Fasit til regneoppgaver til FYS 3230

(Oppgavene ble gitt til eksamen i FYS 221 i årene 1994 - 1999)

FYS-221 1994 Løsninger

Oppgave 1

a) Tidskonstant τ = 10 kΩ * 100 µF = 10^4 * 10^{-4} = 1 s .

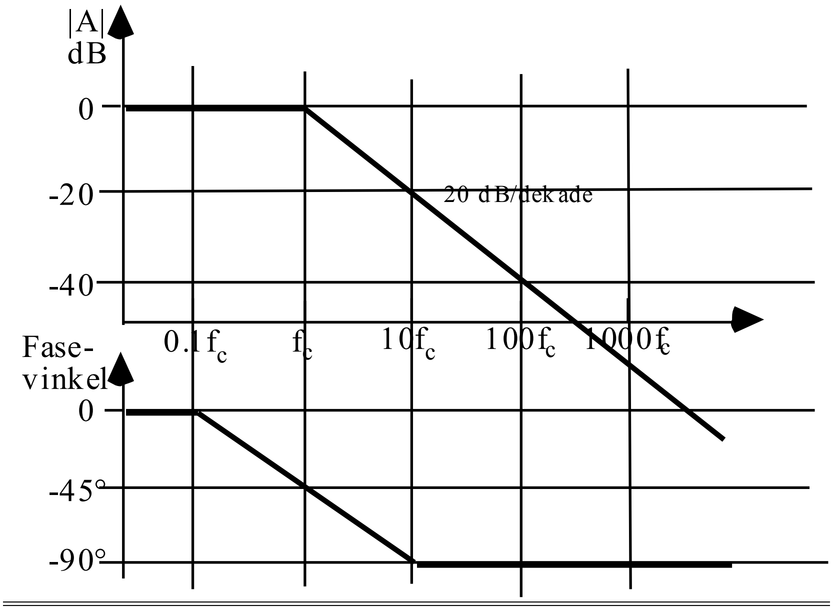
Utgangsspenningen stiger ifølge v = 1 - $e^{-t/\tau}$. τ = 1 s. Vi skal finne t i ligningen: 0.5 = 1 - e^{-t} .

e^{-t} = 0.5

t = -ln 0.5

t = 0.693 s.

Filterets grensefrekvens blir : $f_c = \frac{1}{2\pi\tau} = 0.16$ Hz.



b) Vi sampler, og får verdiene 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...

Digitalt filter ekvivalent med LP-filteret ovenfor med τ = 1 s og S = sampel interval = 1 s har formelen :

v2(n) = b*v2(n-1) + (1-b) * v1(n),

med b = (τ / S) / (1 + τ / S) = 0.5 .

Vi får : v2(0)	= 0.5 * 0	+0.5 * 1	= 0.5
v2(1)	= 0.5*0.5	+0.5 * 1	= 0.75
v2(2)	= 0.5*0.75	+0.5 * 1	= 0.875
v2(3)	= 0.5*0.75	+0.5 * 1	= 0.9375

1994

c) Impulsresponset finnes ved å filtrere en impuls.

Det blir :

$v2(0)$	= 0.5 * 0	+ 0.5 * 1	= 0.5
$v2(1)$	= 0.5 * 0.5	+ 0.5 * 0	= 0.25
$v2(2)$	= 0.5 * 0.25	+ 0.5 * 0	= 0.125
$v2(3)$	= 0.5 * 0.125	+ 0.5 * 0	= 0.0625
.			.
.			.

Metoden som anvendes for å finne filterets respons ved hjelp av impulsrespons og input, kalles folding ("convolution").

Vi får : $u(0)$ = 0.5 * 1 = 0.5

Vi får : $u(1)$ = 0.5 * 1 + 0.25 * 1 = 0.75

Vi får : $u(2)$ = 0.5 * 1 + 0.25 * 1 + 0.125 * 1 = 0.875

Vi får : $u(3)$ = 0.5 * 1 + 0.25 * 1 + 0.125 * 1 + 0.0625 * 1 = 0.9375

Oppgave 2

a) Motstand ved T °C er $R_T = R_0*(1+aT+bT^2)$, med $R_0 = 100\Omega$.

$R_{100} = 138.5\ \Omega$ og $R_{200} = 175.83\ \Omega$ gir ligningene :

$$138.5 = 100*(1+ 100a + 10000b)$$
$$175.83 = 100*(1 + 200a + 40000b)$$

som løses til : a = 3.91 *10-3 °C

b = -5.85 *10-7 °C

b) Rett linje fra 0 til 200 °C får formelen $R'_T = R_0*(1 + cT)$, vi finner c ved

$$175.83 = 100*(1+c*200)$$
$$c = 0.00379,$$

linjens formel er altså $R'_T = 100 + 0.379*T$

Ulineariteten blir : $N_T = R_T - R'_T = R_0*((a-c)T + bT^2)$. Når $dN_T / dT = 0$ har vi vårt maksimale avvik, d.v.s. ved

$$T = \frac{c-a}{2b} = \frac{3.79*10^{-3} - 3.91*10^{-3}}{2*-5.85*10^{-7}} = 102.6\ °C$$

Avviket i % blir : $100 * (R'_{102.6} - R_{102.6}) / (R_{200}-R_0) = 100 * (138.89 - 139.50) / 75.83$

= - 0.80 %.

c) Balanse, d.v.s. E = 0 ved 0 °C krever at $R3 / R2 = R4 / R_0$.

Siden R_T / R_0 varierer fra 1 til nesten 2, bør R3 >> R2 (se fig. 9.2 i Bentley).

Motstandsverdiene kan f.eks. være :

$R2 = R_0 = 100\Omega$, $R3 = R4 = 100*R2 = 10\ k\Omega$,

som vi anvender i de videre beregninger.

1994

d) Med V = 10 volt får vi ved T = 200 °C :

$$E = V*\left(\frac{R2}{R3+R2} - \frac{R_{200}}{R4+R_{200}}\right) = V*\left(\frac{100}{10100} - \frac{175.83}{1017583}\right) = 0.0738 \text{ volt}$$

Thevenin ekvivalent motstand ved 200 °C blir :

$$R = R2\|R3 + R_T\|R4 = \frac{10^6}{10100} + \frac{1.7583*10^6}{1017583} = 271.80\ \Omega\ .$$

µA-meteret vil vise strømmen $i = E/(R+2k\Omega) = 0.0738/22718 = 32.5\ \mu A$

Oppgave 3

a) Med den største frekvens i signalet lik f_m, må samplingsfrekvensen pr. inngang være $f_s > 2*f_m$ for ikke å komme i konflikt med Nyquists samplingsteorem. D.v.s. $f_s > 14$ Hz .

Med 12 innganger blir AD-omformerens samplingsfrekvens med 20 Hz pr. inngang lik 12 * 20 = 240 sampler pr. sekund .

b) En ADC av denne type bruker 1 klokkepuls pr. bit. Med 3 pulser ekstra til andre ting vil en sample trenge 13 * 10 µs = 130 µs på å bli konvertert.

c) Sampel/hold kretsen må holde spenningen stabil i minst 10 * 10 µs = 100 µs for at AD-omformeren skal produsere riktig verdi. AD-omformerens maksimale kvantiseringsfeil er $1/2^{10} \approx$ 0.1 %. I løpet av 100 µs må altså kondensatorens spenning avta mindre enn 0.1 %.

Kondensatoren C utlades gjennom 100 MΩ = 10^8 Ω. Spenningen følger kurven $\exp\left(-t/10^8*C\right)$. Betingelsen er oppfylt når :

$$\exp\left(-10^{-4}/10^8*C\right) > 0.999$$

$$-10^{-4}/10^8*C > \ln 0.999 \approx 0.001$$

$$-10^{-4} > -0.001*10^8*C$$

$$C > 10^{-4}/10^5 = 10^{-9} = 1\ \text{nF}.$$

d) Bit rate for P.C.M.-signalet er R = 240 * 10 Hz = 2400 Hz. Vi trenger båndbredde fra 0 til R/2, altså fra 0 til 1200 Hz .

LP-filteret bør ha en grensefrekvens lik båndbredden for P.C.M.-signalet , det vil si 1200 Hz.

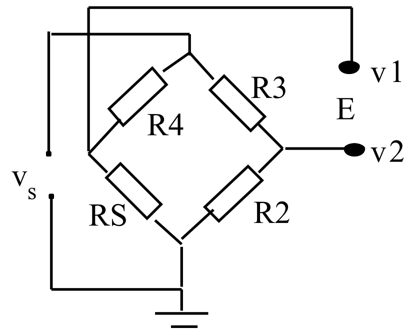
Støy etter filteret har effekten : W = A * R/2 , hvor A = 0.2 mW/Hz. "Hvit" støy har et standard avvik på amplituden på : $\sigma = \sqrt{W} = \sqrt{1200*0.2*10^{-3}} \approx 0.49$ volt.

1994

e)

- Modulering, særlig FM-modulering til frekvenser som er lite utsatt for støy.
- Overførsel som strømpulser, i steden for som spenning gir bedret støy-immunitet.
- Differensiell overføring med tvunnet par kabel gir støyutslukning.
- Skjermet kabel, med skjerm jordet bare ett sted.

Oppgave 4

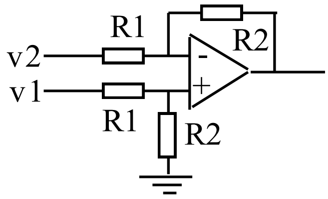


a) Broen kan koples slik (strekklappen er RS) :
Siden strekklappens arbeidsområde medfører så lite som 5 % endringer (motstand varierer fra 100 Ω til 105 Ω), kan vi lage broen maksimalt sensitiv uten å få stor ulinearitet. Balanse uten belastning (RS = 100 Ω) krever : $\frac{100}{R4} = \frac{R2}{R3}$.
Maksimal sensitivitet krever at $\underline{\underline{R2 = R3 = R4 = 100\ \Omega}}$.
Med v_S lik et 10 V, 1kHz sinussignal og d = 0.05 får vi broens utgangssignal lik :

$$\underline{\underline{E = v1 - v2 = v_s\left(\frac{RS}{RS+R4} - \frac{R2}{R2+R3}\right) = v_s\left(\frac{105}{205} - \frac{1}{2}\right) = 0.122*\sin(2\pi ft)}}$$

med f=1kHz.

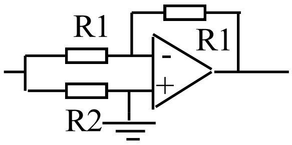
b) Operasjonsforsterker brukt som differanseforsterker koples slik :



Motstanden $\underline{\underline{R1}}$ velges slik at broen belastes lite, f.eks. $\underline{\underline{10\ k\Omega.}}$
$\underline{\underline{R2}}$ må være 10*R1 for å få 10 ganger forsterkning, altså $\underline{\underline{100\ k\Omega.}}$
Common mode signaler dempes 80 dB, d.v.s 10^4 ganger. Et felles signal på 1 volt på begge innganger dempes derfor til $(1+10)\frac{V_{CM}}{10^4} = 11*10^{-4} =$ $\underline{\underline{0.1\ mV}}$ på utgangen.

