

Fasit for Midtvegsprøva i Fys1000 V 2009

Oppgave 1

a) På toppen av banen er horisontalkomponenten av farta $v_y = 0$, og horisontalkomponenten (konstant lik) $v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 = v_0/2$. Stigehøgda h over bakken er da gitt ved bevaring av mekanisk energi (E_0)

$$E_0 \equiv \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh_0 = mgh + \frac{1}{2} m (v_0 \cos\theta_0)^2, \quad (1)$$

som gir

$$h = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} (1 - (\cos\theta_0)^2) = \left[1.8 + \frac{8^2}{2 \cdot 10} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \right] \text{ m} = 4.2 \text{ m}. \quad (2)$$

Rett svaralternativ er altså: B

b) Farta v når kula treffer bakken (der $h = 0$) er også gitt ved bevaring av mekanisk energi:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh_0. \quad (3)$$

Dette gir

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0} = \sqrt{8^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1.8} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}. \quad (4)$$

Rett svaralternativ er altså: D

c) Stigetida t_1 til toppen er gitt ved vertikalbevegelsen:

$$v_y = v_{0y} - g t_1 = 0. \quad (5)$$

Fra denne likninga finner vi stigetida

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{1}{g} v_0 \sin\theta_0 = \frac{8}{10} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ s} = 0.69 \text{ s}. \quad (6)$$

Rett svar: B

d) Høgda y over bakken som funksjon av tida t er gitt ved

$$y = h_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 . \quad (7)$$

Vi finner tida t_2 ved å løyse annengradslikninga vi får ved å sette $y = 0$:

$$t_2 = \frac{v_{0y} + \sqrt{v_{0y}^2 + 2gh_0}}{g} . \quad (8)$$

(Merk at den andre løysinga med minustegn foran kvadratrota ville svare til det symmetriske punktet på parabelbanen ved $y = 0$ før kula blei kasta opp.) Numerisk får vi

$$t_2 = (0.69 + \sqrt{84}/10) s = 1.6 s . \quad (9)$$

Rett svar: B

e) Den horisontale farta til kula er fortsatt $v_{0x} = v_0/2$. Dermed blir den mekaniske energien etter støytet med bakken:

$$E' = mg(h_0/4) + \frac{1}{2}m(v_0/2)^2 = E_0/4 . \quad (10)$$

Dermed har kula mista $3/4$, dvs. 75% av den mekaniske energien som opphavelig var E_0 .

Rett svar: D

Oppgave 2

a) Bevaring av driv (bevegelsesmengde) for *uelastisk* støyt gir

$$m v_x + M \cdot 0 = (M + m) V , \quad (11)$$

slik at den felles farta for vogn og kule blir

$$V = \frac{m}{(M + m)} v_x = \frac{0.1}{(0.5 + 0.1)} 10 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s} . \quad (12)$$

Rett svar: B

I det *elastiske* tilfellet vil bevaring av driv gi:

$$m v_x + M \cdot 0 = m u + M w , \quad (13)$$

som kan omformes til

$$m(v_x - u) = M w . \quad (14)$$

Når støytet er elastisk er kinetisk energi bevart:

$$\frac{1}{2} m (v_x)^2 + \frac{1}{2} M \cdot 0^2 = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} M w^2 \quad (15)$$

som kan omformes til

$$[m(v_x - u)] \cdot (u + v_x) = [M w] \cdot w . \quad (16)$$

Dersom denne likninga kombineres med likninga (14), finner vi

$$u + v_x = w . \quad (17)$$

Løyer vi likningssettet av (14) og (17) får vi:

$$u = \frac{m - M}{m + M} v_x , \text{ og } w = \frac{2m}{m + M} v_x . \quad (18)$$

b) Farta til kula blir da:

$$u = \frac{(0.1 - 0.4)}{(0.1 + 0.4)} \cdot (10\text{m/s}) = -6.0\text{ m/s} . \quad (19)$$

Rett svar: E

c) Videre blir farta til vogna:

$$w = \frac{(2 \cdot 0.1)}{(0.1 + 0.4)} \cdot (10\text{m/s}) = +4.0\text{ m/s} . \quad (20)$$

Rett svar: D

d) Da systemet av fjør og vogn ikke har noen fart når fjøra er pressa sammen maksimalt, blir $A = l = 0.1$ m.

