FASIT
Ukeoppgave nr 1 FYS 1000 uke 4 vår 2010

Oppgave 1

a) Vi kan umiddelbart se at svaret må bli en potens av 10, altså 10^n. Potensen n, som åpenbart er et helt tall, finner vi ved å summere alle eksponentene over brøkstreken (eller foran brøken) og subtrahere alle eksponentene under brøkstreken: $n = 5 + (-3+2) - (-6+4) = 6$.

b) Brøkene forkortes ved å faktorisere teller og nevner og deretter forkorte felles faktorer i teller og nevner:

$$
\begin{aligned}
\frac{3}{6} &= \frac{3}{2\cdot 3} = \frac{1}{2} \\
\frac{7}{42} &= \frac{7}{2\cdot 3\cdot 7} = \frac{1}{2\cdot 3} = \frac{1}{6} \\
\frac{9}{24} &= \frac{3\cdot 3}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3} = \frac{3}{8} \\
\frac{27}{36} &= \frac{3\cdot 3\cdot 3}{2\cdot 2\cdot 3\cdot 3} = \frac{3}{4} \\
\frac{n^2+n}{n+1} &= \frac{n\cdot(n+1)}{n+1} = n
\end{aligned}
$$

c) Brøker summeres ved først å gjøre nevnere like:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4} = \frac{2}{4}+\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Brøker multipliseres ved å gange teller med teller og nevner med nevner, og deretter (eventulet) å forkorte:

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5} = \frac{1\cdot 6}{3\cdot 5} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{3\cdot 5} = \frac{2}{5}$$

d) $t = \frac{80\,\mathrm{km}}{20\,\mathrm{m/s}} = \frac{80\cdot 10^3\,\mathrm{m}}{20\,\mathrm{m/s}} = 4000$ s $= 1$ time, 6 minutter og 40 sekunder.

Oppgave 2

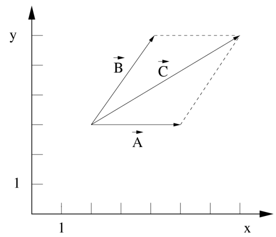
a)

b)

$$\vec{A} = 3\cdot\vec{e}_x$$

$$\vec{B} = (4-2)\cdot\vec{e}_x + (6-3)\cdot\vec{e}_y = 2\cdot\vec{e}_x + 3\cdot\vec{e}_y.$$

c) $\tan(\theta_B) = 3/2 \quad \theta_B = 56,3^o$



d)
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (3 + 2) \cdot \vec{e}_x + (0 + 3) \cdot \vec{e}_y = 5 \cdot \vec{e}_x + 3 \cdot \vec{e}_y.$$
$$\tan(\theta_C) = C_y / C_x = 3/5 \Rightarrow \theta_C = 31,0^o.$$

I de påfølgende spørsmålene benytter vi at bevegelsen i x- og y-retningene kan betraktes som uavhengige av hverandre.

e) Vi benytter den generelle ligningen for en akselerert bevegelse som starter ved tiden $t = 0$ i punktet ($x = 2$ m, $y = 3$ m) med hastigheten 5 m/s i samme retning som $\vec{C}$, Ligningen for bevegelsen i y-retningen blir da:
$$y = y_0 + v\,(\sin\theta_C)t - \frac{1}{2}\,g\,t^2,$$
$$y = 3 \text{ m} + 5 \text{ m/s} \cdot \sin(31,0^o) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2.$$
Vi finner derfor tiden t for $y = 0$ m ved å løse annengradsligningen:
$$0 = 3 \text{ m} + 2,572 \text{ (m/s)} \cdot t - 4,90 \text{ (m/s}^2) \cdot t^2$$
Ligningen har to løsninger, $t_1 = 1,09$ s og $t_2 = -0,56$ s. t_1 er tiden for landing og t_2 tiden for start fra x-aksen. Merk at selve annegradsligningen ikke sier noe om start og landing, det er vår tolkning av svaret.

f) Hastigheten i x-retningen er konstant lik $v_x = 5 \cdot \cos(31,0^o) = 4,27$ m/s. Punktet for landing blir derfor lik:
$$x_{landing} = 2 \text{ m} + v_x \cdot t_1 = 6,67 \text{ m}.$$

g) På samme måte finner vi startpunktet på x-aksen ved å bruke t_2: $x_{start} = -0,40$ m.