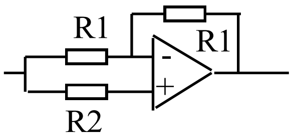
c) Når FET leder, er kretsen ekvivalent med

1994



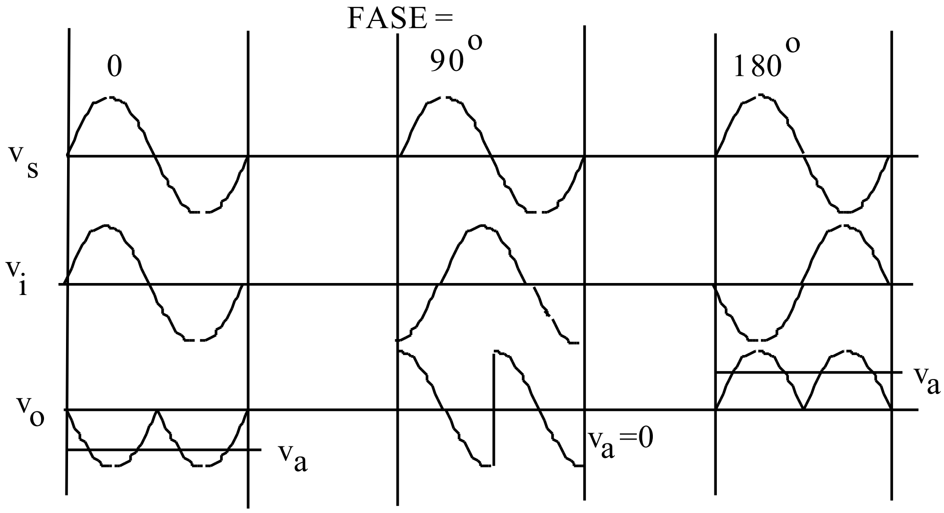
Dette er en vanlig inverterende forsterker (+ er jordet),
forsterkning : A = -R1 / R1 = -1.

Når FET ikke leder, er kretsen ekvivalent med



Superposisjonsprinsippet gir forsterkningen : A = (-1) + (1+ R1 / R1) = +1
(første () gjelder øvre gren, andre () gjelder nedre gren).

Skisse over kurveformer :



d) Utgangsspenningen v_a kan finnes slik :

$$v_a = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} V_i \sin(2\pi f t + \varphi)dt = \frac{2V_i}{2\pi f T}\left[\cos\varphi - \cos(\pi + \varphi)\right] = \frac{2V_i}{\pi}\cos\varphi$$

En vanlig likeretter vil likerette signal og støy uansett frekvens. En fasefølsom likeretter vil likerette bare den delen av støyen som har frekvenser i et smalt bånd omkring signal-frekvensen.

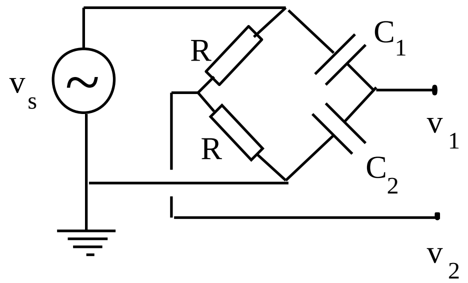
e) Når F endres brått, virker den fasefølsomme likeretteren som et lav-pass filter, med grensefrekvens gitt av R og C : $f_c = 1/2\pi RC$.

1994

FYS-221 1995 Løsninger

Oppgave 1

a)



R = 1 kΩ
$C_1 = C_0/(1+kp)$
$C_2 = C_0/(1-kp)$
$C_0 = 50$ pF
$k = 10^{-5}$ (1/Pa)
p er trykkdifferansen
$v_s = V_s \sin(2\pi ft)$

Brokoplingen gir

$$\underline{\underline{E = v_1 - v_2}} = v_s\left(\frac{z2}{z1+z2} - \frac{R}{2R}\right) = v_s\left(\frac{1/j\omega C_2}{1/j\omega C_1 + 1/j\omega C_2} - 1/2\right) = v_s\left(\frac{C_1}{C_2+C_1} - 1/2\right)$$

$$= v_s\left(\frac{c_0/(1+kp)}{c_0/(1-kp) + c_0/(1+kp)} - 1/2\right) = v_s\left(\frac{1-kp}{1+kp+1-kp} - 1/2\right) = v_s\left(\frac{1-kp}{2} - 1/2\right) \underline{\underline{= -v_s kp/2}}$$

Med $V_s = 6$ V og $p = 100$ Pa får vi :

$$\underline{\underline{E}} = \frac{-6\,Volt * \sin(2\pi ft) * 10^{-5} Pa^{-1} * 100 Pa}{2} = \underline{\underline{-3*10^{-3}\sin(2\pi ft) Volt}}$$

Thevenin-ekvivalent impedans blir :

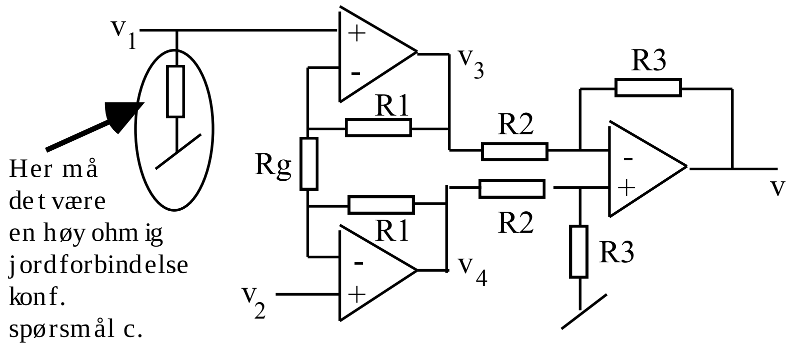
$$\underline{\underline{z}} = (R \| R) + (z_1 \| z_2) = \frac{R}{2} + \frac{z_1 z_2}{z_1+z_2} = \frac{R}{2} + \frac{1/j\omega C_1 * 1/j\omega C_2}{1/j\omega C_1 + 1/j\omega C_2} = \frac{R}{2} + \frac{1}{j\omega(C_2+C_1)}$$

$$= \frac{R}{2} - \frac{j}{2\pi f(C_1+C_2)} = \frac{10^3}{2} - \frac{j}{6.28*10^4 * (50+50)*10^{-12}} \underline{\underline{= (0.5 - 159j)\ k\Omega}}$$

Modulverdien blir : $\underline{\underline{|z| = \sqrt{0.5^2 + (159j)^2}\ k\Omega \approx 159 k\Omega}}$

1995

b) Instrumenteringsforsterker :



Med ideelle operasjonsforsterkere vil strømmen gjennom øverste R1, Rg og nederste R1 måtte være den samme,
d.v.s. $(v_3 - v_1)/R1 = (v_1 - v_2)/Rg = (v_2 - v_4)/R1$

Herav følger : $v_3 = v_1 + (v_1 - v_2) * R1/Rg$ og $v_4 = v_2 - (v_1 - v_2) * R1/Rg$

Definisjonen for 1. trinns differensialforsterkning er $A1 = \dfrac{v_3 - v_4}{v_1 - v_2}$.

Innsatt v_3 og v_4 får vi :

$$A1 = \frac{v_1 + (v_1 - v_2) * R1/Rg - v_2 + (v_1 - v_2) * R1/Rg}{v_1 - v_2} = \frac{(v_1 - v_2)(1 + 2 * R1/Rg)}{v_1 - v_2} = 1 + 2 * R1/Rg$$

Forsterkningen i 2. trinn er : $A2 = -\dfrac{R3}{R2}$.

Total forsterkning : $A = A1 * A2 = -(1 + 2 * R1/Rg) * R3/R2$

Med v_1 og v_2 like, må også v_3 og v_4 få samme spenning. Etter 1. trinn inne i instrumenteringsforsterkeren har derfor felles signalet forsterkning på

$$A_{cm} = (v_3 + v_4)/(v_1 + v_2) = 1.$$

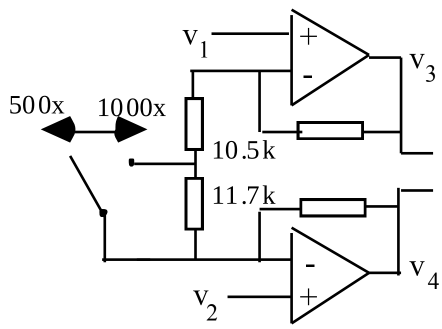
Etter 2. trinn kan felles signalet bli null. Felles signaler opptrer altså internt i instrumenteringsforsterkere. De forsterkes med faktor lik 1 i første trinn.

c) Vi velger A2 = 50, d.v.s. R3=50*R2, f.eks. R2 = 1 kΩ og R3 = 50 kΩ.

Vi velger R1 = 100 kΩ.

Vi skal ha A1 lik 10 for A = 500, d.v.s Rg=2R1/(A1-1) = 200/9 =22.2 kΩ.

Vi skal ha A1 lik 20 for A = 1000, d.v.s Rg=2R1/(A1-1) = 200/19 =10.5 kΩ.



Signalet v_1 må ha DC-forbindelse til jord, ellers vil "bias current" i operasjonsforsterkeren gi oppladning av C_1 og C_2. For ikke å belaste broen må DC-forbindelsen være høyohmig, f.eks. 5 MΩ. (se tegning på toppen av siden.)

1995

d) Lav-pass filteret fjerner signaler med høyere frekvenser enn halve samplingsfrekvensen. Ifølge Nyquists samplingsteorem kan slike høye frekvenser ikke representeres.

Omvandleren er av en type som trenger en klokkepuls pr. bit. Klokke-intervallene er 1 µs. Konverteringstid pr. sample er altså 12 µs. Kvantiseringsfeilen i omvandleren er $1/2^{12} \approx 1/4000 = 0.025$ %.

Kondensator-spenningen i S/H-kretsen må altså ikke endres mer enn 0.025 % på 12 µs for å fylle kravene.

Kondensatoren utlader seg etter formelen $v(t) = e^{-t/RC}$.

Kravene er fylt når

$$\exp\left(-12*10^{-6}/10^{8}*C\right) > 1-0.00025$$

$$-12/10^{14}*C > \ln(0.99975) = -0.000250031 \approx -2.5*10^{-4}$$

$$-12*10^{-14}/C > -2.5*10^{-4}$$

$$12*10^{-14}/C < 2.5*10^{-4}$$

$$C > 12*10^{-14}/2.5*10^{-4} = 4.8*10^{-10} = 480*10^{-12}$$

Minimumstørrelsen for kondensatoren er altså 480 pF.

e) Bit rate (R) på 1 kHz gir et båndbreddekrav for PCM signal overføring fra 0 Hz til R/2=500 Hz.

LP-filteret som mottar PCM-signalet bør ha en grensefrekvens på 500 Hz.

Støy-effekten etter filteret er W = 0.5AR = 0.5 * 0.5mW/Hz * 1000Hz = 0.250W.
Standard avvik for støyens amplitude blir $\sigma = \sqrt{W} = \sqrt{0.25} = 0.5$ V

f)

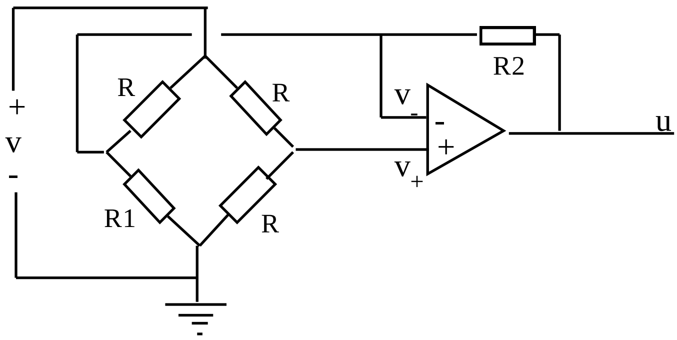
- Modulering, særlig FM-modulering til frekvenser som er lite utsatt for støy.
- Overførsel som strømpulser, i steden for som spenning gir bedret støy-immunitet.
- Differensiell overføring med tvunnet par kabel gir støyutslukning.
- Skjermet kabel, med skjerm jordet bare ett sted.

g) NEI, fordi overføring av PCM signal krever at DC-nivåer kan overføres. DC-nivåer kan ikke overføres gjennom en vanlig telefonlinje.
Signalet kan gjøres om til frekvenser som er overførbare, vi har sett på bruk av en VCO (Voltage Controlled Oscillator).
For å få PCM signalet tilbake på mottagersiden er det naturlig å bruke en "faselåst sløyfe" (Phase locked loop) som mottar et FM-signal og lager DC-signal av det.

