120 Klassisk mekanikk og elektromagnetisme,

Eksamensdag: Tirsdag 7. juni 2005

Tid for eksamen: kl. 14:30 (3timer)

Oppgavesettet er på 3 sider

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Øgrim og Lian eller Angell og Lian: Størrelser og enheter i fysikken

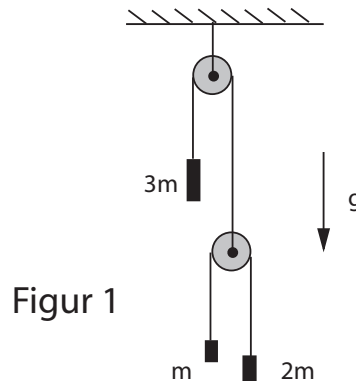
Rottmann: Matematisk formelsamling

Formelsamling FYS 3120/4120

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene

OPPGAVE 1

Trinser og klosser



Et mekanisk system er sammensatt av tre klosser og to trinser, som vist i Figur 1. Klossene har masser, $m_1 = 3m$, $m_2 = m$ og $m_3 = 2m$. Trinsene er like, med masse m , radius R og treghetsmoment $I = \frac{1}{2}mR^2$. Systemet beveger seg under påvirkning av tyngdekraften. Snorene ruller på trinsene uten å gli. Ved tidspunktet $t = 0$ er alle deler av systemet i ro, og systemet beveger seg deretter fritt under påvirkning av tyngden.

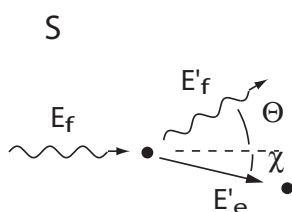
a) Hvor mange frihetsgrader har systemet? Velg passende (generaliserte) koordinater og sett opp Lagrangefunksjonen for systemet.

b) Sett opp Lagranges ligninger med de valgte koordinater og løs ligningene.

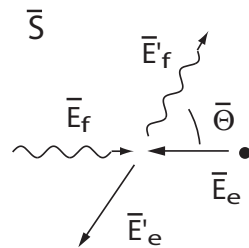
c) Finn akselerasjonen til de tre klossene (uttrykt ved tyngdeakselerasjonen g).

OPPGAVE 2

Compton-spredning.



Figur 2a



Figur 2b

Et foton med energi $E_f = 100 \text{ keV}$ spres mot et fritt elektron som ligger i ro i laboratoriesystemet. Etter spredningen har fotonet energi E'_f , og retning som danner vinkelen θ i forhold til retningen til det innkommende fotonet. Elektronets hvile-energi er $E_e = m_e c^2 = 0.51 \text{ MeV}$, og etter spredningen har det en energi som vi betegner med E'_e . Elektronet blir spredd i en retning som danner vinkelen χ i forhold til retningen til det innkommende fotonet.

Vi studerer denne prosessen både i labsystemet S (Figur 2a) og i massesentersystemet \bar{S} (Figur 2b). I massesentersystemet markerer vi alle variable med strek over, f.eks. er energien til det innkommende fotonet \bar{E}_f .

a) Hva menes med massesentersystemet? Benytt transformasjonsformlene for impuls og energi til å bestemme den relative hastighet mellom laboratoriesystemet og massesentersystemet.

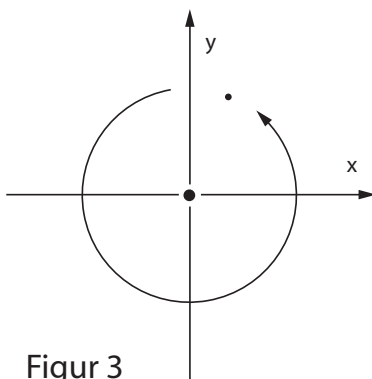
b) Forklar hvorfor det innkommende og det utgående foton må ha samme energi i massesentersystemet. Finn denne energien.

c) Når $\theta = 90^\circ$ hva er da energien til det utgående fotonet i labsystemet? Hva er den tilsvarende energi til det utgående elektronet?

OPPGAVE 3

Klassisk atommodell

I en enkel klassisk modell av hydrogenatomet beveger det negativt ladete elektronet seg i en



Figur 3

sirkulær bane om den positivt ladete kjernen. Elektronet har en liten masse $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ og ladning $q = -1.60 \cdot 10^{-19} \text{C}$. Kjernen er mye tyngre og vi kan regne at den hele tiden ligger i ro. Kjerneladningen er like stor som elektronets, men med motsatt fortegn. Radius i elektronbanen setter vi lik Bohr-radius $a_0 = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{m}$. Vi velger baneplanet som x,y-planet med kjernen i origo, som vist på Figur 3. I første omgang ser vi bort fra strålingseffekter og antar et elektronet beveger seg bare under påvirkning av Coulombfeltet fra kjernen. Både kjernen og elektronet ser vi på som punktpartikler. Vi ser bort fra partiklenes egenspin, og vi antar at ikke-relativistiske uttrykk kan benyttes.

Permittiviteten i vakuum har verdien $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$ (eller $8.85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$), permeabiliteten i vakuum er $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2$ og lyshastigheten er $c = 3.00 \cdot 10^8 \text{m/s}$

a) Bestem sirkelfrekvensen ω til elektronet i banen.

b) Benytt Larmors strålingsformel til å finne utstrålt energi pr. tidsenhet.

c) Energibevaring tilsier at den utstrålte energi må komme fra elektronets kinetiske og potensielle energi. Anta at energitapet gir en langsom reduksjon i radius til elektronbanen. Finn den tidsderiverte av radius, for $r = a_0$, og gi utfra det et estimat på levetiden til et slikt klassisk atom.