FASIT
Ukeoppgave FYS 1000 uke 5 vår 2010

Oppgave 1

a) Den akselererende kraften er en ytre kraft på hele toget. N2 gir derfor:

$$F = (3m + m + m)\,a = 5\,m\,a.$$

b) Den akselererende kraften er motkraften til motorkraften. Den angriper der lokomotivets drivhjul (hjulet under førerhuset) har kontakt med togskinnen og virker i framoverretningen. Motorkraften virker bakover (akkurat som føttene våre gjør når vi går framover), toget beveger seg framover på grunn av motkraften (Newtons tredje lov, N3)..

c) Kraften $\vec{F}_1$ virker der vognfestet er festet i den første vogna. N2 gir $F_1 = 2\,m\,a$.

d) Motkraften til F_1 er like stor og motsatt rettet kraften F_1. Den angriper der vognfestet er festet i lokomotivet.

e) Vi finner F_2 på samme måten. $F_2 = m\,a$.

Oppgave 2

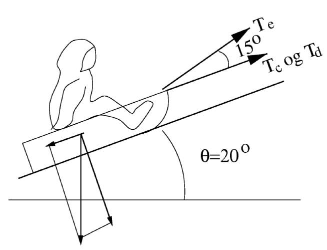
a) Siden kjelkens hastighet skulle være konstant trengs det kun en kraft som er like stor som friksjonskraften for å holde den i gang:

$$T_a = \mu \cdot m_k g = 0,15 \cdot 2\text{ kg} \cdot 9,8\text{ m/s}^2 = 2,9\text{ N}.$$

b) Barnets masse øker friksjonskraften, men prinsippet er det samme som under a):

$$T_b = \mu \cdot (m_k + m_b)g = 0,15 \cdot (2\text{ kg} + 12\text{ kg}) \cdot 9,8\text{ m/s}^2 = 20,5\text{ N}.$$

c) Her må snordraget nå overvinne en kraft i tillegg til friksjonskraften. Dette er den komponenten av gravitasjonskraften som virker nedover parallelt med bakken. Dessuten endres friksjonskraften, siden det bare er den tyngdekomponenten som virker vinkelrett på kjelkens underlag (normalkraften) som bidrar.



$$T_c = \mu \cdot (m_k + m_b)g\cos\theta + (m_k + m_b)g\sin\theta,$$
$$T_c = (m_k + m_b)g(\mu \cdot \cos\theta + \sin\theta).$$

Dette gir:

$$T_c = (2\text{ kg} + 12\text{ kg}) \cdot 9,8\text{ m/s}^2\ (0,15 \cdot \cos 20^o + \sin 20^o) = 66,3\text{ N}.$$

d) I dette tilfellet blir regnestykket enkelt siden kraften blir den samme som under c), bare med det lille tillegget som trengs for å gi systemet av kjelke og barn en akselerasjon $a = 1,2$ m/s^2.

$$T_d \;=\; T_c \;+\; (m_k \;+\; m_b)a \;=\; 66,3 \text{ N} \;+\; (2 \text{ kg} \;+\; 12 \text{ kg}) \cdot 1,2 \text{ m/s}^2 \;=\; 83,1 \text{ N}.$$

e) Nå øker kompleksiteten betraktelig. Siden snordraget nå får en normalkraftkomponent reduseres friksjonskraften. Om vi kaller snordraget T_e blir dens normalkraftkomponent $T_e \sin\phi$. Samtidig blir komponenten av snordraget langs bakken $T_e \cos\phi$. Dermed reduseres altså både friksjonskraften og den kraftkomponenten som driver kjelken fremover. Vi får da følgende uttrykk for den siste kraftkomponenten:

$$T_e \cos\phi \;=\; (m_k \;+\; m_b)a \;+\; (m_k \;+\; m_b)g\sin\theta \;+\; \mu((m_k \;+\; m_b)g\cos\theta \;-\; T_e\sin\phi),$$

som gir for T_e:

$$T_e \;=\; \frac{(m_k \;+\; m_b)g\sin\theta \;+\; \mu((m_k \;+\; m_b)g\cos\theta \;+\; (m_k \;+\; m_b)a}{\mu\sin\phi \;+\; \cos\phi}.$$

Siden $(m_k + m_b) = 14$ kg får vi:

$$T_e \;=\; \frac{14 \text{ kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 \sin 20^o \;+\; 0,15 \cdot 14 \text{ kg} \cdot \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cos 20^o \;+\; 14 \text{ kg} \cdot 1,2\text{m/s}^2}{0,15\sin 15^o \;+\; \cos 15^o}$$
$$=\; 82,7 \text{ N}.$$

Det er interessant å merke seg her at dette snordraget er litt mindre enn det som trengtes under d). Dette har sammenheng med at vinkelen ϕ er liten. Dermed slår den reduserte friksjonskraften mot underlaget ut mer enn reduksjonen i kraftkomponenten av snordraget parallelt med bakken. Dersom vinkelen ϕ øker, for eksempel til 30^o, endres dette. Da får vi $T_e = 88,3$ N, altså en større verdi enn T_d. Skal oppgaven gjøres skikkelig interessant kan man spørre ved hvilken grenseverdi for vinkelen ϕ kjelken ikke lenger lar seg forflytte oppover bakken.

f) Når barnet aker nedover er det kun to krefter som virker i fartsretningen: Komponenten av tyngden langs bakken virker nedover og friksjonskraften virker mot bevegelsesretningen. Vi får:

$$(m_k \;+\; m_b)g\sin\theta \;-\; \mu \cdot (m_k \;+\; m_b)g\cos\theta \;=\; (m_k \;+\; m_b)a,$$

som gir:

$$a \;=\; g(\sin\theta \;-\; \mu\cos\theta) \;=\; 9,8 \text{ m/s}^2(\sin 20^o \;-\; 0,15 \cdot \cos 20^o) \;=\; 1,97 \text{ m/s}^2.$$