1995

Oppgave 2

a)



v_+ er en enkel spenningsdeling av V gjennom to like motatander R, og må ligge konstant på V/2. v_- må være lik v_+ (ideell op-amp.), altså

$$v_+ = V/2 = v_-$$

(Strøm gjennom venstre R) = (strøm gj. R1) + (strøm gj. R2), altså

$$\frac{V/2}{R} = \frac{V/2}{R1} + \frac{V/2 - u}{R2}$$

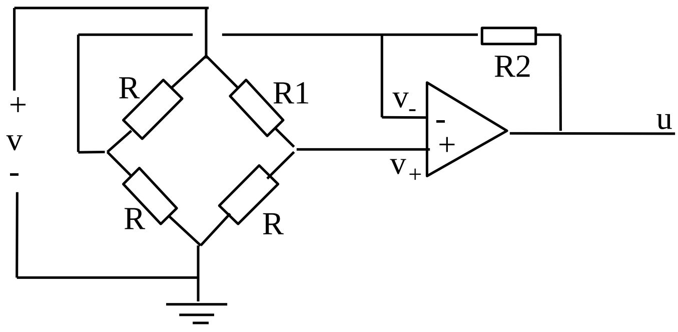
$$\frac{V}{2R} - \frac{V}{2R1} = \frac{V}{2R2} - \frac{u}{R2}$$

$$\frac{u}{R2} = \frac{V}{2R1} - \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R2} = \frac{V}{2R2} - \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R(1+a)}$$

$$u = \frac{V}{2} - \frac{VR2}{2R} + \frac{VR2}{2R(1+a)} = \frac{V}{2}\left(1 + \frac{R2}{R(1+a)} - \frac{R2}{R}\right) = \frac{V}{2}\left(1 + \frac{R2 - R2 - R2 * a}{R(1+a)}\right)$$

$$\underline{\underline{u = \frac{V}{2}\left(1 - \frac{R2}{R} * \frac{a}{1+a}\right)}}$$

b)



Spenningsdeling gir oss $v_+ = V\frac{R}{R + R1} = V\frac{R}{R + R(1+a)} = V\frac{1}{2+a} = v_-$

(Strøm gjennom øvre venstre R) = (strøm gj. nedre ve. R) + (strøm gj. R2), altså

$$\frac{V - v_-}{R} = \frac{v_-}{R} + \frac{v_- - u}{R2}$$

1995

$$\frac{u}{R2} = \frac{v_-}{R} + \frac{v_-}{R2} - \frac{V}{R} + \frac{v_-}{R}$$

$$\underline{\underline{u}} = R2 * v_- \left({}^{2}\!/_{R} + {}^{1}\!/_{R2} \right) - {}^{VR2}\!/_{R} = \underline{\underline{V\left(\frac{1}{2+a}\left(\frac{2R2}{R} + 1 \right) - \frac{R2}{R} \right) = \frac{V}{2+a}\left(1 - a\frac{R2}{R} \right)}}$$

c)

Ved å beregne utgangsspenningene ved ulike verdier for a i oppgave a) og b) får vi variasjonen i utgangssignalene :

a	u(fig. a)	u(fig b)
	volt	volt
0	2	2
0.1	-1.636	-1.905
0.2	-4.667	-5.455

Verdier for a=0.1 beregnet som midtpunktet av den rette linjen fra 0 til 0.2 gir:

0.1	-1.334	-1.728

Ulineariteten ved a = 0.1 i % av måleomfang blir :

for a) : 0.302/6.667 = 4.51 %

for b) : 0.177/7.455 = 2.37 %

Koblingen i b) gir altså minst ulinearitet.

d)

Bare broen uten op.amp. gir

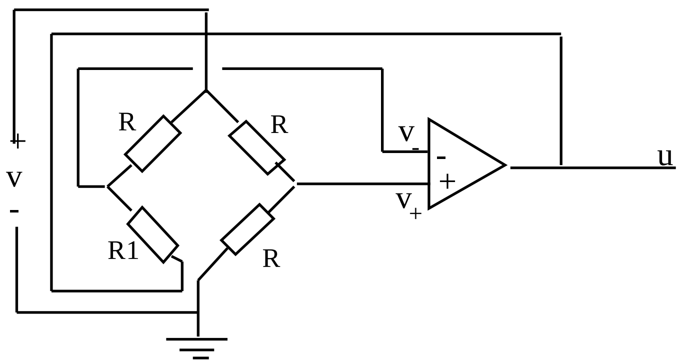
$$E = V\left(\frac{R1}{R+R1} - {}^{1}\!/_{2} \right) = V\left(\frac{R(1+a)}{R+R(1+a)} - {}^{1}\!/_{2} \right) = V\left(\frac{1+a}{2+a} - {}^{1}\!/_{2} \right) = V\frac{2+2a-2-a}{2(2+a)}$$

$$E = V\frac{a}{2(2+a)}$$

Utgangsverdi for a=0 :	0
Utgangsverdi for a=0.1 :	0.0952
Utgangsverdi for a=0.2 :	0.1818

Lineært beregnet for a=0.1 : 0.0909, differanse fra ulineært = 0.0043,
i % av måleomfang : 0.0043/0.1818 = 2.37 %.

e)



Spenningsdeling gir oss $v_+ = V/2 = v_-$

(Strøm gjennom øvre venstre R) = (strøm gj. R1), altså :

$$\frac{V/2}{R} = \frac{V/2 - u}{R1}$$

$$\frac{V}{2R} = \frac{V - 2u}{2R1}$$

$$\frac{u}{R1} = \frac{V}{2R1} - \frac{V}{2R}$$

$$\underline{\underline{u}} = \frac{V}{2}\left(1 - \frac{R1}{R}\right) = \frac{V}{2}\left(1 - \frac{R(1+a)}{R}\right) = \underline{\underline{-aV/2}}$$

Denne varianten gir u som lineært avhengig av a. Dette var ikke tilfelle med de andre koblingene.

Oppgave 3

a)

Med 128 samples får vi effekt-spektret beregnet med 128 tall (tilsvarende antallet vi får beregnet ved Fourier-analyse).
Tall nr. 0 svarer til DC-effekten. (Denne ble ikke beregnet av det tidligere anvendte program Notebook, som regnet ut 63 tall. Effekten ved Nyquist-frekvensen ble heller ikke beregnet).
Tallene fra nr. 1 til nr. 64 angir effekt amplitudene svarende til frekvensene fra 1 Hz til 64 Hz (Nyquist-frekvensen). (Tallene fra nr. 65 til nr. 127 er kopier av tallene fra nr. 1 til nr. 63 i omvendt rekkefølge, de er uvesentlige for om oppgaven regnes som riktig besvart.)
(Både 63, 65 og 128 tall regnes som riktig besvart, såfremt man forstår tallenes betydning).

1995

Tall nr.	Har amplitude p.g.a.
0	støy + DC-effekt (gjennom 1 Ω)
1	støy
2	støy
3	støy + 3 Hz grunnfrekvens
4	støy + 4 Hz grunnfrekvens
5	støy
6	støy + 3 Hz 1, overtone
7	støy
8	støy + 4 Hz 1. overtone
9	støy + 3 Hz 2. overtone

10 støy
11 støy
12 støy + 3 Hz 3. overtone + 4 Hz 2. overtone
13 støy
14 støy
15 støy + 3 Hz 4. overtone
16 støy + 4 Hz 3. overtone
. . . .
. . . .
64 støy+ 4 Hz 15. overtone

Hvis signalet hadde vært fritt for ett av de periodiske signalene, ville alle bidragene fra signalet til listen ovenfor vært borte.

Hvit støy alene vile hatt et tilnærmet flatt effektspekter (alle tallene ville vært like), særlig etter midling av mange utregnede spektra.

b)

Digitalt lav-pass filter har formelen

v2(n) = b*v2(n-1) + (1-b)*v1(n),

hvor v1 er de opprinnelige verdiene
v2 er de nye verdiene
b = (T/S)/(1+(T/S)) T = RC for tilsvarende analogt LP-filter
S = sample intervall.

Med sample frekvens 128 Hz blir S = 1/128 sekund.Grensefrekvensen (-3 dB) skal være 4 Hz, d.v.s

$$T = 1/(8\pi) \quad \text{og} \quad T/S = 128/(8\pi) = 5.1.$$

Vi får

$$b = 5.1/6.1 = 0.836 \quad \text{og} \quad (1-b) = a = 0.164$$

Formelen blir

v2(n) = 0.836*v2(n-1) + 0.164*v1(n)

c) Impulsresponset blir :

v2(0) = a =	0.164
v2(1) = a*b =	0.137
v2(2) = a*b*b =	0.1146
v2(3) = a*b*b*b =	0.0958

1995

d) Metoden som anvendes til å finne filterets respons ved hjelp av impulsresponsog input, kalles folding ("convolution").

Vi får:

u(0) = 0.164 * 1V = 0.164 V

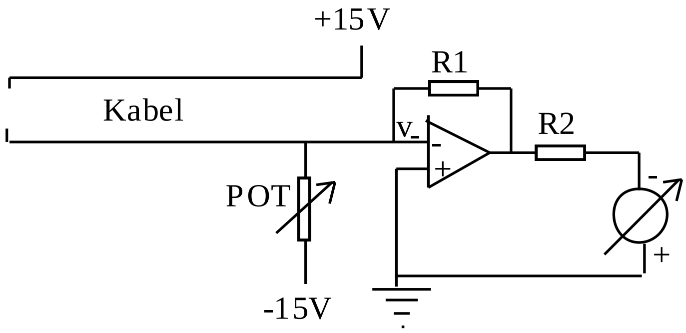
u(1) = 0.164 * 1V + 0.137 * 1V = 0.301V

u(2) = 0.164 * 1V + 0.137 * 1V + 0.1146 * 1V = 0.4156V

u(3) = 0.164 * 1V + 0.137 * 1V + 0.1146 * 1V + 0.0958 * 1V = 0.5114V

Oppgave 4

a) Vi velger å overføre signalet som strøm (generert av AD 590).



Siden v_- hele tiden ligger på jord-potensial (ideell op.amp) kan POT justeres slik at 273 µA flyter til -15 V hele tiden. POT = 15V/273µA ≈ 55 kΩ. POT kan godt deles i f.eks. 50 k fast motstand i serie med 5k potensiometer.

Ved riktig justering av POT vil meteret vil vise 0 ved 0 °C.

For å bruke endel av op.ampens arbeidsområde, velger vi R1 slik at op.ampen gir -10 V ved 100 °C, da vil strømmen gjennom R1 være 100 µA, og
R1 = 10V/100µA = 100 kΩ.