Rett svar: B

e) Den potensielle energien i ei spent fjør er gitt ved $\frac{1}{2} k x^2$. I vårt tilfelle blir $x = l$ når fjøra er maksimalt pressa sammen. Ut i fra bevaring av mekanisk energi blir dermed:

$$\frac{1}{2} M (v_2)^2 = \frac{1}{2} k l^2 , \quad (21)$$

slik at fjørkonstanten blir

$$k = M \left(\frac{v_2}{l} \right)^2 . \quad (22)$$

Vinkelfrekvensen for svingningene blir da:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{v_2}{l} = \frac{4}{0.1} \text{ s}^{-1} = 40 \text{ s}^{-1} . \quad (23)$$

Rett svar: C

Oppgave 3

a) Tyngda av klossen er $P = m_K g = \rho_K a^3 g$. Volumet av vannet som fortrenses av klossen er $a^2(a-d)$. Oppdrifta på klossen blir dermed $B = \rho_V a^2(a-d) g$. Når klossen flyter i likevekt må (i absoluttverdi) disse kreftene balansere hverandre, dvs at $B = P$. Dermed får vi

$$\rho_V (a-d) = \rho_K a , \quad (24)$$

som kan omformes til

$$d = a \left(1 - \frac{\rho_K}{\rho_V} \right) = 0.10 \cdot \left(1 - \frac{600}{1000} \right) = 0.04 \text{ m} . \quad (25)$$

Rett svar: C

b) I dette tilfelle får vi svaret fra Bernolli's likning:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1)^2 = p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 , \quad (26)$$

der størrelsene med indeks 1 svarer til tilstanden ved vannoverflata på toppen og størrelsene uten indeks svarer til tilstanden ved holet. Både ved toppen av vannflata og ved holet er det atmosfæretrykk, slik at $p_1 = p = 1 \text{ atm}$. Ved vannoverflata er $v_1 = 0$ og $h_1 = b$. Ved holet er $h = 0$. (Vi har altså valt nullnivå for potensiell energi ved holet) .

Dermed får vi svaret:

$$v = \sqrt{2gb} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} . \quad (27)$$

Rett svar: D

Oppgave 4

a) Da flateladningstettheten er $\sigma = Q/A$ blir det elektriske feltet mellom platene

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0} = \frac{|Q|}{A\epsilon_0} = 1.1 \cdot 10^5 \text{ N/C} . \quad (28)$$

Rett svar: D

b) Krafta på ladninga q blir qE_2 . Akselerasjonen blir dermed:

$$a = \frac{qE_2}{m} = \frac{(10 \cdot 10^{-6}) \cdot 100}{0.01} = 0.1 \text{ m/s}^2 . \quad (29)$$

Rett svar: C

c) Krafta på et elektron i feltet E_2 blir

$$F_e = eE_2 = (1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot 100 \text{ N} = 1.6 \cdot 10^{-17} \text{ N} . \quad (30)$$

Rett svar: A

Tyngdekrafta på et elektron er

$$F_g = m_e g = (9 \cdot 10^{-31}) \cdot 10 \text{ N} = 0.9 \cdot 10^{-29} \text{ N} . \quad (31)$$

Rett svar: D

Oppgave 5

a) Da lysbildet står opp ned blir objektstørrelsen $y_1 = -1.8 \cdot 10^{-3}$ m og bildestørrelsen $y'_1 = 0.493$ m. Forstørrelsen blir da

$$m_1 = \frac{y'_1}{y_1} = \frac{0.493}{(-1.8 \cdot 10^{-3})} = -274 . \quad (32)$$

Rett svar: A

b) Her må m_2 fortsatt være negativ for å få projisert et bilde på skjermen. Når avstanden fra linsa til skjermen er $b=3\text{m}$ og forstørrelsen er $m_2 = -250$ blir avstanden a fra linsa til lysbildet

$$a = -\frac{b}{m_2} = \frac{b}{250} = 0.012 \text{ m} = 1.2 \text{ cm} . \quad (33)$$

Rett svar : D

c) Fokallengda f er gitt ved linseformelen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{251}{b} . \quad (34)$$

Altså blir:

$$f = \frac{b}{251} , \quad (35)$$

som er svært nær avstanden a , mer nøyaktig $(a - f) = 4.8 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

Rett svar: B

d) I det siste tilfellet er avstanden fra linsa til skjermen $s' = 2b = 6 \text{ m}$. Avstanden fra linsa til lysbildet er fortsatt $s = a = b/250$. Den nye fokallengda f' blir da gitt ved linseformelen:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{501}{2b} , \quad (36)$$

som gir

$$f' = \frac{b}{250.5} , \quad (37)$$

som også er svært nær avstanden a . Nærmere bestemt får vi $(a - f') = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

Rett svar: D