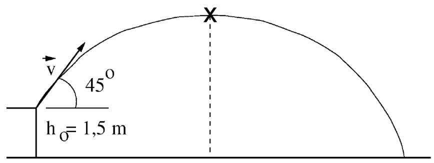
h) Vinkelen $\theta_{landing}$ mellom ballens hastighetsvektor $v_{landing}$ og x-aksen finner vi ved ligningen $\tan(\theta_{landing}) = v_{y(landing)}/v_{x(landing)}$. Vi har regnet ut $v_{x(landing)}$ i oppgave f. $|v_{y(landing)}|$ er lik $|v_y|$ ved $t = 0$ pluss tillegget i v_y vi får ved at ballen faller fra 3 m og ned til bakken:
$$v_{y(landing)} = 5 \text{ m/s} \cdot \sin(31,0^o) - (9,80 \cdot 1,09) \text{ m/s} = -8,11 \text{ m/s}.$$
Vinkelen blir: $\tan(\theta_{landing}) = -8,11/4,27 \Rightarrow \theta_{landing} = -62,2^o$, dvs. $62,2^o$ nedover i forhold til bakken.

Oppgave 3

a) $\vec{v}_0 = 0 \cdot \vec{e}_x + 10 \cdot \vec{e}_y = 10\vec{e}_y$

b) Det er kun bevegelse i y-retningen. Bruker derfor $v_y = v_{0_y} + a_y t = 0$, der $v_{0_y} = 10$ m/s og $a = -g$.
Dette gir $t = 1.02$ s.
For å finne maksimalhøyden bruker vi tiden vi fant over i $y_{\max} = y_0 + v_{0_y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$.
Dette gir $y_{\max} = 6.60$ m.

c) Banefarten er satt sammen av en x- og en y-komponent. Siden det ikke er noen akselerasjon i x-retningen er v_x konstant. v_y varierer og i banens toppunkt er den null. (I toppunktet går v_y over fra å være positiv på vei oppover til å være negativ på vei nedover.) Banefarten ($|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$) har derfor sitt minimum i toppunktet.



d) Fra over vet vi at at $v_y = 0$, dermed blir $v_{\min} = v_x = v_0 \cdot cos(45°) = 7.07$ m/s.

e) For å finne tiden brukes igjen $v_y = v_{0_y} + a_y t = 0$. Denne gangen er $v_{0_y} = 10 \cdot sin(45°)$ m/s og $a = -g$.
Dette gir $t = 0.721$ s.
For å finne høyden brukes $y_{\max} = y_0 + v_{0_y} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$. Setter inn $y_0 = 1.5$ m og resten av verdiene over.
Dette gir $y_{\max} = 4.06$ m.

f) Dette er analogt med løsningen til oppgave 2 e). Vi setter altså inn i likningen

$$y = y_0 + v_{0_y} t \ - \frac{1}{2} g t^2$$

I begge tilfellene er $y = 0$ m og $y_0 = 1.5$ m. For kast rett opp er $v_{0_y} = 10$ m/s. For kast i vinkel er $v_{0_y} = 10 \cdot sin(45°)$ m/s. Løser vi annengradslikningen med hensyn på t får vi:
$t = 2.18$ s for kast rett opp
$t = 1.63$ s for kast i 45° vinkel
(I begge tilfeller får vi også en negativ løsning. Dette henspiller på tid *før* ballen ble kastet, altså forkaster vi de negative løsningene som ufysikalske.)

g) Bruker $v_y = v_{0_y} + a_y t$.

For kast rett opp får vi:
$v_y = 10\,\mathrm{m/s} - 9.8\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2.18\,\mathrm{s} = -11.4\,\mathrm{m/s}$

Siden $v_x = 0$ blir
$\vec{v}_{\text{landing}} = -11.4\,\vec{e}_y$
$v_{\text{landing}} = |\vec{v}_{\text{landing}}| = \sqrt{(-11.4\,\text{m/s})^2} = 11.4\,\text{m/s}.$

For kast i 45° vinkel får vi:
$v_y = 10 \cdot sin(45°)\,\text{m/s} - 9.8\,\text{m/s}^2 \cdot 1.63\,\text{s} = -8.90\,\text{m/s}$
$v_x = 10 \cdot cos(45°)\,\text{m/s} = 7.07\,\text{m/s}$
$\vec{v}_{\text{landing}} = 7.07\,\vec{e}_x - 8.90\,\vec{e}_y$
$v_{\text{landing}} = |\vec{v}_{\text{landing}}| = \sqrt{(7.07\,\text{m/s})^2 + (-8.90\,\text{m/s})^2} = 11.4\,\text{m/s}.$

Ser at banefarten ved landing er den samme uansett om vi kaster rett opp eller i vinkel. Vi kommer tilbake til dette senere når vi lærer om energibevaring.