Utgangsmotstand i op.ampen regnes lik 0 (ideell). Med -10 V output fra op.ampen skal det gå 1 mA gjennom meteret, dvs. gjennom R2 og 50Ω koblet i serie. Samlet motstand må være : 10V/1mA = 10kΩ, dvs. R2 = 9.95kΩ.

Dette målesystemet er lite støyfølomt. Slik kobling av operasjonsforsterker har nokså liten inngangsmotstand og derfor gode støyegenskaper.

I tillegg overføres målingen som strøm og ikke som spenning. Det bidrar også til god støyimmunitet.

1995

FYS-221 1996 Løsninger

Oppgave 1

Lineær approksimasjon ved 20 ˚C : $O_1=KI+a$

gir: $\underline{\underline{K}}=(66.5-0.5)/12=\underline{\underline{5.5}}$ og I=0 gir $\underline{\underline{a=0.5}}$

ved 30 ˚C : $O_1=(K+K_M\Delta T)I+a+K_I\Delta T$

hvor $\Delta T=10$ ˚C.

I=0 gir $\underline{\underline{K_I=(1.5-0.5)/10=0.1}}$

Vinkelkoeffisienten: $K+K_M=(79.5-1.5)/12=6.5$ gir $\underline{\underline{K_M=}}(6.5-5.5)/10=\underline{\underline{0.1}}$

Beregning av den ulineære korreksjon , N(T), ved 20 ˚C og 30 ˚C

I	O_1(20 ˚C)	N(20 ˚C)	O_1(30 ˚C)	N(30 ˚C)
0	0.5	0	1.5	0
2	11.5	2.0	14.5	2.4
4	22.5	3.2	27.5	3.84
6	33.5	3.6	40.5	4.32
8	44.5	3.2	53.5	3.84
10	55.5	2.0	66.5	2.4
12	66.5	0	79.5	0

Den ulineære korreksjonen N(T) er symmetrisk om I=6, og avhengig av temperaturen, slik at alle N(30 C)-verdiene er 20 % større enn N(20 ˚C)-verdiene.

Vi får symmetri om I=6 ved å bruke leddet $(I-6)^2$

Vi får N(20 ˚C)=0 ved I=0 og I=12 ved å bruke $36-(I-6)^2$

Vi får N(20 ˚C)=3.6 ved I=6 ved å bruke $(0.1(36-(I-6)^2)$, dette gir riktig N(20 ˚C) for alle verdier av I, altså: $N(20\text{ ˚C})=0.1(36-(I-6)^2$

For å få 20% størreN(30 ˚C)-verdier, lages en faktor $(1+d\Delta T)=1.2$. Siden $\Delta T=10$ ˚C blir d=0.02. Siden alle N(30 ˚C)-verdier 20% større enn de tilsvarende N(20 ˚C)-verdier, er denne faktoren passende for alle N(30 ˚C)-verdiene.

Hele formelen blir derfor:

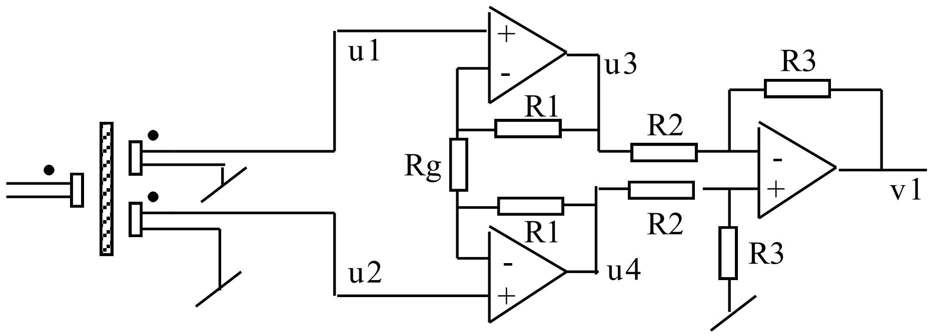
$\underline{\underline{O(I)=(5.5+0.1\Delta T)I+0.5+0.1\Delta T+0.1(1+0.02\Delta T)(36-(I-6)^2), \quad \text{hvor } \Delta T=T-20\text{ ˚C}}}$

1996

Oppgave 2

a)

LVDT koplet til en instrumenteringsforsterker:



En instrumenteringsforsterker forsterker differensen mellom inngangssignalene. Inngangene skal derfor <u>koples som vist på figuren</u> (begynnelsen på hver spole er markert). Med jernkjernen i midtstilling blir inngangssignalene like, og utgangssignalet fra forsterkeren lik 0. Med kjernen i øvre stilling blir v=A*(u1-0), med kjernen i nedre stilling blir v=A*(0-u2), hvor A er instrumenteringsforsterkerens forsterkning. Det blir altså 180 ˚ faseforskyvning mellom de to ytterstillingene.

Forsterkningen kan utledes slik :

Det vil flyte en strøm gjennom R1, Rg og R1 som blir :

(u3-u1)/R1 = (u1-u2)/Rg = (u2-u4)/R1, herfra finnes :

u3 = u1+(u1-u2)R1/Rg

u4 = u2 -(u1-u2)R1/Rg

Forsterkningen i 1. trinn blir: A1=(u3-u4)/(u1-u2) = 1+2R1/Rg

Forsterkningen i 2. trinn blir A2 = -R3/R2

<u>Den totale forsterkning i instrumenteringsforsterkeren blir derfor:</u>

$$A = A1 * A2 = -\left(1 + \frac{2R1}{Rg}\right)\frac{R3}{R2}$$

<u>50 gangers forskerkning kan oppnås med for eksempel Rg = 10k, R1 = 20k (da blir A1 = 5), R2 = 10k og R3=100k (da blir A2 = -10), tilsammen 50 ganger.</u>

b)

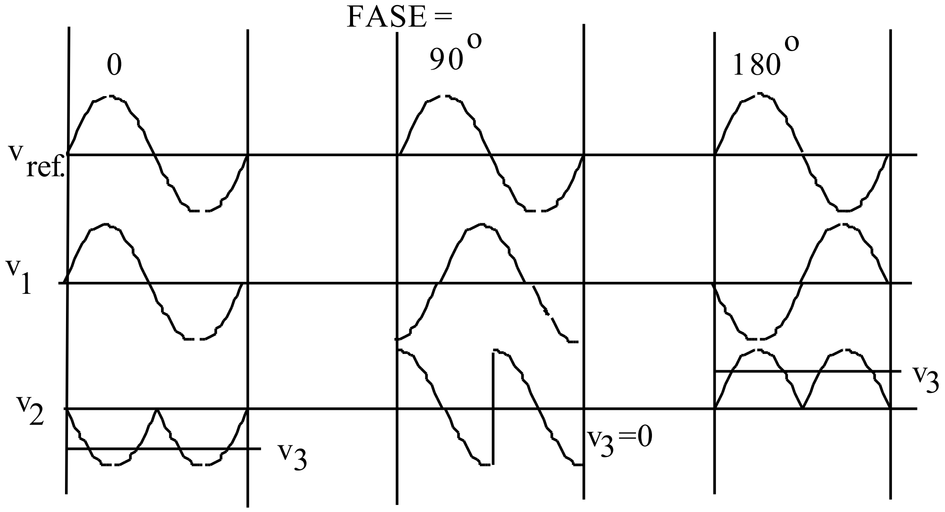
Bryteren skifter stilling etter hver halvperiode av $V_{ref.}$. Når bryteren velger operasjonsforsterkerens utgang, blir v2 = -v1 (siden forsterkningen blir -1). Med bryteren i motsatt stilling er v2=v1.

<u>En vanlig likeretter vil likerette signal og støy uansett frekvens. En fasefølsom likeretter vil likerette bare den delen av støyen som har frekvenser i et smalt bånd omkring signal-frekvensen</u>.

Hvis fasen til v1 i forhold til $V_{ref.}$ er 0 grader når kjernen er over midtstilling, vil den være 180 grader når kjernen er under midtstilling.

Tidsforløpet for $V_{ref.}$, v1, v2 og v3 ved ulike faseforskjeller blir som på figuren :

1996

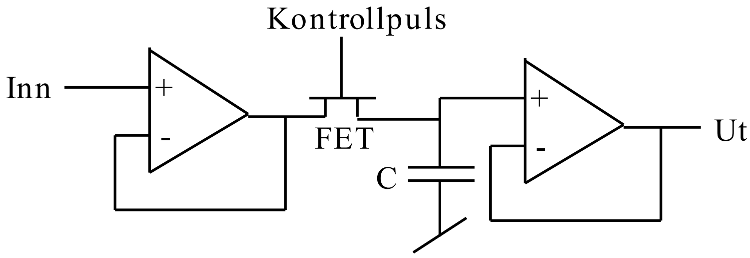


c)
Ved hurtige mekaniske forskyvninger virker detektoren som et lav pass filter med grensefrekvens gitt av verdiene for R og C. Grensefrekvensen blir

$$f = \frac{1}{2\pi RC} \approx 1.6Hz$$

Oppgave 3

Typisk sample/hold krets



:

Når FET leder (sample-perioden) opplades C etter ligningen $v(t) = 1 - e^{-t/RC}$. Strømmen begrenses av R (som er FET motstanden på 100 Ω). Avviket fra asymptotisk sluttverdi for spenningen over C ved tiden t1 (som er slutten av en sample-periode som er 1 µs lang) skal være mindre enn 0.1%, dvs.

$$e^{-t/RC} < 0.001 \qquad e^{-10^{-6}/(100*C)} < 0.001 \qquad -10^{-8}/C < \ln(0.001) = -6.9$$

$$-10^{-8} < -6.9*C \qquad C < 10^{-8}/6.9 = 1.45*10^{-9} = 1.45nF$$

Når FET ikke leder (hold-perioden) utlades C etter ligningen $v(t) = e^{-t/RC}$. Lekkasjemotstanden tilsvarer 100 MΩ. Avviket fra startverdien ved tiden t2 (som er slutten av en hold-periode som er 19 µs lang) skal være mindre enn 0.1 %, dvs.

$$1 - e^{-t/RC} < 0.001 \qquad -19*10^{-6}/\left(10^{8} * C\right) > \ln(0.999) = -0.001$$

$$19*10^{-11}/C < 1 \qquad C > 19*10^{-11} = 190pF$$

1996

Altså må C være i området 190pF < C < 1.45 nF

Lekk-strømmen kan måles ved å måle hvordan spenningen over C endres i løpet av en hold-periode som må gjøres kunstig lang for å se en endring. En lineær tilnærming av lekk-strømmen finnes som i = CV/t3, hvor V er endringen i spenningen over C i løpet av tiden t3.

Oppgave 4

a)

Endringen i R(T) pr. grad ved temperaturer under noen hundre grader påvirkes nesten bare av 1.gradsleddet, og blir omtrent 0.49 Ω/˚C.

Siden kabelmotstanden skal spille mindre rolle enn 0.1 ˚C, må 2r < 0.049Ω, dvs. at

r < 0.025Ω.

Ved svært høye temperaturer spiller 2.gradsleddet en rolle. Med T=1000 ˚C, blir termometerets motstandsendring $dR(T)/dT=R(a+2bT)=100*(4.9*10^{-3}-11.8*10^{-4})=0.372$ Ω/˚C, som gir

r < 0.0188Ω.

b)

Strømmen gjennom kabelen (og gjennom termometeret) må være den samme som går gjennom 1k-motstanden, som må ha "virtuell jord" på sin høyre side. Siden V1=6V, må strømmen bli : i=6mA

Avgitt effekt i temometeret ved T = 0 ˚C er R(T)*i2 = 0.006*0.006*100 = 0.0036W. Dette øker termometerets temperatur med 10 ˚C/W * 0.0036 W = 0.036 ˚C.

c)

En lineær tilnærmelse R_{lin} = c+dT, skal gå

fra -50 ˚C, hvor R(T)=100(1-0.245+0.001475) = 75.35Ω,

til 200 ˚C , hvor R(T)=100(1+0.98-0.0236) =195.64Ω.

Dette gir oss ligningene c-50d=75.35 og c+200d=195.64, som kan løses til c=99.408 og d=0.48116. Den rette linjens ligning blir : R_{lin} = 99.408+0.48116T.

Ulineariteten er $N(T) = R(T)-R_{lin} = 100-99.408 + (0.49-0.48116)*T - 5.9*10^{-5}*T^2$

$= 0.592 + 0.00884*T - 5.9*10^{-5}*T^2$.

Max. avvik har vi når den deriverte $dN(T)/dT = 0.00884 - 11.8*10^{-5}*T$ er lik 0.

Da blir temperaturen $T = 0.00884 / (11.8*10^{-5}) = 74.92$ ˚C.

Avviket er da $0.592 + 0.00884*74.92 - 5.9*10^{-5}*74.92^2 = 0.92$ Ω.

Oppgave 5

Årsaken til termisk støy (Johnson noise) i en motstand er fluktuasjoner i elektrontettheten p.g.a. termisk bevegelse av elektroner.

1996

Slik støy er "hvit støy", d.v.s. at spektraltettheten er konstant for alle frekvenser (alle frekvenser er like sannsynlige).

Effektivverdien (rms-verdien) av slik støy fra én motstand er $v = \sqrt{4kTR(f1 - f2)}$,
hvor k er Boltzmans konstant, T er absolutt temperatur, R er motstandsverdien i Ohm, og f1 - f2 er frekvensområdet som forsterkes.

I oppgaven vil både R1 og R2 gi bidrag til støyen, på samme måte som om de var parellell-koplet. R2 kan betraktes som belastningen for R1, og omvendt.

Forsterkerutgangen får dermed en rms-verdi på:

$$u = A * \sqrt{4kT(R1 \| R2)(100000 - 0)}$$

$$u = A * \sqrt{4 * 1.4 * 10^{-23} * 300 * \left(\frac{10^4 * 10^5}{10^4 + 10^5} \right) * 100000}$$

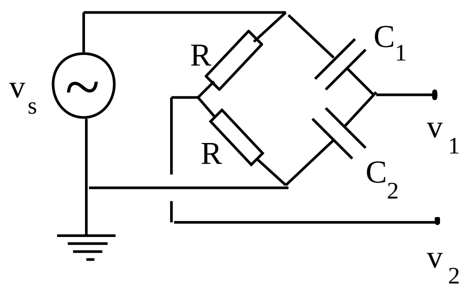
$$u = 1000 * \sqrt{15.3 * 10^{-12}} = 3.9 * 10^{-3} = 3.9 mV$$

Sampler vi støyen, og tegner opp amplitudefordelingen, kan vi vente å finne en Gauss-fordeling (normalfordeling).
Middelverdien er 0, og standard-avviket er lik rms-verdien.

FYS-221 1997 Løsninger

Oppgave 1

a)



$R = 2\ k\Omega$
$C_1 = C_0/(1+kp)$
$C_2 = C_0/(1-kp)$
$C_0 = 50\ pF$
$k = 10^{-5}\ (1/Pa)$
p er trykkdifferansen
$v_s = V_s \sin(2\pi\ ft)$

Brokoplingen gir

$$\underline{\underline{E = v_1 - v_2}} = v_s\left(\frac{z2}{z1+z2} - \frac{R}{2R}\right) = v_s\left(\frac{1/j\omega C_2}{1/j\omega C_1 + 1/j\omega C_2} - 1/2\right) = v_s\left(\frac{C_1}{C_2+C_1} - 1/2\right)$$

$$= v_s\left(\frac{c_0/(1+kp)}{c_0/(1-kp) + c_0/(1+kp)} - 1/2\right) = v_s\left(\frac{1-kp}{1+kp+1-kp} - 1/2\right) = v_s\left(\frac{1-kp}{2} - 1/2\right) \underline{\underline{= -v_s kp/2}}$$

Med $V_s = 6$ V og $p = 500$ Pa får vi :

$$\underline{\underline{E =}} \frac{-6\ Volt * \sin(2\pi ft) * 10^{-5} Pa^{-1} * 500 Pa}{2} = \underline{\underline{-15*10^{-3}\sin(2\pi ft) Volt}}$$

Thevenin-ekvivalent impedans blir :

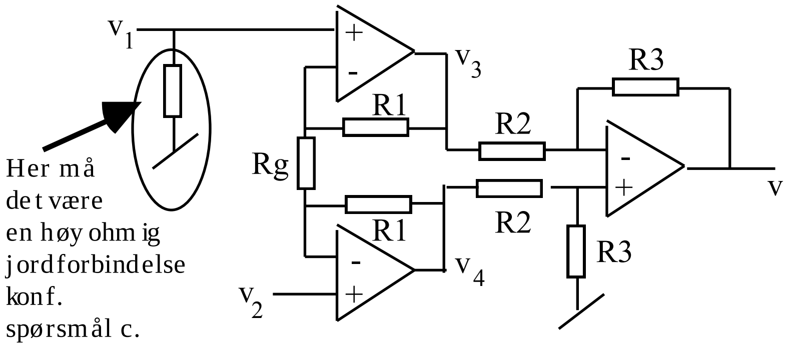
$$\underline{\underline{z =}} (R \| R) + (z_1 \| z_2) = \frac{R}{2} + \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} = \frac{R}{2} + \frac{1/j\omega C_1 * 1/j\omega C_2}{1/j\omega C_1 + 1/j\omega C_2} = \frac{R}{2} + \frac{1}{j\omega(C_2 + C_1)}$$

$$= \frac{R}{2} - \frac{j}{2\pi f(C_1 + C_2)} = \frac{2*10^3}{2} - \frac{j}{6.28*10^4 * (50+50)*10^{-12}} \underline{\underline{= (1.0 - 159j)\ k\Omega}}$$

Modulverdien blir : $\underline{\underline{|z| = \sqrt{1.0^2 + (159j)^2}\ k\Omega \approx 159 k\Omega}}$

1997

b) Instrumenteringsforsterker :



Med ideelle operasjonsforsterkere vil strømmen gjennom øverste R1, Rg og nederste R1 måtte være den samme,

d.v.s. $(v_3 - v_1)/R1 = (v_1 - v_2)/Rg = (v_2 - v_4)/R1$

Herav følger : $v_3 = v_1 + (v_1 - v_2) * R1/Rg$ og $v_4 = v_2 - (v_1 - v_2) * R1/Rg$

Definisjonen for 1. trinns differensialforsterkning er $A1 = \dfrac{v_3 - v_4}{v_1 - v_2}$.

Innsatt v_3 og v_4 får vi :

$$A1 = \frac{v_1 + (v_1 - v_2) * R1/Rg - v_2 + (v_1 - v_2) * R1/Rg}{v_1 - v_2} = \frac{(v_1 - v_2)(1 + 2 * R1/Rg)}{v_1 - v_2} = 1 + 2 * R1/Rg$$

Forsterkningen i 2. trinn er : $A2 = -\dfrac{R3}{R2}$.

Total forsterkning : $A = A1 * A2 = -(1 + 2 * R1/Rg) * R3/R2$

Med v_1 og v_2 like, må også v_3 og v_4 få samme spenning. Etter 1. trinn inne i instrumenteringsforsterkeren har derfor felles signalet forsterkning på

$$A_{cm} = (v_3 + v_4)/(v_1 + v_2) = 1.$$

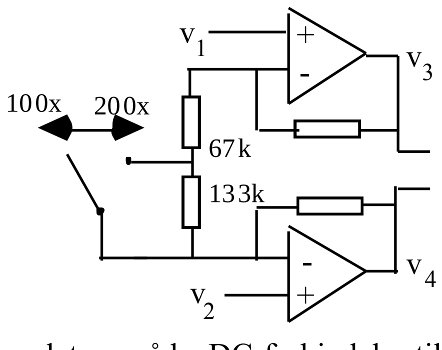
Etter 2. trinn kan felles signalet bli null. Felles signaler opptrer altså internt i instrumenteringsforsterkere. De forsterkes med faktor lik 1 i første trinn.

c) Vi velger A2 = 50, d.v.s. R3=50*R2, f.eks. R2 = 1 kΩ og R3 = 50 kΩ.

Vi velger R1 = 100 kΩ.

Vi skal ha A1 lik 2 for A = 100, d.v.s Rg=2R1/(A1-1) = 200/1 =200 kΩ.

Vi skal ha A1 lik 4 for A = 200, d.v.s Rg=2R1/(A1-1) = 200/3 =67 kΩ



Signalet v_1 må ha DC-forbindelse til jord, ellers vil "bias current" i operasjonsforsterkeren gi oppladning av C_1 og C_2. For ikke å belaste broen må DC-forbindelsen være høyohmig, f.eks. 5 MΩ. (se tegning på toppen av siden.)

1997

d) Lav-pass filteret fjerner signaler med høyere frekvenser enn halve samplingsfrekvensen. Ifølge Nyquists samplingsteorem kan slike høye frekvenser ikke representeres.

Omvandleren er av en type som trenger en klokkepuls pr. bit. Klokke-intervallene er 1 µs. Konverteringstid pr. sample er altså 10 µs. Kvantiseringsfeilen i omvandleren er $1/2^{10} \approx 1/1000 = 0.1$ %.

Kondensator-spenningen i S/H-kretsen må altså ikke endres mer enn 0.1 % på 10 µs for å fylle kravene.

Kondensatoren utlader seg etter formelen $v(t) = e^{-t/RC}$.

Kravene er fylt når

$$\exp\left(-10*10^{-6}/10^{8}*C\right) > 1-0.001$$

$$-10/10^{14}*C > \ln(0.999) = -0.0010005 \approx -1*10^{-3}$$

$$-10*10^{-14}/C > -1*10^{-3}$$

$$10*10^{-14}/C < 1*10^{-3}$$

$$C > 10*10^{-14}/1*10^{-3} = 1*10^{-10} = 100*10^{-12}$$

Minimumstørrelsen for kondensatoren er altså 100 pF.

e) Bit rate (R) på 1 kHz gir et båndbreddekrav for PCM signal overføring fra 0 Hz til R/2=500 Hz.

LP-filteret som mottar PCM-signalet bør ha en grensefrekvens på 500 Hz.

f) Arealet under en sannsynlighets-tetthets-fordeling er lik 1, dvs. at p(0) = 1/2.7 ≈ 3.7. Sannsynligheten for å tolke 0 som 1 svarer til arealet med x>2.5. Kongruente trekanter gir p(2.5)/p(0) = (2.7-2.5)/2.7.

Høyden p(2.5) blir p(2.5) = 0.37*(2.7-2.5)/2.7 = 0.0274.

Feilsannsynligheten (arealet) blir : 0.2*0.0274/2 = 0.00274 = 0.274 %

Sannsymligheten for å feiltolke 1 som 0 blir like stor, siden 2.5 er midt mellom 0 og 5.

g) NEI, fordi overføring av PCM signal krever at DC-nivåer kan overføres. DC-nivåer kan ikke overføres gjennom en vanlig telefonlinje.

Signalet kan gjøres om til frekvenser som er overførbare, vi har sett på bruk av en VCO (Voltage Controlled Oscillator).

For å få PCM signalet tilbake på mottagersiden er det naturlig å bruke en "faselåst sløyfe" (Phase locked loop) som mottar et FM-signal og lager DC-signal av det.

1997

Oppgave 2

a) Tidskonstant τ = 20 kΩ * 100 µF = 2 * 10^4 * 10^{-4} = 2 s .

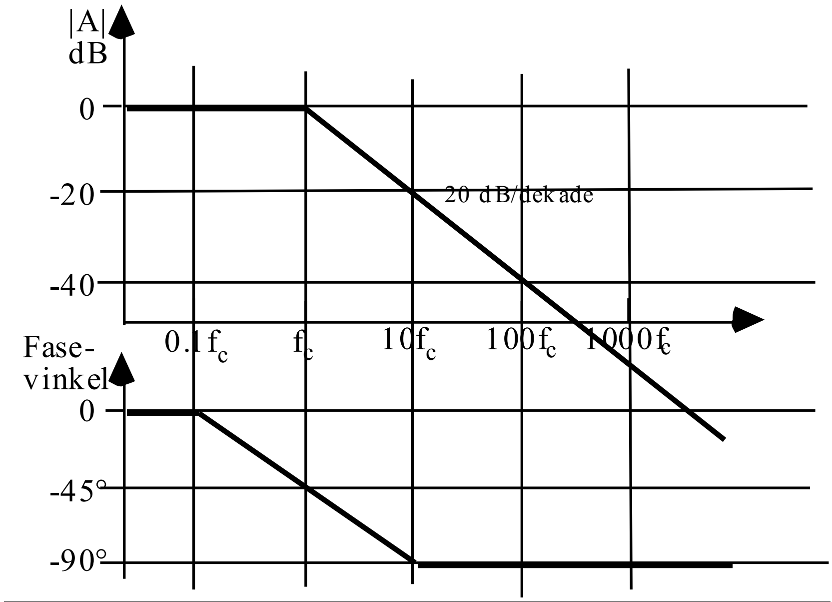
Utgangsspenningen stiger ifølge v = 1 - $e^{-t/\tau}$. τ = 2 s. Vi skal finne t i ligningen: 0.9 = 1 - $e^{-t/\tau}$.

$e^{-t/\tau}$ = 0.1

t/τ = -ln 0.1

t = 2.3 * 2 = 4.6 s.

Filterets grensefrekvens blir : $f_c = \dfrac{1}{2\pi\tau} = 0.08$ Hz.



b) Vi sampler, og får verdiene 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...

Digitalt filter ekvivalent med LP-filteret ovenfor med τ = 2 s og S = sampel interval = 1 s har formelen :

v2(n) = b*v2(n-1) + (1-b) * v1(n),

med b = (τ / S) / (1 + τ / S) = 2 / (1+2) = 0.67 .

Vi får : v2(0) = 0.67 * 0 +0.33 * 1 = 0.33

v2(1) = 0.67*0.33 +0.33 * 1 = 0.55

v2(2) = 0.67*0.55 +0.33 * 1 = 0.70

v2(3) = 0.67*0.70 +0.33 * 1 = 0.80

1997

c) Impulsresponset finnes ved å filtrere en impuls.

Det blir :

v2(0)	= 0.67 * 0	+ 0.33 * 1	= 0.33
v2(1)	= 0.67 * 0.33	+ 0.33 * 0	= 0.22
v2(2)	= 0.67 * 0.22	+ 0.33 * 0	= 0.15
v2(3)	= 0.67 * 0.15	+ 0.33 * 0	= 0.10

Metoden som anvendes for å finne filterets respons ved hjelp av impulsrespons og input, kalles folding ("convolution").

Vi får :	u(0)	= 0.33 * 1	= 0.33
Vi får :	u(1)	= 0.33 * 1 + 0.22 * 1	= 0.55
Vi får :	u(2)	= 0.33 * 1 + 0.22 * 1 + 0.15 * 1	= 0.70
Vi får :	u(3)	= 0.33 * 1 + 0.22 * 1 + 0.15 * 1 + 0.10 * 1	= 0.80

Oppgave 3

a)

Tall nr. 0 svarer til DC-effekten.

Tallene fra nr. 1 til nr. 64 angir effekt amplitudene svarende til frekvensene fra 1 Hz til 64 Hz (Nyquist-frekvensen).

(Tallene fra nr. 65 til nr. 127 er kopier av tallene fra nr. 1 til nr. 63 i omvendt rekkefølge, de er uvesentlige for om oppgaven regnes som riktig besvart.)

(Både 64 og 128 tall regnes som riktig besvart, såfremt man forstår tallenes betydning).

Tall nr.	Har amplitude p.g.a.
0	støy + DC-effekt (gjennom 1 Ω)
1	støy
2	støy
3	støy + 3 Hz grunnfrekvens
4	støy + 4 Hz grunnfrekvens
5	støy
6	støy + 3 Hz 1. overtone
7	støy
8	støy + 4 Hz 1. overtone
9	støy + 3 Hz 2. overtone

10 støy

11 støy

12 støy + 3 Hz 3. overtone + 4 Hz 2. overtone

13 støy

14 støy

15 støy + 3 Hz 4. overtone

16 støy + 4 Hz 3. overtone

. . . .

. . . .

64 støy+ 4 Hz 15. overtone

Hvis signalet hadde vært fritt for ett av de periodiske signalene, ville alle bidragene fra signalet til listen ovenfor vært borte.

1997

Hvit støy alene vile hatt et tilnærmet flatt effektspekter (alle tallene ville vært like), særlig etter midling av mange utregnede spektra.

b)

For at signal/støy forholdet skal bedres, må signalet repeteres med samme tidsforløp, og opptre fastlåst til en tidsreferanse. Støyen må være ukorrelert til denne tidsreferansen.

Ved signal midling av n repeterte målinger øker signal/støy forholdet med $\sqrt{n}$.
For å oppnå en bedring på 30 dB, må

$20\log\sqrt{n} = 30 \qquad \sqrt{n} = 10^{3/2} \qquad \underline{\underline{n = 1000}}$

c)

Autokorrelasjon er vel egnet til å oppdage periodiske variasjoner. Bare perioden kan bestemmes, ikke selve signalformen.

d)

Sekvensen av samples er: 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1. Altså 10 samples pr. hele periode.
Autokorrelasjonskoeffisientene er:

$$R(m) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y(i) * y(i-m)$$

hvor N = antall samplesi en periode og m = 0, 1, ..., (N-1) .
N=10 gir

R(0)	=	$(5*1^2 + 5*(-1)^2 + 0*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{1}}$
R(1)	=	$(4*1^2 + 4*(-1)^2 + 2*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{0.6}}$
R(2)	=	$(3*1^2 + 3*(-1)^2 + 4*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{0.2}}$
R(3)	=	$(2*1^2 + 2*(-1)^2 + 6*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{-0.2}}$
R(4)	=	$(1*1^2 + 1*(-1)^2 + 8*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{-0.6}}$
R(5)	=	$(0*1^2 + 0*(-1)^2 + 10*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{-1}}$
R(6)	=	$(1*1^2 + 1*(-1)^2 + 8*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{-0.6}}$
R(7)	=	$(2*1^2 + 2*(-1)^2 + 6*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{-0.2}}$
R(8)	=	$(3*1^2 + 3*(-1)^2 + 4*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{0.2}}$
R(9)	=	$(4*1^2 + 4*(-1)^2 + 2*1*(-1)) / 10 = \underline{\underline{0.6}}$

Oppgave 4

Vi regner operasjonsforsterkeren ideell.
Vi ønsker en strøm gjennom R på 4 mA ved V1 = 0 V, og 20 mA ved V1 = 1 V. Strømmen gjennom R må også gå gjennom R1. Minus-inngangen til opampen vil følge pluss-inngangen, og altså ha spenningen V1.

Med V1 = 0 V må strømmen gjennom R1 være 4 mA = (0-V2) / R1 .
Med V1 = 1 V må strømmen gjennom R1 være 20 mA = (1-V2) / R1 .

1. ligning gir R1 = -V2 / 4 mA. Da blir 20 mA = (1-V2) * 4 mA / (-V2),
20 mA = 4 mA / (-V2) + 4mA,   16 mA * V2 = -4 mA,   V2 = -1/4 V

R1 = -(-1/4 V / 4 mA) = 1/16 kΩ = 62.5 Ω .

FYS-221 1998 Løsninger

Oppgave 1

a) Lineær funksjon: O=KI+a, hvor O varierer fra 25 til 205 når I varierer fra 1 til 10.
Ved 20 °C : K=(205-25) / (10-1) = 20, og I=1 gir a = O-KI = 25-20 = 5,
altså : $\underline{\underline{O = 20I+5 \text{ ved } 20\ °C}}$

Ved 30 °C: O varierer fra 25 * 1.05 = 26.25 til 205 * 1.1 = 225.5.
Modell-ligningen vår er : $O = (K + K_M\Delta T)*I+a+K_I\Delta T$, hvor ΔT=T-20°C.
30°C gir ΔT=10, og vi har ligningene:

$26.25 = (20+10K_M) +5 +10K_I$ dvs. $0.125 = K_M + K_I$

$225.5 = 10(20+10K_M) +5 +10K_I,$ dvs. $2.05 = 10K_M + K_I$

som gir : $K_M = 0.2139$ og $K_I = -0.0889$, altså

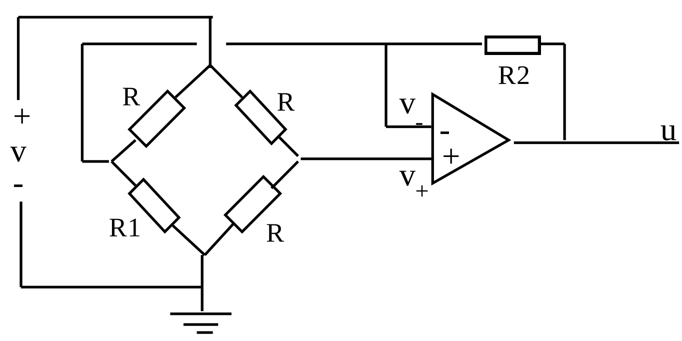
$\underline{\underline{O = (20 + 0.2139\Delta T)I + 5 -0.0889\Delta T, \text{ hvor } \Delta T=T-20°C.}}$

b) Ulineariteten N(I) er en 2. grads kurve, symmetrisk om I = 5.5. Den skal være 0 for I=1 og I=10, og kan derfor ha formen : $4.5^2 - (I - 5.5)^2 = 20.25 - (I - 5.5)^2$.
For I = 5.5 og 20°C skal N(I) være: (205 - 25) * 0.03 = 5.4, dvs
$b * (20.25 - (I - 5.5)^2) = 5.4$, som gir b = 0.2667.
Altså : $N(I) = 0.2667(20.25 - (I - 5.5)^2)$ ved 20°C.

Ved 30 °C skal maksimumsavviket være (225.5 - 26.25) * 0.03 = 5.978.
Tillegget til N(I) per °C blir c i oppstillingen : 5.4 * (1+10c) = 5.978,
som gir c = 0.0107.
$\underline{\underline{\text{Altså : } N(I) = 0.2667(1 + 0.0107\Delta T)(20.25-(I-5.5)^2)}}$

Oppgave 2

a)



1998

v_+ er en enkel spenningsdeling av V gjennom to like motstander R, og må ligge konstant på V/2. v_- må være lik v_+ (ideell op-amp.), altså

$$v_+ = V/2 = v_-$$

(Strøm gjennom venstre R) = (strøm gj. R1) + (strøm gj. R2), altså

$$\frac{V/2}{R} = \frac{V/2}{R1} + \frac{V/2 - u}{R2}$$

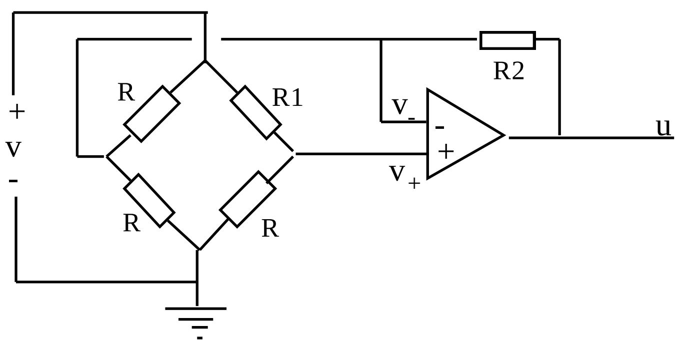
$$\frac{V}{2R} - \frac{V}{2R1} = \frac{V}{2R2} - \frac{u}{R2}$$

$$\frac{u}{R2} = \frac{V}{2R1} - \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R2} = \frac{V}{2R2} - \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R(1+a)}$$

$$u = \frac{V}{2} - \frac{VR2}{2R} + \frac{VR2}{2R(1+a)} = \frac{V}{2}\left(1 + \frac{R2}{R(1+a)} - \frac{R2}{R}\right) = \frac{V}{2}\left(1 + \frac{R2 - R2 - R2 * a}{R(1+a)}\right)$$

$$\underline{\underline{u = \frac{V}{2}\left(1 - \frac{R2}{R} * \frac{a}{1+a}\right)}}$$

b)



Spenningsdeling gir oss $v_+ = V\dfrac{R}{R+R1} = V\dfrac{R}{R+R(1+a)} = V\dfrac{1}{2+a} = v_-$

(Strøm gjennom øvre venstre R) = (strøm gj. nedre ve. R) + (strøm gj. R2), altså

$$\frac{V - v_-}{R} = \frac{v_-}{R} + \frac{v_- - u}{R2}$$

$$\frac{u}{R2} = \frac{v_-}{R} + \frac{v_-}{R2} - \frac{V}{R} + \frac{v_-}{R}$$

$$\underline{\underline{u}} = R2 * v_- \left(2/R + 1/R2\right) - VR2/R = \underline{\underline{V\left(\frac{1}{2+a}\left(\frac{2R2}{R} + 1\right) - \frac{R2}{R}\right) = \frac{V}{2+a}\left(1 - a\frac{R2}{R}\right)}}$$

c)

Ved å beregne utgangsspenningene ved ulike verdier for a i oppgave a) og b) får vi variasjonen i utgangssignalene :

a	u(fig. a)	u(fig b)
	volt	volt
0	5	5
0.1	-4.09	-4.7625
0.2	-11.6675	-13.6375

Verdier for a=0.1 beregnet som midtpunktet av den rette linjen fra 0 til 0.2 gir:

0.1	-3.33375	-4.31875

Ulineariteten ved a = 0.1 i % av måleomfang blir :

for a) : 0.75625/16.6675 = 4.54 %

for b) : 0.44375/18.6573 = 2.38 %

Koblingen i b) gir altså minst ulinearitet.

d)

Bare broen uten op.amp. gir

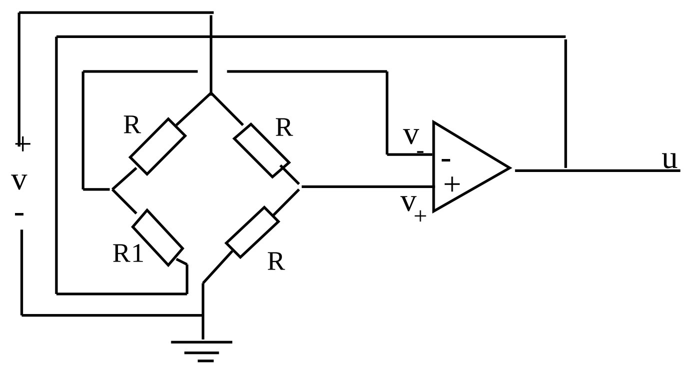
$$E = V\left(\frac{R1}{R+R1} - \frac{1}{2}\right) = V\left(\frac{R(1+a)}{R+R(1+a)} - \frac{1}{2}\right) = V\left(\frac{1+a}{2+a} - \frac{1}{2}\right) = V\frac{2+2a-2-a}{2(2+a)}$$

$$E = V\frac{a}{2(2+a)}$$

Utgangsverdi for a=0 :	0
Utgangsverdi for a=0.1 :	0.238
Utgangsverdi for a=0.2 :	0.4545

Lineært beregnet for a=0.1 : 0.22725, differanse fra ulineært = 0.01075,
i % av måleomfang : 0.01075/0.4545 = 2.37 %.

e)



Spenningsdeling gir oss $v_+ = V/2 = v_-$

(Strøm gjennom øvre venstre R) = (strøm gj. R1), altså :

1998

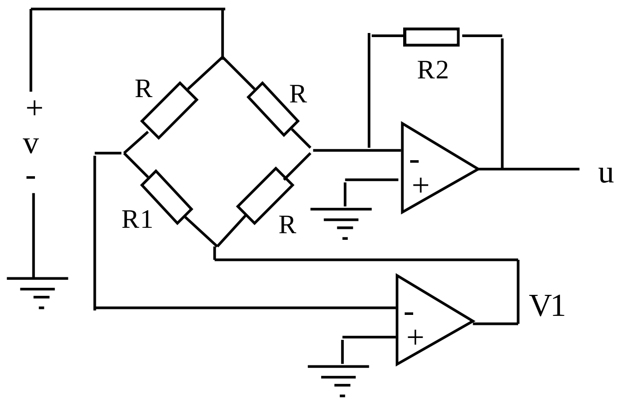
$$\frac{V/2}{R} = \frac{V/2 - u}{R1}$$

$$\frac{V}{2R} = \frac{V - 2u}{2R1}$$

$$\frac{u}{R1} = \frac{V}{2R1} - \frac{V}{2R}$$

$$\underline{\underline{u}} = \frac{V}{2}\left(1 - \frac{R1}{R}\right) = \frac{V}{2}\left(1 - \frac{R(1+a)}{R}\right) = \underline{\underline{-aV/2}}$$

Denne varianten gir u som lineært avhengig av a. Dette var ikke tilfelle med de andre koblingene.



Gjennom høyre "brohalvdel" vil
(strøm gj. øvre R) = (strøm gj. nedre R) + (strøm gj. R2)

$$\frac{v}{R} = \frac{0 - V1}{R} + \frac{0 - u}{R2}$$

Gjennom venstre "brohalvdel" må strømmen gjennom R også gå gjennom R1

$$\frac{v}{R} = \frac{-V1}{R1}$$

$$-V1 = vR1/R$$

$$\frac{v}{R} = \frac{vR1/R}{R} - \frac{u}{R2}$$

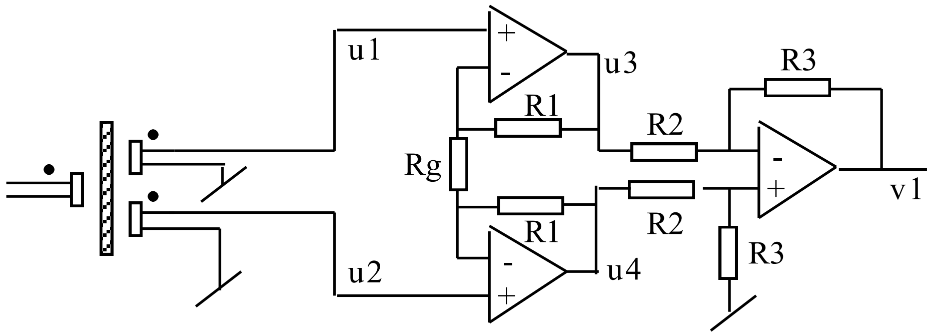
$$-\frac{u}{R2} = \frac{v}{R} - \frac{vR1}{R*R} = v\left(\frac{R - R(1+a)}{R*R}\right) = -\frac{va}{R}$$

$$\underline{\underline{u = va\frac{R2}{R}}}$$

1998

Oppgave 3

a) LVDT koplet til en instrumenteringsforsterker:



En instrumenteringsforsterker forsterker differensen mellom inngangssignalene. Inngangene skal derfor koples som vist på figuren (begynnelsen på hver spole er markert). Med jernkjernen i midtstilling blir inngangssignalene like, og utgangssignalet fra forsterkeren lik 0. Med kjernen i øvre stilling blir v=A*(u1-0), med kjernen i nedre stilling blir v=A*(0-u2), hvor A er instrumenteringsforsterkerens forsterkning. Det blir altså 180 ˚ faseforskyvning mellom de to ytterstillingene.

Forsterkningen kan utledes slik :

Det vil flyte en strøm gjennom R1, Rg og R1 som blir :

(u3-u1)/R1 = (u1-u2)/Rg = (u2-u4)/R1,   herfra finnes :

u3 = u1+(u1-u2)R1/Rg

u4 = u2 -(u1-u2)R1/Rg

Forsterkningen i 1. trinn blir: A1=(u3-u4)/(u1-u2) = 1+2R1/Rg

Forsterkningen i 2. trinn blir A2 = -R3/R2

Den totale forsterkning i instrumenteringsforsterkeren blir derfor:

$$A = A1 * A2 = -\left(1 + \frac{2R1}{Rg}\right)\frac{R3}{R2}$$

100 gangers forskerkning kan oppnås med for eksempel Rg = 10k, R1 = 20k (da blir A1 = 5), R2 = 5k og R3=100k (da blir A2 = -20), tilsammen 100 ganger.

b)

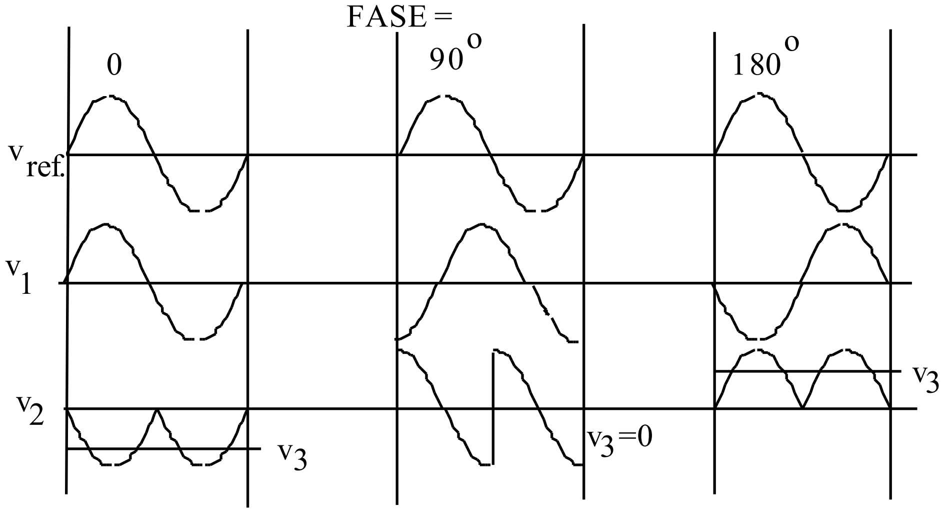
Bryteren skifter stilling etter hver halvperiode av $V_{ref.}$. Når bryteren velger operasjonsforsterkerens utgang, blir v2 = -v1 (siden forsterkningen blir -1). Med bryteren i motsatt stilling er v2=v1.

En vanlig likeretter vil likerette signal og støy uansett frekvens. En fasefølsom likeretter vil likerette bare den delen av støyen som har frekvenser i et smalt bånd omkring signal-frekvensen.

Hvis fasen til v1 i forhold til $V_{ref.}$ er 0 grader når kjernen er over midtstilling, vil den være 180 grader når kjernen er under midtstilling.

Tidsforløpet for $V_{ref.}$, v1, v2 og v3 ved ulike faseforskjeller blir som på figuren :

1998



c)

Ved hurtige mekaniske forskyvninger virker detektoren som et lav pass filter med grensefrekvens gitt av verdiene for R og C. Grensefrekvensen blir

$$\underline{\underline{f = \frac{1}{2\pi RC} \approx 1.6Hz}}$$

Oppgave 4

<u>Strømoverføring er gunstig ut fra et støy-synspunkt.</u>

Vi regner operasjonsforsterkeren ideell.

Vi ønsker en strøm gjennom R på -10mA ved V1 = 0V, og +10mA ved V1 = 1V. Strømmen gjennom R må også gå gjennom R1. Minus-inngangen til opampen vil følge pluss-inngangen, og altså ha spenningen V1.

Med V1 = 0V må strømmen gjennom R1 være -10mA = (0-V2) / R1 .
Med V1 = 1V må strømmen gjennom R1 være 10mA = (1-V2) / R1 .

1. ligning gir R1 = -V2 / -10mA, som innsatt i 2. ligning gir
10mA = (1-V2) * -10mA / -V2,
10mA = 10mA / V2 - 10mA
20mA * V2 = 10mA, <u>V2 = 1/2 V</u>

<u>R1</u> = -1/2V / -10mA) = 1/20 kΩ = <u>50 Ω</u> .

1998

FYS-221 1999 Løsninger

Oppgave 1

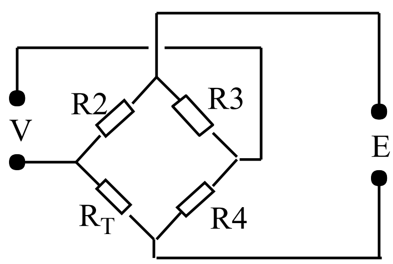
a) Motstand ved 200 °C : $\underline{\underline{R(200) = 175.86\ \Omega.}}$

b) Rett linje fra 0 til 200 °C : $R'(T) = R_0(1+cT)$, med $R_0 = 100\ \Omega$
200°C gir $R'(200) = 175.86 = 100(1+200c)$, dvs. $\underline{\underline{c = 0.003793.}}$

Ulinearitet $N(T) = R(T) - R'(T) = R_0((a-c)T+bT^2)$. Vi har maksimalt avvik når $dN(t)/dT = 0$, dvs. $R_0(a-c+2bT) = 0$, som gir : $\underline{\underline{T = 100\ °C.}}$

Feilen ved denne temperaturen er : $N(100) = 0.585\ \Omega$. Feil i % av differansen av verdiene ved 0 og 200 °C blir : 0.585 / (175.86-100) = $\underline{\underline{0.77\ \%}}$.

c)



$R_T = R_0 = 100\ \Omega$ ved 0 °C

Dimensjonering : Balanse, dvs. E = 0 ved 0 °C krever at $R3 / R2 = R4 / R_0$.

Fordi R_T / R_0 varierer fra 1 til nesten 2, bør R3 >>R2. Fornuftige motstands-verdier er oppgitt i oppgavens del d), $\underline{\underline{R2 = 100\ \Omega \text{ og } R3 = R4 = 10\ k\Omega.}}$

d) Med slike motstandsverdier blir :
E(200) = V * ((175.86 / 10175.86) - (100 / 10100)) = V * 0.007381, og
E(0) = V * ((100 / 10100) - (100 / 10100)) = V * 0.
Ved linearitet må vi ha
E´(100) = E(200) / 2 = V * 0.007381 / 2 = V * 0.00369.
Den oppgitte formel for R_T gir oss R(100) = 138.5 Ω, som gir
E(100) = V * ((138.5 / 10138.5) - (100 / 10100)) = V * 0.00374.
$\underline{\underline{\text{Avviket fra linearitet}}}$ ved 100 °C blir V*0.00374 - V*0.00369 = $\underline{\underline{\text{V*0.00005.}}}$
$\underline{\underline{\text{I \% bli avviket 0.00005 / 0.007381 = 0.68\%.}}}$

e) Med V=10 volt blir E(200) = 0.07381 volt.
Thevenin-ekvivalent motstand i broen blir
$R_{Th} = ((R2{*}R3) / (R3+R2)) + ((R_{200}{*}R4) / (R_{200}+R4))\ \Omega$
= ((1000000 / 10100) + (175.86 * 10000) / 10175.86) = (99 + 173) = 272 Ω.

Totalmotstand i kretsen med amperemeteret R_{Tot} = (272 + 2000) Ω = 2272 Ω.
Amperemeteret vil vise : 0.07381 volt / 2272 Ω = 32.5 μA

Oppgave 2

a) Med den største frekvens i signalet lik f_m, må samplingsfrekvensen pr. inngang være $f_s > 2*f_m$ for ikke å komme i konflikt med Nyquists samplingsteorem. D.v.s. $f_s > 14$ Hz .

Med 4 innganger blir AD-omformerens samplingsfrekvens med 20 Hz pr. inngang lik 4 * 20 = 80 sampler pr. sekund .

b) En ADC av denne type bruker 1 klokkepuls pr. bit. Med 3 pulser ekstra til andre ting vil en sample trenge 13 * 10 μs = 130 μs på å bli konvertert.

c) Bit rate (R) på 1 kHz gir et båndbreddekrav for PCM signal overføring fra 0 Hz til R/2 = 1000 Hz.

LP-filteret som mottar PCM-signalet bør ha en grensefrekvens på 1000 Hz.

d) Arealet under en sannsynlighets-tetthets-fordeling er lik 1, dvs. at $p(0) = 1/5.4 \approx 0.185$.

Sannsynligheten for å tolke 0 som 1 svarer til arealet med x>2.5.
Feilsannsynligheten (arealet) blir : 0.2*0.185 = 0.037 = 3.7%

Sannsymligheten for å feiltolke 1 som 0 blir like stor, siden 2.5 er midt mellom 0 og 5.

e) NEI, fordi overføring av PCM signal krever at DC-nivåer kan overføres. DC-nivåer kan ikke overføres gjennom en vanlig telefonlinje.

Signalet kan gjøres om til frekvenser som er overførbare, vi har sett på bruk av en VCO (Voltage Controlled Oscillator).

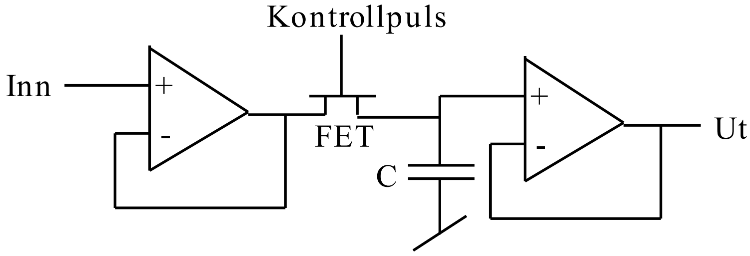
For å få PCM signalet tilbake på mottagersiden er det naturlig å bruke en "faselåst sløyfe" (Phase locked loop) som mottar et FM-signal og lager DC-signal av det.

f) Med en bærefrekvens f = 10800 Hz, modulert opp og ned med D = 1200 Hz, med en "bit rate" R = 2000 Hz, får vi $2*D / R \approx 1$, og vi får en nødvendig båndbredde fra
f-(D+R)=(10800-3200)Hz= 7600 Hz til f+(D+R)=(10800+3200)Hz = 14000 Hz.

1999

Oppgave 3

Typisk sample/hold krets



:

Når FET leder (sample-perioden) opplades C etter ligningen $v(t) = 1 - e^{-t/RC}$.
Strømmen begrenses av R (som er FET motstanden på 100 Ω). Avviket fra asymptotisk sluttverdi for spenningen over C ved tiden t1 (som er slutten av en sample-periode som er 1 µs lang) skal være mindre enn 0.1%, dvs.

$e^{-t/RC} < 0.001$ $\quad$ $e^{-10^{-6}/(100*C)} < 0.001$ $\quad$ $-10^{-8}/C < \ln(0.001) = -6.9$

$-10^{-8} < -6.9 * C$ $\quad$ $C < 10^{-8}/6.9 = 1.45 * 10^{-9} = 1.45nF$

Når FET ikke leder (hold-perioden) utlades C etter ligningen $v(t) = e^{-t/RC}$.
Lekkasjemotstanden tilsvarer 100 MΩ. Avviket fra startverdien ved tiden t2 (som er slutten av en hold-periode som er 19 µs lang) skal være mindre enn 0.1 %, dvs.

$1 - e^{-t2/RC} < 0.001$ $\quad$ $-19 * 10^{-6}/(10^{8} * C) > \ln(0.999) = -0.001$

$19 * 10^{-11}/C < 1$ $\quad$ $C > 19 * 10^{-11} = 190pF$

<u>Altså må C være i området 190pF < C < 1.45 nF</u>

Oppgave 4

<u>Strømoverføring er gunstig ut fra et støy-synspunkt.</u>

Vi regner operasjonsforsterkeren ideell.
Vi ønsker en strøm gjennom R på 5mA ved V1 = 0V, og 25mA ved V1 = 1V.
Strømmen gjennom R må også gå gjennom R1. Minus-inngangen til opampen vil følge pluss-inngangen, og altså ha spenningen V1.

Med V1 = 0V må strømmen gjennom R1 være 5mA = (0volt-V2) / R1 .
Med V1 = 1V må strømmen gjennom R1 være 25mA = (1volt-V2) / R1 .

1. ligning gir R1 = -V2 / 5mA, som innsatt i 2. ligning gir
25mA = (1volt - V2) * 5mA / (-V2)
25mA = 5mAvolt / (-V2) + 5mA
20 * V2 = -5volt, <u>V2 = -1/4 V</u>

<u>R1</u> = 1/4V / 5mA) = 1/20 kΩ = <u>50 Ω</u> .

1999

Oppgave 5

For at signal/støy forholdet skal bedres, må signalet repeteres med samme tidsforløp, og opptre fastlåst til en tidsreferanse. Støyen må være ukorrelert til denne tidsreferansen.

Ved signal midling av n repeterte målinger øker signal/støy forholdet med $\sqrt{n}$.
For å oppnå en bedring på 40 dB, må

$20\log\sqrt{n} = 40 \qquad \sqrt{n} = 10^{4/2} \qquad \underline{\underline{n = 10000}}$

c)

Autokorrelasjon er vel egnet til å oppdage periodiske variasjoner.
Bare perioden kan bestemmes, ikke selve signalformen.